



Bài 1: Tính các giới hạn sau:

a) $A = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x-5) \cdot (1-x)^2}{3x^3 - x + 1}$

b) $B = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2 - \sqrt[3]{4x+20}}{x^2 + 3x}$

c) $C = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(3x - \sqrt{9x^2 - x + 2} \right)$

Bài 2: Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 5x^2 + 18}{x - 3} & \text{khi } x \neq 3 \\ -3 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ tại điểm $x = 3$.

Bài 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có mặt đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tâm O

; $SA \perp mp(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SB .

a) Chứng minh: $BD \perp mp(SAC)$.

b) Chứng minh: $SC \perp AH$.

c) Lấy điểm K trên đoạn thẳng AD sao cho $AK = 2KD$. Tính góc giữa đường thẳng HK và mặt phẳng (SAC) .

HẾT

ĐÁP ÁN & BIỂU ĐIỂM

Bài 1a: $A = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x-5) \cdot (1-x)^2}{3x^3 - x + 1}$	<u>1.5d</u>
• $A = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(2 - \frac{5}{x}\right) \cdot x^2 \left(\frac{1}{x} - 1\right)^2}{x^3 \left(3 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(2 - \frac{5}{x}\right) \cdot \left(\frac{1}{x} - 1\right)^2}{3 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}} = \frac{2}{3}$	0.5×3
Bài 1b: $B = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2 - \sqrt[3]{4x+20}}{x^2 + 3x}$	<u>1.5d</u>
• $B = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{8 - (4x+20)}{x(x+3) \left[4 - 2\sqrt[3]{4x+20} + \sqrt[3]{(4x+20)^2}\right]}$ $= \lim_{x \rightarrow -3} \frac{-4}{x \left[4 - 2\sqrt[3]{4x+20} + \sqrt[3]{(4x+20)^2}\right]} = \frac{1}{9}$	0.5×3
Bài 1c: $C = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(3x - \sqrt{9x^2 - x + 2}\right)$	<u>1.5d</u>
• $C = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x^2 - (9x^2 - x + 2)}{3x + \sqrt{9x^2 - x + 2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{3 + \sqrt{9 - \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}}} = \frac{1}{6}$	0.5×3
Bài 2: $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 5x^2 + 18}{x - 3} & \text{khi } x \neq 3 \\ -3 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$	<u>1.5d</u>
• $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x^2 - 2x - 6)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 2x - 6) = -3$	0.25×4
• $f(3) = -3$	0.25
• Vậy hàm số f liên tục tại $x = 3$.	0.25

Bài 3a: $BD \perp (SAC)$.		1.5đ
• $BD \perp AC$ (tính chất 2 đường chéo của hình vuông)	(1)	0.5
• $BD \perp SA$ (do $SA \perp (ABCD)$)	(2)	0.5
• (1), (2) $\Rightarrow$ $BD \perp (SAC)$.		0.5
Bài 3b: $SC \perp AH$.		1.5đ
• $BC \perp AB, BC \perp SA$ $\Rightarrow BC \perp (SAB)$, mà $AH \subset (SAB)$ nên $AH \perp BC$	(3)	0.5
• Mặt khác: $AH \perp SB$ (gt)	(4)	0.5
• (3), (4) $\Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow$ $AH \perp SC$		0.5

<u>Bài 3c:</u> Tính góc giữa HK và (SAC).	<u>1đ</u>
• Dụng HE // BD (E ∈ SO), KF // BD (F ∈ AC). • BD ⊥ (SAC) nên HE ⊥ (SAC) và KF ⊥ (SAC) ⇒ EF là hình chiếu vuông góc của HK lên (SAC) (Phải có !) ⇒ $\left(\widehat{HK, (SAC)}\right) = \left(\widehat{HK, EF}\right)$ • Gọi I = HK ∩ EF ⇒ $\left(\widehat{HK, EF}\right) = \widehat{KIF}$ (do ΔKIF vuông tại F)	0.5
• SB = $a\sqrt{3}$, SH = $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$. • $\frac{HE}{BO} = \frac{SH}{SB} = \frac{2}{3}$ (HE // BO) và $\frac{FK}{OD} = \frac{AK}{AD} = \frac{2}{3}$ (KF // OD) ⇒ HE = FK (do BO = OD) ⇒ I là trung điểm EF. • $\frac{SE}{SO} = \frac{AF}{AO} = \frac{2}{3} \Rightarrow EF // SA \Rightarrow \frac{EF}{SA} = \frac{OE}{OS} = \frac{1}{3} \Rightarrow EF = \frac{\sqrt{2}}{3}a$ • $\tan\left(\widehat{KIF}\right) = \frac{KF}{IF} = \frac{2OD}{3} \cdot \frac{2}{EF} = 2 \Rightarrow \widehat{KIF} = \arctan 2.$ (hoặc ghi: φ là góc nhọn thỏa tan φ = 2)	0.5

HẾT