

Chương 1 HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC - PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

Bài 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

A. Kiến thức cần nhớ

1) Hàm số sin: $y = \sin x$

1.1) $y = \sin x$ có tập xác định là R

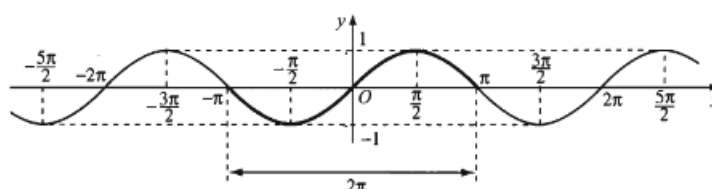
1.2) $y = \sin x$ có tập giá trị là $[-1; 1]$ có nghĩa là $-1 \leq \sin x \leq 1$, $\forall x \in R$

1.3) $y = \sin x$ là hàm số lẻ

1.4) $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π

1.5) $y = \sin x$ đồng biến trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ và nghịch biến trên $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

1.6) Đồ thị của hàm số $y = \sin x$



2) Hàm số cosin: $y = \cos x$

2.1) $y = \cos x$ có tập xác định là R

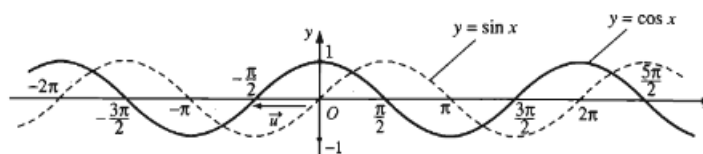
2.2) $y = \cos x$ có tập giá trị là $[-1; 1]$ có nghĩa là $-1 \leq \cos x \leq 1$, $\forall x \in R$

2.3) $y = \cos x$ là hàm số chẵn

2.4) $y = \cos x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π

2.5) $y = \cos x$ đồng biến trên $[-\pi; 0]$ và nghịch biến trên $[0; \pi]$

2.6) Đồ thị của hàm số $y = \cos x$



3) Hàm số tang: $y = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

3.1) $y = \tan x$ có tập xác định là $D = R \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z \right\}$

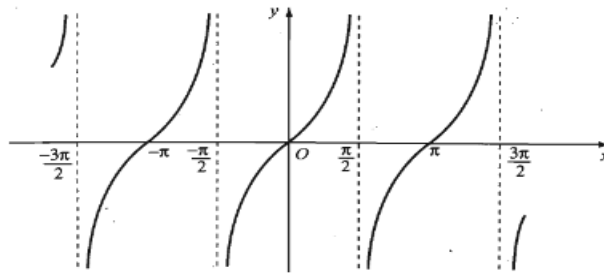
3.2) $y = \tan x$ có tập giá trị là R có nghĩa là $\tan x \in (-\infty; +\infty)$

3.3) $y = \tan x$ là hàm số lẻ

3.4) $y = \tan x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ π

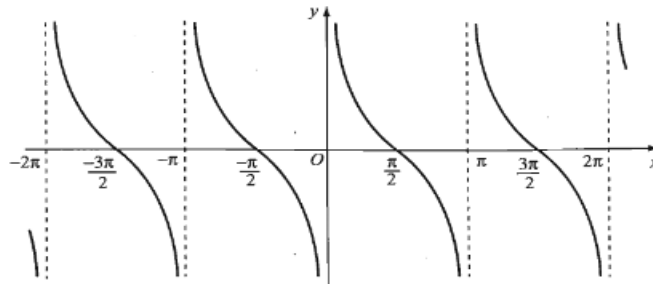
3.5) $y = \tan x$ đồng biến trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right)$

3.6) Đồ thị của hàm số $y = \tan x$



4) Hàm số cotang: $y = \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$

- 4.1) $y = \cot x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
- 4.2) $y = \cot x$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$ có nghĩa là $\tan x \in (-\infty; +\infty)$
- 4.3) $y = \cot x$ là hàm số lẻ
- 4.4) $y = \cot x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ π
- 4.5) $y = \cot x$ nghịch biến trên $(0; \pi)$
- 4.6) Đồ thị của hàm số $y = \cot x$



B. Bài tập

1. Hãy xác định các giá trị của x trên đoạn $\left[-\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$ để hàm số $y = \tan x$:
 - a) Nhận giá trị bằng 0 ;
 - b) Nhận giá trị bằng 1 ;
 - c) Nhận giá trị dương ;
 - d) Nhận giá trị âm.
2. Tìm tập xác định của các hàm số :
 - a) $y = \frac{1 + \cos x}{\sin x}$;
 - b) $y = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}}$;
 - c) $y = \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$;
 - d) $y = \cot\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$.
5. Dựa vào đồ thị hàm số $y = \cos x$, tìm các giá trị của x để $\cos x = \frac{1}{2}$.
6. Dựa vào đồ thị hàm số $y = \sin x$, tìm các khoảng giá trị của x để hàm số đó nhận giá trị dương.
7. Dựa vào đồ thị hàm số $y = \cos x$, tìm các khoảng giá trị của x để hàm số đó nhận giá trị âm.
8. Tìm giá trị lớn nhất của các hàm số :
 - a) $y = 2\sqrt{\cos x} + 1$;
 - b) $y = 3 - 2\sin x$.

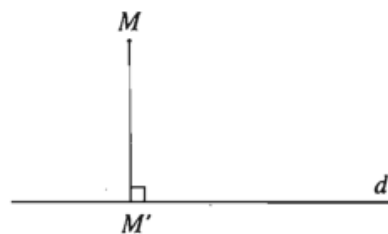
PHÉP DỜI HÌNH VÀ PHÉP ĐỒNG DẠNG TRONG MẶT PHẪNG

§1. PHÉP BIẾN HÌNH

- △₁ Trong mặt phẳng cho đường thẳng d và điểm M . Dựng hình chiếu vuông góc M' của điểm M lên đường thẳng d .

Ta đã biết rằng với mỗi điểm M có một điểm M' duy nhất là hình chiếu vuông góc của điểm M trên đường thẳng d cho trước (h.1.1).

Ta có định nghĩa sau.



Hình 1.1

Định nghĩa

Quy tắc đặt tương ứng mỗi điểm M của mặt phẳng với một điểm xác định duy nhất M' của mặt phẳng đó được gọi là phép biến hình trong mặt phẳng.

Nếu kí hiệu phép biến hình là F thì ta viết $F(M) = M'$ hay $M' = F(M)$ và gọi điểm M' là ảnh của điểm M qua phép biến hình F .

Nếu $\mathcal{H}$ là một hình nào đó trong mặt phẳng thì ta kí hiệu $\mathcal{H}' = F(\mathcal{H})$ là tập các điểm $M' = F(M)$, với mọi điểm M thuộc $\mathcal{H}$. Khi đó ta nói F biến hình $\mathcal{H}$ thành hình $\mathcal{H}'$, hay hình $\mathcal{H}'$ là ảnh của hình $\mathcal{H}$ qua phép biến hình F .

Phép biến hình biến mỗi điểm M thành chính nó được gọi là phép đồng nhất.

- △₂ Cho trước số a dương, với mỗi điểm M trong mặt phẳng, gọi M' là điểm sao cho $MM' = a$. Quy tắc đặt tương ứng điểm M với điểm M' nêu trên có phải là một phép biến hình không ?

§2. PHÉP TỊNH TIẾN

I. ĐỊNH NGHĨA

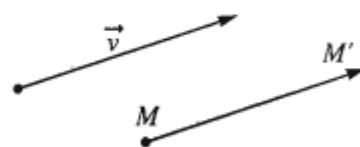
Định nghĩa

Trong mặt phẳng cho vector $\vec{v}$. Phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$ được gọi là phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$ (h.1.3).

Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$ thường được kí hiệu là $T_{\vec{v}}$, $\vec{v}$ được gọi là vector tịnh tiến.

Như vậy

$$T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}.$$



Hình 1.3.

Phép tịnh tiến theo vector - không chính là phép đồng nhất.

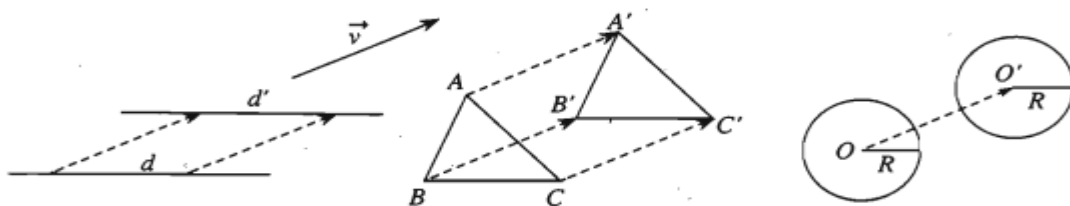
II. TÍNH CHẤT

Tính chất 1

Nếu $T_{\vec{v}}(M) = M'$, $T_{\vec{v}}(N) = N'$ thì $\overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{MN}$ và từ đó suy ra $M'N' = MN$.

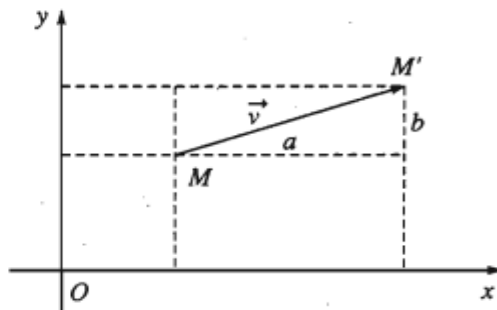
Tính chất 2

Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính (h.1.7).



III. BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho vector $\vec{v} = (a; b)$ (h.1.8). Với mỗi điểm $M(x; y)$ ta có $M'(x'; y')$ là ảnh của M qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$. Khi đó $\overrightarrow{MM'} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x' - x = a \\ y' - y = b. \end{cases}$ Từ đó suy ra $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b. \end{cases}$



Hình 1.8

Biểu thức trên được gọi là biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$.