



Bài 1: Tìm các giới hạn sau:

a) $A = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 4}{4x - x^2}$

b) $B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + 5x^2} - \sqrt[3]{x^3 + 8x} \right)$

c) $C = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}}{x^2 + 3x - 10}$

Bài 2: Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x - \sqrt{x^2 + 3}}{x - 1} & \text{khi } x > 1 \\ \frac{2x + 7}{6} & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ tại $x = 1$.

Bài 3: Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$. Chứng minh rằng: $(y')^2 + \frac{1}{y^2} = 1$.

Bài 4: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C)

biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $(\Delta): y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.

Bài 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt đáy là tam giác đều cạnh a ; $SA \perp (ABC)$; $SA = a\sqrt{3}$.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC ; K là trung điểm BC .

a) Chứng minh: $BC \perp (SAK)$.

b) Chứng minh: $(SBG) \perp (SAC)$.

c) Tính góc hợp bởi hai mặt phẳng (SBG) và (ABC) .

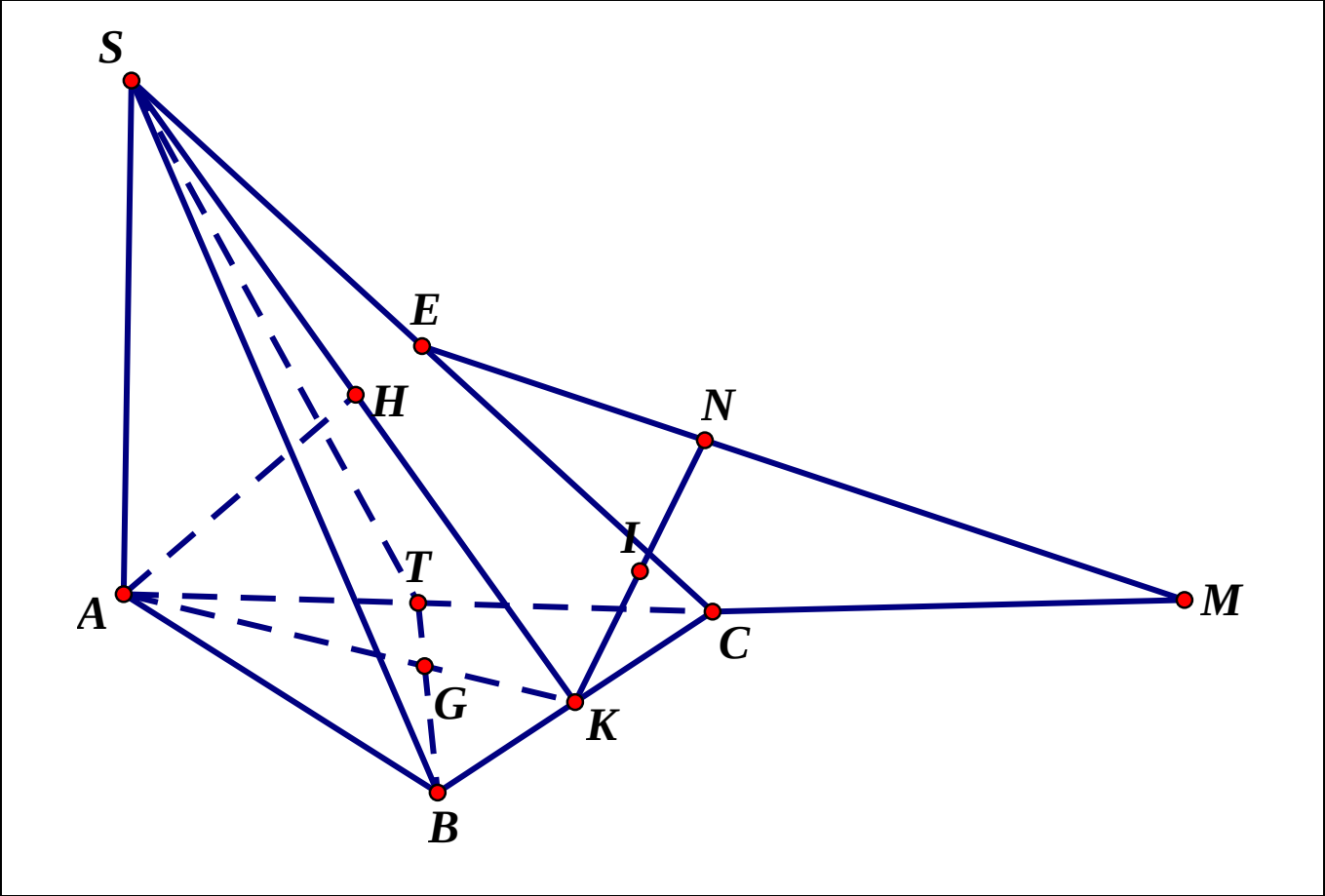
d) Gọi M là điểm đối xứng của A qua C , N là trọng tâm $\triangle SCM$, I là trung điểm NK . Tính khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SBC) .

HẾT

ĐÁP ÁN & BIỂU ĐIỂM

<u>Bài 1:</u>	
<u>Câu a:</u>	1đ
$A = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-1)(x-4)}{x(4-x)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-(x-1)}{x} = \frac{-3}{4}.$	0.25x4
<u>Câu b:</u>	1đ
$B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x^3 + 5x^2) - (x^3 + 8x)}{\left(\sqrt[3]{x^3 + 5x^2}\right)^2 + \sqrt[3]{x^3 + 5x^2} \cdot \sqrt[3]{x^3 + 8x} + \left(\sqrt[3]{x^3 + 8x}\right)^2}$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 - 8x}{x^2 \cdot \left(\sqrt[3]{1 + \frac{5}{x}}\right)^2 + x^2 \cdot \sqrt[3]{1 + \frac{5}{x}} \cdot \sqrt[3]{1 + \frac{8}{x^2}} + x^2 \cdot \left(\sqrt[3]{1 + \frac{8}{x^2}}\right)^2}$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5 - \frac{8}{x}}{\left(\sqrt[3]{1 + \frac{5}{x}}\right)^2 + \sqrt[3]{1 + \frac{5}{x}} \cdot \sqrt[3]{1 + \frac{8}{x^2}} + \left(\sqrt[3]{1 + \frac{8}{x^2}}\right)^2} = \frac{5}{3}.$	0.25x4
<u>Câu c:</u>	1đ
$C = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{(x-2)^2} \cdot (x+2)}{(x-2)(x+5)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)\sqrt{x+2}}{(x-2)(x+5)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x+2}}{x+5} = \frac{2}{7}$	0.25x4
<u>Bài 2:</u>	1đ
$\bullet \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4x^2 - (x^2 + 3)}{(x-1)(2x + \sqrt{x^2 + 3})} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3(x+1)}{2x + \sqrt{x^2 + 3}} = \frac{3}{2}$	0.25x2
$\bullet \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+7}{6} = \frac{3}{2}$	0.25
$\bullet \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \text{ nên hàm số liên tục tại } x = 1$	0.25
<u>Bài 3:</u>	1đ
$\bullet y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$	0.5
$\bullet (y')^2 + \frac{1}{y^2} = \frac{x^2}{x^2 + 1} + \frac{1}{x^2 + 1} = 1$	0.5
<u>Bài 4:</u>	1đ
$\bullet f'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$	0.25

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm. Vì tiếp tuyến song song (Δ) nên $f'(x_0) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{(x_0 + 1)^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 0 \\ x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = 2 \end{cases}$	0.25
Phương trình tiếp tuyến tại $M_1(1; 0)$ là: $y = \frac{1}{2}(x - 1) \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \quad (l)$	0.25
Phương trình tiếp tuyến tại $M_2(-3; 2)$ là: $y = \frac{1}{2}(x + 3) + 2 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2} \quad (n)$	0.25
<u>Bài 5:</u>	
<u>Câu a:</u>	1đ
$\left. \begin{array}{l} BC \perp AK \\ BC \perp AS \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAK)$	0.5+0.5
<u>Câu b:</u>	1đ
$\left. \begin{array}{l} BG \perp AC \\ BG \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow BG \perp (SAC) \Rightarrow (SBG) \perp (SAC)$	0.25x4
<u>Câu c:</u>	1đ
Gọi T là trung điểm AC. Ta có: $\left. \begin{array}{l} AT \perp BG \\ ST \perp BG \end{array} \right\} \Rightarrow ((SBG); (ABC)) = STA$	0.25x2
$\tan STA = \frac{AS}{AT} = 2\sqrt{3} \Rightarrow STA = \arctan 2\sqrt{3}$	0.25x2
<u>Câu d:</u>	1đ
Kẻ $AH \perp SK \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A; (SBC)) = AH$	0.25
$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{5}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{15}}{5}$	0.25
C là trung điểm AM $\Rightarrow d(A, (SBC)) = d(M, (SBC))$	
$ME = 3NE \Rightarrow d(N, (SBC)) = \frac{1}{3}d(M, (SBC))$ (E là trung điểm SC)	
I trung điểm NK $\Rightarrow d(I, (SBC)) = \frac{1}{2}d(N, (SBC)) = \frac{1}{6}d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{15}}{30}$	0.5



HÉT