

Chủ đề**DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI**

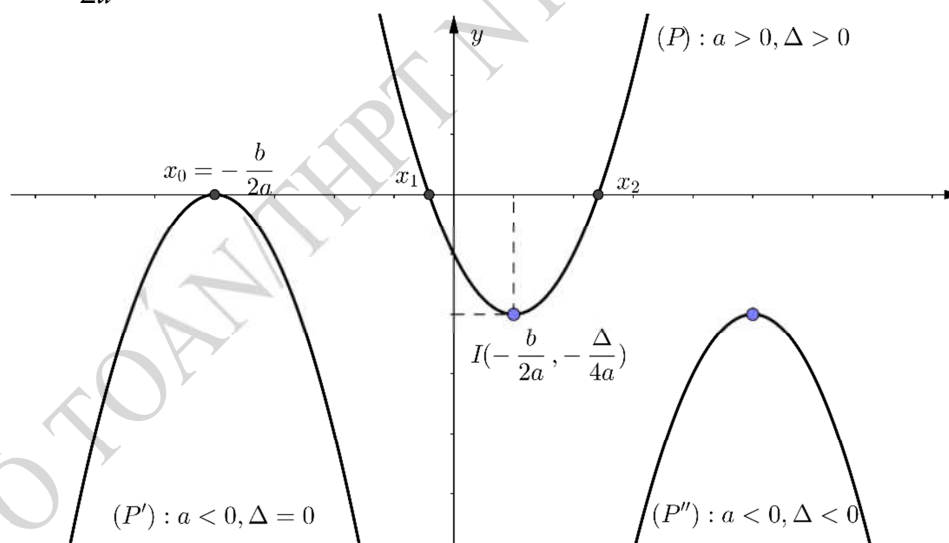
Qua bài học, học sinh cần nắm được:

- Định lý về dấu của tam thức bậc hai.
- Cách xét dấu một biểu thức có dạng tích và thương của các tam thức bậc hai và nhị thức bậc nhất; áp dụng giải các bất phương trình.

A. ÔN TẬP KIẾN THỨC:

1. Hàm số bậc hai $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị là một parabol (P) có:

- Bề lõm hướng lên trên khi $a > 0$ và hướng xuống dưới khi $a < 0$
- Đỉnh là điểm $I\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$
- Đường thẳng $x = -\frac{b}{2a}$ là trục đối xứng.



2. Xét phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) (*)

- Nếu $\Delta < 0$ thì parabol (P) không có điểm chung với trục Ox ; hay phương trình (*) vô nghiệm.
- Nếu $\Delta = 0$ thì parabol (P) tiếp xúc với trục Ox ; hay phương trình (*) có nghiệm kép $x_0 = -\frac{b}{2a}$.
- Nếu $\Delta > 0$ thì parabol (P) cắt trục Ox tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 ; hay phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

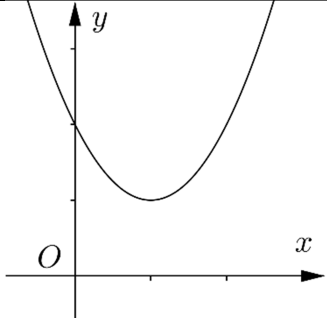
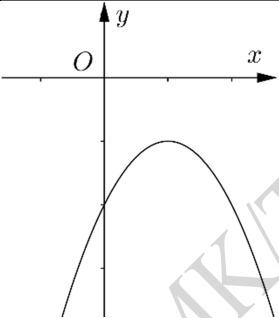
B. ĐỊNH LÝ XÉT DẤU TAM THỨC BẬC HAI:

1. Định nghĩa:

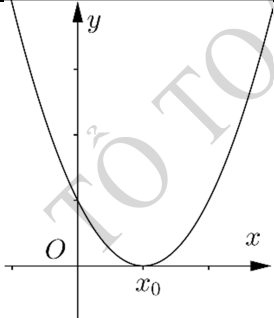
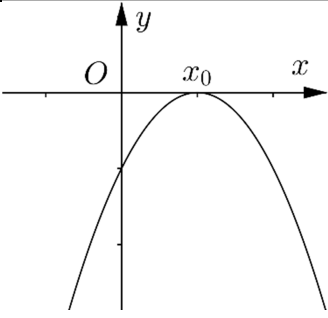
Tam thức bậc hai là biểu thức có dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$ trong đó a, b, c là các số thực cho trước và $a \neq 0$.

2. Định lý:

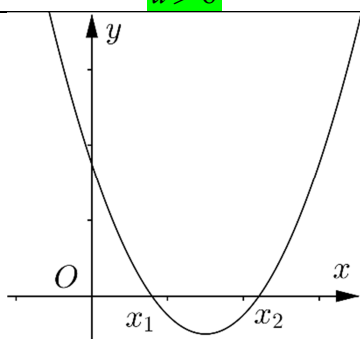
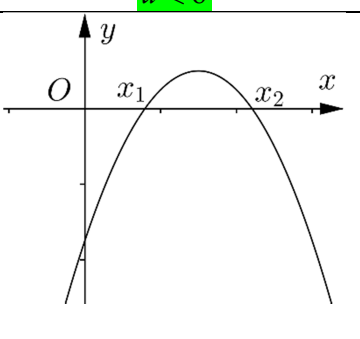
Trường hợp 1: $\Delta < 0$

$a > 0$	$a < 0$	Kết luận
		$f(x)$ cùng dấu với hệ số $a \quad \forall x \in \mathbb{R}$
$\begin{array}{c ccc} x & -\infty & & +\infty \\ \hline f(x) & & + & \end{array}$	$\begin{array}{c ccc} x & -\infty & & +\infty \\ \hline f(x) & & - & \end{array}$	

Trường hợp 2: $\Delta = 0$

$a > 0$	$a < 0$	Kết luận
		$f(x)$ cùng dấu với hệ số $a \quad \forall x \neq x_0$ $\left(x_0 = -\frac{b}{2a} \right)$
$\begin{array}{c ccccc} x & -\infty & & x_0 & & +\infty \\ \hline f(x) & & + & 0 & + & \end{array}$	$\begin{array}{c ccccc} x & -\infty & & x_0 & & +\infty \\ \hline f(x) & & - & 0 & - & \end{array}$	

Trường hợp 3: $\Delta > 0$

$a > 0$	$a < 0$	Kết luận
		$f(x)$ cùng dấu với hệ số a $\forall x \in (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$ $f(x)$ trái dấu với hệ số a $\forall x \in (x_1, x_2)$
$\begin{array}{c ccccccc} x & -\infty & & x_1 & & x_2 & & +\infty \\ \hline f(x) & & + & 0 & - & 0 & + & \end{array}$	$\begin{array}{c ccccccc} x & -\infty & & x_1 & & x_2 & & +\infty \\ \hline f(x) & & - & 0 & + & 0 & - & \end{array}$	Cách xét dấu: "trong trái, ngoài cùng"

Ví dụ 1: Xét dấu các tam thức sau

a) $f(x) = x^2 + 3x + 4$

b) $f(x) = -4x^2 + 12x - 9$

c) $f(x) = -2x^2 + 5x - 2$

Giải

a) $\Delta = b^2 - 4ac = -7 < 0$ và $a = 1 > 0$ (có thể kiểm tra dấu của Δ bằng chức năng giải PT bậc 2 của máy tính cầm tay).

Suy ra $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a ; $\forall x \in \mathbb{R}$ hay $f(x) > 0$; $\forall x \in \mathbb{R}$.

b) $\Delta = 0$ (phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm kép $x_0 = \frac{3}{2}$) và $a = -4 < 0$

Suy ra $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a ; $\forall x \neq \frac{3}{2}$ hay $f(x) < 0$; $\forall x \neq \frac{3}{2}$.

c) $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$ (tức là $\Delta > 0$)

Do $a = -2 < 0$ nên ta có bảng xét dấu sau:

$$\begin{array}{c|ccccccc} x & -\infty & & 1/2 & & 2 & & +\infty \\ \hline f(x) & & - & 0 & + & 0 & - & \end{array}$$

Vậy $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right)$ và $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$.

Ví dụ 2: Giải các bất phương trình sau

a) $\frac{x-1}{x+3} > 0$

b) $(x+1)(x^2-x-12) \leq 0$

Giải

a) Hướng dẫn: dấu của biểu thức $\frac{A}{B}$ và $A.B$ là như nhau trong các trường hợp, nên cách xét dấu

$f(x) = \frac{x-1}{x+3}$ sẽ tương tự xét dấu tam thức bậc hai $f(x) = (x-1)(x+3)$.

Cho $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$; $x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$	
$f(x)$		+		-	0

(có thể coi hệ số $a=1>0$)

Vậy bpt $\Leftrightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. Hay $S = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

b) Cho $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$; $x^2-x-12=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=4 \end{cases}$

Bảng xét dấu:

	x	$-\infty$	-3	-1	4	$+\infty$
x^2	$x+1$		$-$	$-$	0	$+$
	$-x-12$		$+$	0	$-$	0
	$f(x)$		$-$	0	$+$	0

Vậy bpt $\Leftrightarrow x \in (-\infty; -3] \cup [-1; 4]$ hay $S = (-\infty; -3] \cup [-1; 4]$.

C. BÀI TẬP VỀ NHÀ: Học sinh làm vào vở bài tập Đại số những câu sau đây

Bài 1. Xét dấu các tam thức sau

a) $f(x) = 3x^2 - 2x - 8$

b) $f(x) = (x+1)^2 + (2x-1)^2$

c) $f(x) = -4x^2 + 12x - 9$

Bài 2. Giải các bất phương trình sau

a) $\frac{4x^2+3x-1}{x^2+5x+7} > 0$

b) $\frac{(2-x^2)(x^2-2x+1)}{-x^2+3x+4} \leq 0$

Học sinh trao đổi thêm với GV Toán của lớp để được hướng dẫn cụ thể !