Mục lục

Chương 7

BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

§1. DẤU TAM THỨC BẬC HAI

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Tam thức bậc hai

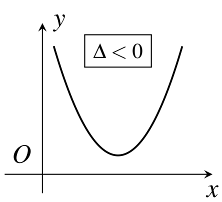
Tam thức bậc hai (đối với x) là biểu thức có dạng $f(x)=ax^2+bx+c$. Trong đó a,b,c là những số cho trước với $a\neq 0$.

- Khi thay $x=x_0$ thì $f(x_0)=ax_0^2+bx_0+c$ là giá trị của tam thức bậc hai tại x_0.
- Nghiệm của phương trình $ax^2+bx+c=0$ được gọi là nghiệm của tam thức bậc hai.
- $\Delta=b^2-4ac$ và $\Delta'=b'^2-ac$ theo thứ tự được gọi là biệt thức và biệt thức thu gọn của tam thức bậc hai.

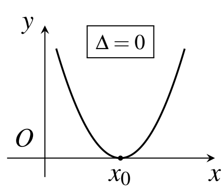
2. Định lý về dấu của tam thức bậc hai:

Ta đã biết hàm số $y=ax^2+bx+c$ với $a\neq 0$ có đồ thị là một parabol.

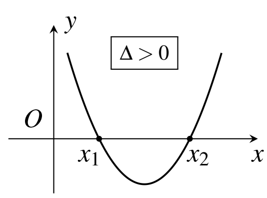
- Nếu $a>0$, ta có các trường hợp sau:



Đồ thị luôn nằm trên Ox.

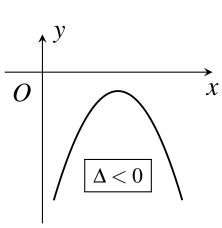


Đồ thị nằm trên Ox khi $x\neq x_0=-\frac{b}{2a}$.

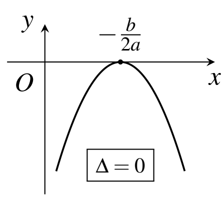


Đồ thị nằm trên Ox khi $x<x_1$ hoặc $x>x_2$; nằm dưới Ox khi $x_1<x<x_2$.

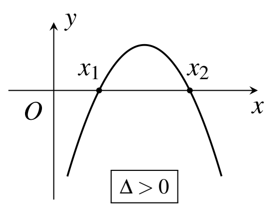
- Nếu $a<0$:, ta có các trường hợp sau:



Đồ thị luôn nằm dưới Ox.



Đồ thị nằm dưới Ox khi $x\neq x_0=-\frac{b}{2a}$.



Đồ thị nằm dưới Ox khi $x<x_1$ hoặc $x>x_2$; nằm trên Ox khi $x_1<x<x_2$.

Tương ứng hình ảnh đồ thị ở trên, ta có bảng tổng kết dấu của tam thức bậc hai như sau:

- Nếu $a > 0$:

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$+$	

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

- Nếu $a < 0$:

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Định lý về dấu tam thức bậc hai: Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c \, (a \neq 0)$.

- Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ cùng dấu với hệ số a với mọi $x \neq -\frac{b}{2a}$.
- Nếu $\Delta > 0$ thì tam thức $f(x)$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 $(x_1 < x_2)$. Khi đó, $f(x)$ cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$; $f(x)$ trái dấu với hệ số a với mọi $x \in (x_1; x_2)$

Ghi nhớ dấu của $f(x)$ và a

- Nếu $\Delta < 0$ thì

x	$-\infty$		$+\infty$
$f(x)$		cùng dấu	

- Nếu $\Delta = 0$ thì

x	$-\infty$		$-\frac{b}{2a}$		$+\infty$
$f(x)$		cùng dấu	0	cùng dấu	

- Nếu $\Delta > 0$ thì

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f(x)$		cùng dấu	0	trái dấu	0	cùng dấu	

B RÈN LUYỆN KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

KN 1 Tìm biệt thức và nghiệm của tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$, với $a \neq 0$

- Biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$ hoặc $\Delta' = (b')^2 - ac$, với $b' = \dfrac{b}{2}$..
- Nghiệm của tam thức bậc hai là nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$

Ví dụ 1. Tìm biệt thức và nghiệm của các tam thức bậc hai sau:

a) $f(x) = x^2 - 3x + 2$.
b) $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$.
c) $f(x) = 2x^2 - 3x$.
d) $f(x) = -x^2 - 2\sqrt{2}x - 4$.
e) $f(x) = -3x^2 - 2x + 2$.
f) $f(x) = -x^2 + 4$.

Ví dụ 2. Tìm biệt thức và nghiệm (nếu có) của các tam thức bậc hai sau:

a) $f(x) = x^2 - 2mx + m^2 - 1$.
b) $f(x) = x^2 - (2m+1)x + m^2 + m$.
c) $f(x) = x^2 + mx - 1$.
d) $f(x) = (m^2+1)x^2 - 3mx - 1$.

Ví dụ 3. Tìm các giá trị của tham số m để

a) $f(x) = (2m-8)x^2 + 2mx + 1$ là một tam thức bậc hai;

b) $f(x) = (2m+3)x^2 + 3x - 4m^2$ là một tam thức bậc hai có $x = 3$ là một nghiệm;

c) $f(x) = 2x^2 + mx - 3$ dương tại $x = 2$.

KN 2 Xét dấu tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$, với $a \neq 0$

- Tìm nghiệm $ax^2 + bx + c = 0 \quad (1)$.
- Tùy thuộc vào số nghiệm của (1), ta lựa chọn bảng xét dấu phù hợp.

CHÚ Ý

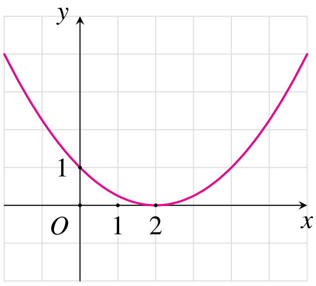
Ghi nhớ ngắn gọn: Nếu $\Delta \leq 0$ thì cùng dấu a; Nếu $\Delta > 0$ thì "trong trái, ngoài cùng".

Ví dụ 4. Xét dấu của các tam thức sau

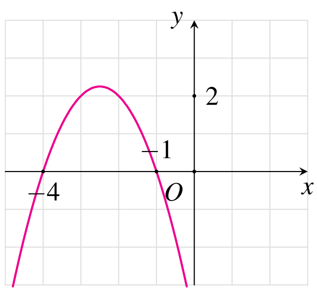
a) $3x^2 - 2x + 1$.   b) $-x^2 + 4x + 5$.   c) $4x^2 + 4x + 1$.

d) $2x^2 - 6x + \dfrac{9}{2}$.   e) $3x^2 - 2x - 8$.   f) $-x^2 + 2x - 1$.

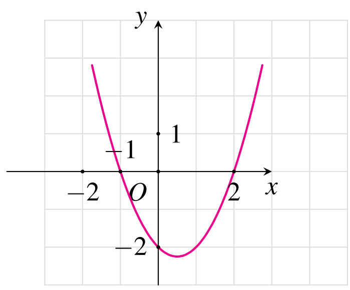
Ví dụ 5. Tìm nghiệm và lập bảng xét dấu của tam thức bậc hai $f(x)$ với đồ thị được cho ở mỗi hình



a)



b)



c)

C BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1 Cho tam thức bậc hai $f(x) = 3x^2 + 4x - 7$.

a) Tính biệt thức và nghiệm (nếu có) của $f(x)$.

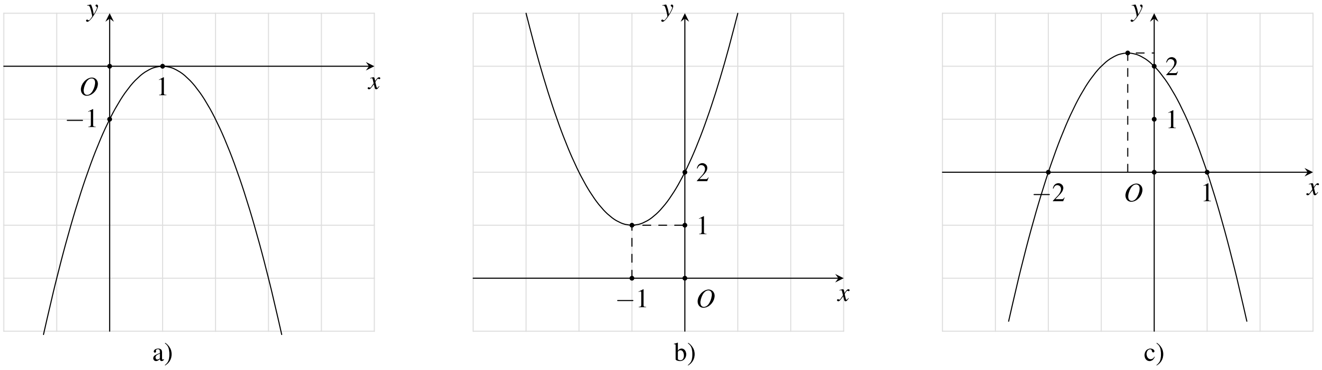
b) Xác định dấu của $f(x)$ tại $x = 0$ và $x = 3$.

2 Xét dấu của mỗi tam thức bậc hai sau

a) $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$;   b) $f(x) = 9x^2 + 6x + 1$;   c) $f(x) = 2x^2 - 3x + 10$;

d) $f(x) = -5x^2 + 2x + 3$;   e) $f(x) = -4x^2 + 8x - 4$;   f) $f(x) = -3x^2 + 3x - 1$.

3 Tìm nghiệm và lập bảng xét dấu của tam thức bậc hai $f(x)$ ứng với đồ thị hàm số $y = f(x)$ được cho ở mỗi hình sau.



4 Tìm các giá trị của tham số m để biểu thức $f(x) = (m^2 - 1)x^2 + 3mx - 6$ là một tam thức bậc hai có $x = 2$ là một nghiệm.

5 Tìm các giá trị của tham số m để

a) $f(x) = (m+1)x^2 + 5x + 2$ là tam thức bậc hai không đổi dấu trên $\mathbb{R}$;

b) $f(x) = mx^2 - 7x + 4$ là tam thức bậc hai âm với mọi $x \in \mathbb{R}$;

c) $f(x) = 3x^2 - 4x + (3m - 1)$ là tam thức bậc hai dương với mọi $x \in \mathbb{R}$;

d) $f(x) = (m^2 + 1)x^2 - 3mx + 1$ là tam thức bậc hai âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Biểu thức nào sau đây là một tam thức bậc hai đối với x?

A. $f(x) = 2x^2 - \sqrt{3}$. **B.** $f(x) = 2x - 1$. **C.** $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x}$. **D.** $f(x) = \dfrac{x^2 - x + 1}{x + 2}$.

Câu 2. Cho $f(x) = x^2 - 2x + 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(2) = 3$. **B.** $f(4) = 5$. **C.** $f(3) = 4$. **D.** $f(0) = 2$.

Câu 3. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai. **B.** $f(x) = x^4 - x^2 + 1$ là tam thức bậc hai.
C. $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$ là tam thức bậc hai. **D.** $f(x) = 2x - 4$ là tam thức bậc hai.

Câu 4. Với giá trị tùy ý của m, biểu thức nào sau đây là một tam thức bậc hai đối với x?

A. $f(x) = (m+1)x^2 - 1$. **B.** $f(x) = mx^2 + 3x + 1$.
C. $f(x) = \left(m^2 - 1\right)x^2 + 2x + m - 1$. **D.** $f(x) = \left(-m^2 - 1\right)x^2 + (2m - 5)x - 2017$.

Câu 5. Cho $f(x) = (m-1)x^2 + 3mx - 2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x)$ là tam thức bậc hai với ẩn x.

A. $m < 1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m \neq 1$. **D.** $m > 1$.

Câu 6. Cho $f(x) = x^2 + 2mx + m^2 - m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x)$ là tam thức bậc hai dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m < 1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m > 0$. **D.** $m = 0$.

Câu 7. Cho $f(x) = (m^2 + 2)x^2 + 3mx - m^2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(1) > 0$.

A. $m > -2$. **B.** $m > -\dfrac{2}{3}$. **C.** $m > \dfrac{2}{3}$. **D.** $m > -\dfrac{3}{2}$.

Câu 8. Cho $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có bảng xét dấu như hình bên dưới

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $f(0) < 0$. **B.** $f(\pi) < 0$. **C.** $f(3+\sqrt{2}) < 0$. **D.** $f(2020) < 0$.

Câu 9. Cho $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có bảng xét dấu như hình bên dưới

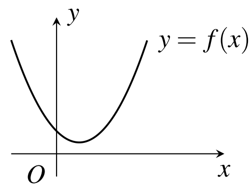
x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $f(x) < 0,\ \forall x \in (1;2)$. **B.** $f(x) > 0,\ \forall x < 1$.
C. $f(x) > 0,\ \forall x > 2$. **D.** $f(x) \leq 0,\ \forall x \in (1;2)$.

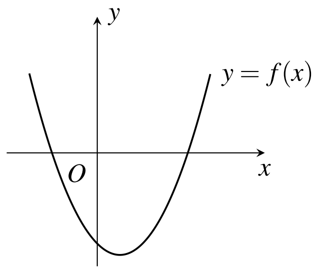
Câu 10. Cho hình vẽ bên, biết $f(x) = ax^2 + bx + c$ và $\Delta = b^2 - 4ac$. Xác định dấu của a và Δ.

A. $a > 0,\ \Delta < 0$. **B.** $a < 0,\ \Delta < 0$.
C. $a > 0,\ \Delta > 0$. **D.** $a > 0,\ \Delta = 0$.



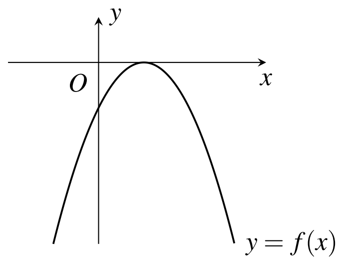
Câu 11. Cho hình vẽ bên, biết $f(x) = ax^2 + bx + c$ và $\Delta = b^2 - 4ac$. Xác định dấu của a và Δ.

A. $a > 0,\ \Delta < 0$. **B.** $a < 0,\ \Delta < 0$.
C. $a > 0,\ \Delta > 0$. **D.** $a > 0,\ \Delta = 0$.



Câu 12. Cho hình vẽ bên, biết $f(x) = ax^2 + bx + c$ và $\Delta = b^2 - 4ac$. Xác định dấu của a và Δ.

A. $a < 0,\ \Delta = 0$. **B.** $a < 0,\ \Delta < 0$.
C. $a > 0,\ \Delta > 0$. **D.** $a > 0,\ \Delta = 0$.



Câu 13. Cho tam thức bậc hai $f(x)$ có bảng xét dấu như hình bên dưới

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hỏi $f(x)$ là biểu thức nào sau đây?

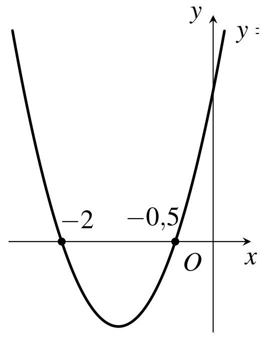
A. $f(x) = x^2 - 2x - 3$. **B.** $f(x) = x^2 - 2x + 3$.
C. $f(x) = 2x - 1$. **D.** $f(x) = -x^2 - 2x - 3$.

Câu 14. Bảng xét dấu sau là của biểu thức nào?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

A. $f(x) = x^2 + 3x + 2$.
B. $f(x) = -(x-1)(x-2)$.
C. $f(x) = -x^2 - 3x + 2$.
D. $f(x) = x^2 - 3x + 2$.

Câu 15. Tìm bảng xét dấu của tam thức bậc hai có đồ thị $y = f(x)$ tương ứng như hình bên



A.

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$+$	

B.

x	$-\infty$		-0.5		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

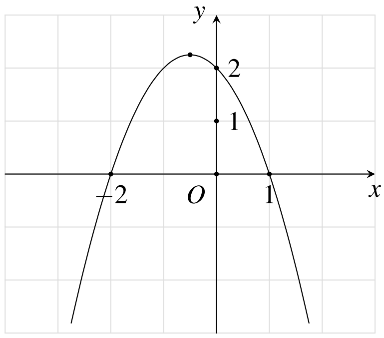
C.

x	$-\infty$		-2		0.5		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D.

x	$-\infty$		-2		-0.5		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Câu 16. Tìm bảng xét dấu của tam thức bậc hai có đồ thị $y = f(x)$ tương ứng như hình bên



c)

A.

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

B.

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

C.

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

D.

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Câu 17. Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của biểu thức $f(x) = -x^2 + 14x - 49$?

A.

x	$-\infty$		7		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$+$	

B.

x	$-\infty$		7		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

C.

x	$-\infty$		7		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	

D.

x	$-\infty$		7		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

Câu 18. Bảng xét dấu nào sau đây là của tam thức $f(x) = x^2 + 12x + 36$?

A.

x	$-\infty$		-6		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	

B.

x	$-\infty$		-6		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$+$	

C.

x	$-\infty$		-6		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

D.

x	$-\infty$		-6		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

—HẾT—

§2. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Bất phương trình bậc hai

Định nghĩa: Bất phương trình bậc hai ẩn x là bất phương trình có dạng $ax^2+bx+c>0$ (hoặc $ax^2+bx+c\geq 0, ax^2+bx+c<0, ax^2+bx+c\leq 0$), trong đó a,b,c là những số thực đã cho và $a\neq 0$.

- Số thực x_0 gọi là một nghiệm của bất phương trình bậc hai $ax^2+bx+c>0$, nếu $ax_0^2+bx_0+c>0$. Tập hợp gồm tất cả các nghiệm của bất phương trình bậc hai $ax^2+bx+c>0$ gọi là tập nghiệm của bất phương trình này.
- Giải một bất phương trình bậc hai là tìm tập nghiệm của nó.

Một số kết quả cần nhớ: Cho tam thức bậc hai ax^2+bx+c, với $a\neq 0$.

① $ax^2+bx+c>0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta<0. \end{cases}$

② $ax^2+bx+c<0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ \Delta<0. \end{cases}$

③ $ax^2+bx+c\geqslant 0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta\leqslant 0. \end{cases}$

④ $ax^2+bx+c\leqslant 0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ \Delta\leqslant 0. \end{cases}$

B RÈN LUYỆN KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

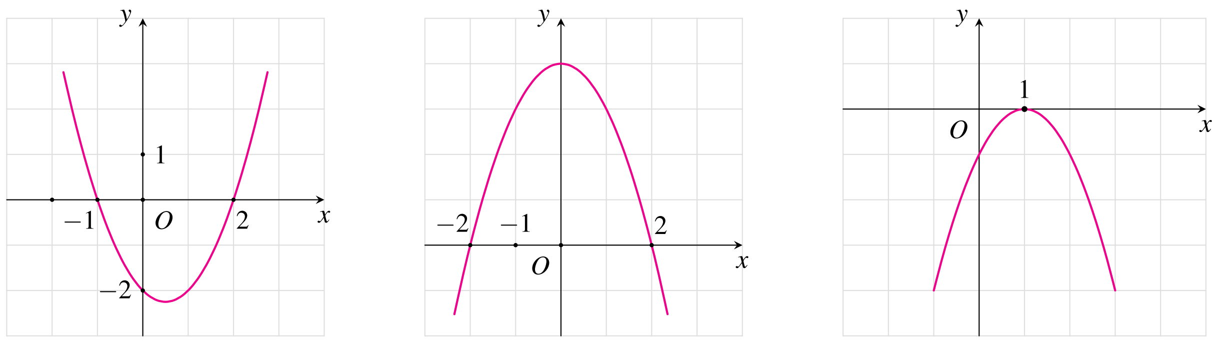
KN 1 Giải bất phương trình bậc hai

① Tìm nghiệm của tam thức bậc hai;

① Lập bảng xét dấu;

① Chọn khoảng (đoạn, nửa khoảng) nghiệm tương ứng với yêu cầu đề bài.

Ví dụ 1. Tìm nghiệm của bất phương trình $ax^2+bx+c>0$, với đồ thị $f(x)=ax^2+bx+c$ được cho ở mỗi hình bên:



a) b) c)

Ví dụ 2. Giải các bất phương trình sau

a) $-3x^2+2x+1<0$.

b) $x^2+x-12\geq 0$.

c) $-x^2+x+6\leq 0$.

d) $-x^2+x-5<0$

e) $x^2-2x-4>0$

f) $4x^2+4x+1>0$

Ví dụ 3. Tìm tập xác định của các hàm số sau

a) $y=\sqrt{x^2-x-2}$;

b) $y=\dfrac{1}{\sqrt{-x^2+4x-2}}+\sqrt{x-1}$.

KN 2 Bất phương trình bậc hai chứa tham số

Ví dụ 4. Tìm giá trị của tham số m để

a) $x=\dfrac{5}{2}$ là một nghiệm của bất phương trình $4x^2+2mx-5m\leq 0$;

b) $x=m+1$ là một nghiệm của bất phương trình $2x^2+2mx-m^2-2<0$.

Ví dụ 5. Tìm các giá trị của tham số m để

a) $x^2-2x+m\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}$.

b) $x^2-2mx+4-3m>0, \forall x\in\mathbb{R}$.

c) $-x^2-2(2m-1)x+1-2m\leq 0, \forall x\in\mathbb{R}$.

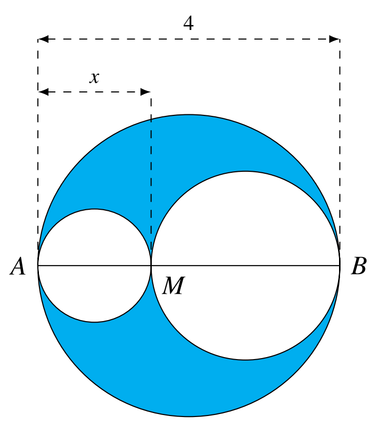
d) $-2x^2+2(m-2)x+m-2<0, \forall x\in\mathbb{R}$.

KN 3 Vận dụng thực tiễn

Ví dụ 6. Độ cao so với mặt đất của một quả bóng được ném lên theo phương thẳng đứng được mô tả bởi hàm số bậc hai $h(t)=-4,9t^2+20t+1$, ở đó độ cao $h(t)$ tính bằng mét và thời gian t tính bằng giây. Trong khoảng thời điểm nào trong quá trình bay của nó, quả bóng sẽ ở độ cao trên 5 m so với mặt đất?

Ví dụ 7. Một vật được ném theo phương thẳng đứng xuống dưới từ độ cao 320 m với vận tốc ban đầu $v_Q=20$ m/s. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu giây, vật đó cách mặt đất không quá 100 m ? Giả thiết rằng sức cản của không khí là không đáng kể.

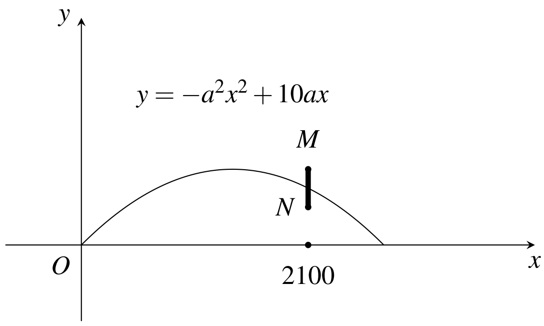
Ví dụ 8.
Xét đường tròn đường kính $AB=4$ và một điểm M di chuyển trên đoạn AB, đặt $AM=x$. Xét hai đường tròn đường kính AM và MB. Kí hiệu $S(x)$ là diện tích phần hình phẳng nằm trong hình tròn lớn và nằm ngoài hai hình tròn nhỏ. Xác định các giá trị của x để diện tích $S(x)$ không vượt quá một nửa tổng diện tích hai hình tròn nhỏ.



Ví dụ 9. Để xây dựng phương án kinh doanh cho một loại sản phẩm, doanh nghiệp tính toán lợi nhuận y (đồng) theo công thức sau $y=-200x^2+92000x-8400000$, trong đó x là số sản phẩm được bán ra. Cho biết doanh nghiệp có lãi khi nào, bị lỗ khi nào.

Ví dụ 10.

Một tình huống trong huấn luyện pháo binh được mô tả như sau: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, khẩu đại bác được biểu thị bằng điểm $O(0;0)$ và bia mục tiêu được biểu thị bằng đoạn thẳng MN với $M(2100;25)$ và $N(2100;15)$ (Hình 29). Xạ thủ cần xác định parabol $y=-a^2x^2+10ax$ $(a>0)$ mô tả quỹ đạo chuyển động của viên đạn sao cho viên đạn bắn ra từ khẩu đại bác phải chạm vào bia mục tiêu. Tìm giá trị lớn nhất của a để xạ thủ đạt được mục đích trên.



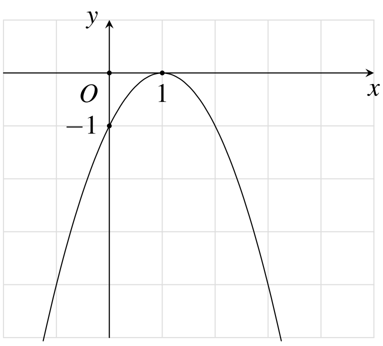
C BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1 Xét dấu của mỗi tam thức bậc hai sau

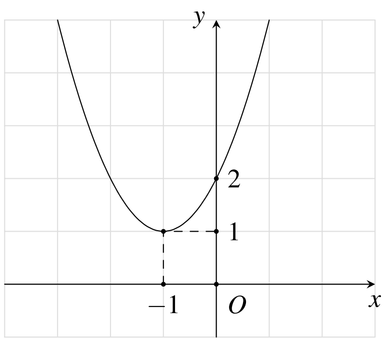
a) $f(x)=3x^2-4x+1$; b) $f(x)=9x^2+6x+1$; c) $f(x)=2x^2-3x+10$;

d) $f(x)=-5x^2+2x+3$; e) $f(x)=-4x^2+8x-4$; f) $f(x)=-3x^2+3x-1$.

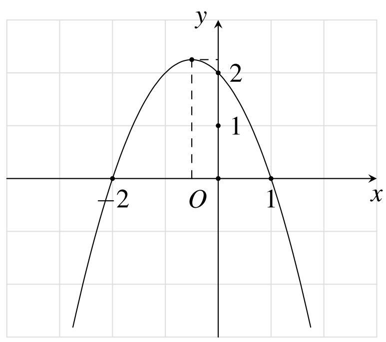
2 Tìm nghiệm và lập bảng xét dấu của tam thức bậc hai $f(x)$ ứng với đồ thị hàm số $y=f(x)$ được cho ở mỗi hình sau.



a)



b)



c)

3 Giải các bất phương trình sau:

a) $x^2-3x+2<0$ b) $6x^2+x-1\le 0$

c) $-9x^2+6x-1>0$. d) $12-x-x^2\ge 0$.

4 Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để

a) phương trình $2x^2+2(m+2)x+3+4m+m^2=0$ có nghiệm.

b) phương trình $x^2-(m+1)x+1=0$ vô nghiệm.

c) phương trình $x^2+2(m+1)x+9m-5=0$ có hai nghiệm phân biệt.

5 Tìm tất cả các giá trị của tham số m để

a) $x^2-mx-m\ge 0, \forall x\in\mathbb{R}$.

b) $-x^2+(2m-1)x+m<0, \forall x\in\mathbb{R}$.

c) $(m+2)x^2+2(m+2)x+m+3\ge 0, \forall x\in\mathbb{R}$.

d) $(3m+1)x^2-(3m+1)x+m+4\ge 0, \forall x\in\mathbb{R}$.

6 Một quả bóng được ném thẳng lên từ độ cao h_0 (m) với vận tốc v_0 (m/s). Độ cao của bóng so với mặt đất (tính bằng mét) sau t (s) được cho bởi hàm số $h(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + h_0$ với $g = 10\,\text{m/s}^2$ là gia tốc trọng trường.

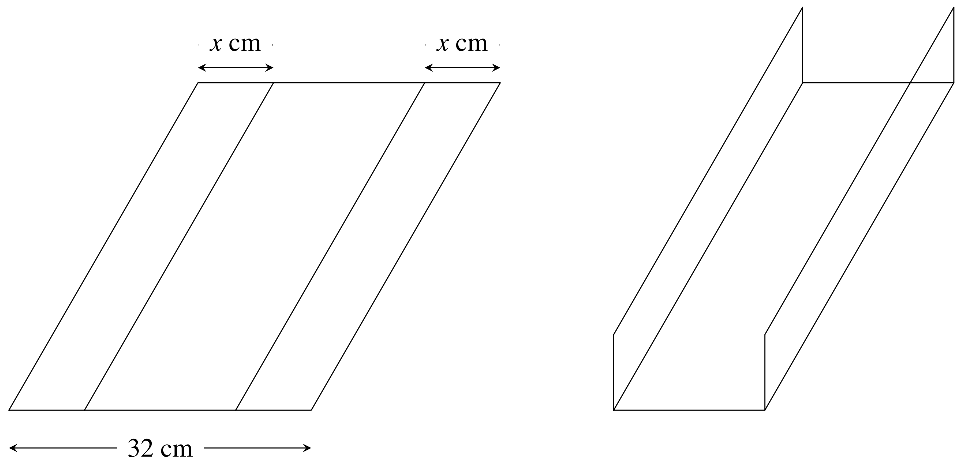
a) Tính h_0 và v_0 biết độ cao của quả bóng sau 0,5 giây và 1 giây lần lượt là 4,75 m và 5 m.

b) Quả bóng có thể đạt được độ cao trên 4 m không? Nếu có thì trong thời gian bao lâu?

c) Cũng ném từ độ cao h_0 như trên, nếu muốn độ cao của bóng sau 1 giây trong khoảng từ 2 m đến 3 m thì vận tốc ném bóng v_0 cần là bao nhiêu?

Đáp số làm tròn đến hàng phần trăm.

7 Bác Dũng muốn uốn tấm tôn phẳng có dạng hình chữ nhật với bề ngang 32 cm thành một rãnh dẫn nước bằng cách chia tấm tôn đó thành ba phần rồi gấp hai bên lại theo một góc vuông (Hình bên dưới).



Để đảm bảo kĩ thuật, diện tích mặt cắt ngang của rãnh dẫn nước phải lớn hơn hoặc bằng 120 cm^2.

8 Tổng chi phí T (đơn vị tính: nghìn đồng) để sản xuất Q sản phẩm được cho bởi biểu thức $T = Q^2 + 30Q + 3300$; giá bán của 1 sản phẩm là 170 nghìn đồng. Số sản phẩm được sản xuất trong khoảng nào để đảm bảo không bị lỗ (giả thiết các sản phẩm được bán hết)?

9 Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách du lịch như sau:
50 khách đầu tiên có giá là 300 000 đồng/người. Nếu có nhiều hơn 50 người đăng kí thì cứ có thêm 1 người, giá vé sẽ giảm 5 000 đồng/người cho toàn bộ hành khách.

a) Gọi x là số lượng khách từ người thứ 51 trở lên của nhóm. Biểu thị doanh thu theo x.

b) Số người của nhóm khách du lịch nhiều nhất là bao nhiêu thì công ty không bị lỗ? Biết rằng chi phí thực sự cho chuyến đi là 15 080 000 đồng.

10 Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định tổng chi phí để sản xuất Q sản phẩm là $Q^2 + 180Q + 140000$ (nghìn đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 1200 nghìn đồng.

a) Xác định lợi nhuận xí nghiệp thu được sau khi bán hết Q sản phẩm đó, biết rằng lợi nhuận là hiệu của doanh thu trừ đi tổng chi phí để sản xuất.

b) Xí nghiệp sản xuất bao nhiêu sản phẩm thì hòa vốn?

c) Xí nghiệp cần sản xuất số sản phẩm là bao nhiêu để không bị lỗ?

11 Một công ty đồ gia dụng sản xuất bình đựng nước thấy rằng khi đơn giá của bình đựng nước là x nghìn đồng thì doanh thu R (tính theo đơn vị nghìn đồng) sẽ là $R(x) = -560x^2 + 50000x$.

a) Theo mô hình doanh thu này, thì đơn giá nào là quá cao dẫn đến doanh thu từ việc bán bình đựng nước bằng 0 (tức là sẽ không có người mua)?

b) Với khoảng đơn giá nào của bình đựng nước thì doanh thu từ việc bán bình đựng nước vượt mức 1 tỉ đồng?

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tập hợp $T = (-1;3)$ là tập nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

A. $-x^2+2x+3<0$. **B.** $3x^2-2x-1>0$. **C.** $x^2+2x-3<0$. **D.** $x^2-2x-3<0$.

Câu 2. Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của biểu thức $f(x) = -x^2+14x-49$?

A.

x	$-\infty$		7		$+\infty$
$f(x)$		+	0	+	

B.

x	$-\infty$		7		$+\infty$
$f(x)$		+	0	−	

C.

x	$-\infty$		7		$+\infty$
$f(x)$		−	0	−	

D.

x	$-\infty$		7		$+\infty$
$f(x)$		−	0	+	

Câu 3. Điều kiện cần và đủ để bất phương trình $ax^2+bx+c>0$, $(a \neq 0)$ vô nghiệm là gì?

A. $\begin{cases} a<0 \\ \Delta>0. \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} a<0 \\ \Delta\le 0. \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} a>0 \\ \Delta\le 0. \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} a<0 \\ \Delta<0. \end{cases}$

Câu 4. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $-5x^2+4x+12>0$.

A. $\left(-\infty;-\dfrac{6}{5}\right)\cup(2;+\infty)$. **B.** $\left(-2;\dfrac{6}{5}\right)$.

C. $\left(-\dfrac{6}{5};2\right)$. **D.** $(-\infty;-2)\cup\left(\dfrac{6}{5};+\infty\right)$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{2x^2-5x-2}$ là

A. $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right]$. **B.** $[2;+\infty)$.

C. $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right]\cup[2;+\infty)$. **D.** $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

Câu 6. Bất phương trình nào dưới đây có tập nghiệm là $\mathbb{R}$?

A. $x^2+5x-7<0$. **B.** $-x^2+x-5<0$.

C. $x^2-4x+4>0$. **D.** $-2x^2+9x-13>0$.

Câu 7. Tam thức bậc hai x^2-5x-6 luôn dương khi

A. $x<-1$ hoặc $x>6$. **B.** $-1<x<6$. **C.** $x\le -1$ hoặc $x\ge 6$. **D.** $-1\le x\le 6$.

Câu 8. Tam thức bậc hai $-x^2+5x-4$ không âm khi

A. $x<1$ hoặc $x>4$. **B.** $1<x<4$. **C.** $x\le 1$ hoặc $x\ge 4$. **D.** $1\le x\le 4$.

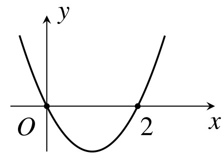
Câu 9. Có bao nhiêu số nguyên x để biểu thức $f(x)=(3x^2+x-2)^2-(x^2-x-7)^2$ luôn âm?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 10. Gọi S là tập hợp nghiệm nguyên của bất phương trình $x^2-x-6\le 0$. Hãy chọn câu đúng.

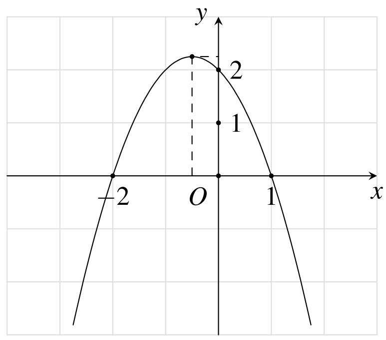
A. $S\subset(-2;3)$. **B.** $S=(-2;3)$. **C.** $S=(-2;3]$. **D.** $S\subset(-3;4)$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $ax^2 + bx + c \leq 0$.



A. $(-\infty;0) \cup (2;+\infty)$.
B. $[0;2]$.
C. $(-\infty;0] \cup [2;+\infty)$.
D. $(0;2)$.

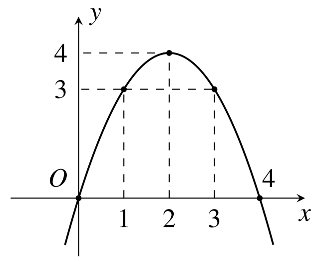
Câu 12. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $ax^2 + bx + c \geq 0$.



c)

A. $(-\infty;-2) \cup (1;+\infty)$.
B. $(-\infty;-2] \cup [1;+\infty)$.
C. $[-2;1]$.
D. $(0;2)$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $ax^2 + bx + c \geq 3$.



A. $[3;+\infty)$.
B. $[1;3]$.
C. $[0;4]$.
D. $[0;2]$.

Câu 14. Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số xác định trên $\mathbb{R}$, có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$g(x)$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	

Khi đó tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{f(x)}{g(x)} \geq 0$ là

A. $[1;2]$.
B. $[1;2) \cup (3;+\infty)$.
C. $[1;2) \cup [3;+\infty)$.
D. $[1;2] \cup (3;+\infty)$.

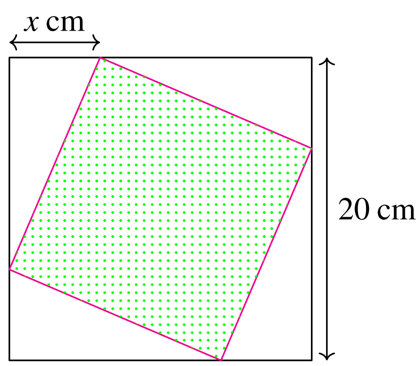
Câu 15. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tam thức bậc hai $f(x) = -2x^2 - (m+2)x + m^2 - m - 1$ luôn âm trên $\mathbb{R}$?

A. 4.
B. 3.
C. 2.
D. 1.

Câu 16. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để $-2x^2 + (m+2)x + m - 4 < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m < -14$ hoặc $m > 2$.
B. $-14 \leq m \leq 2$.
C. $-2 < m < 14$.
D. $-14 < m < 2$.

Câu 17. Xét một hình vuông lớn có kích thước 20×20. Từ hình vuông lớn, người ta cắt ra một hình vuông nhỏ như hình bên (*các đỉnh hình vuông nhỏ nằm trên cạnh hình vuông lớn*). Tìm tập hợp các giá trị của x để diện tích hình vuông nhỏ không vượt quá 208.



A. $8 \leq x \leq 12$.
B. $6 \leq x \leq 14$.
C. $12 \leq x \leq 14$.
D. $12 \leq x \leq 18$.

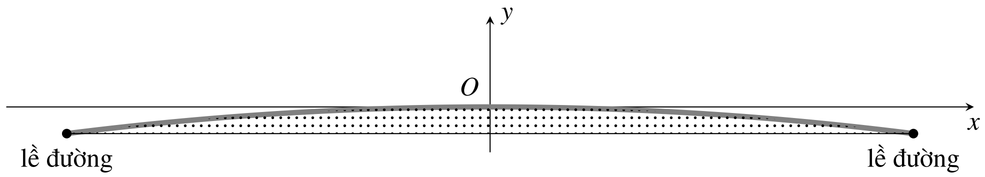
Câu 18. Kim muôn trồng một vườn hoa trên mảnh đât hình chữ nhật và làm hàng rào bao quanh. Kim chỉ có đủ vật liệu để làm 30 m hàng rào nhưng muốn diện tích vườn hoa ít nhất là 50 m^2. Hỏi chiều rộng của vườn hoa nằm trong khoảng nào?

A. $[8;12]$. **B.** $[3;7]$. **C.** $[5;10]$. **D.** $[10;15]$.

Câu 19. Một quả bóng được ném thẳng lên từ độ cao $1,6$ m so với mặt đất với vận tốc 10 m/s. Độ cao của bóng so với mặt đất (tính bằng mét) sau t giây được cho bởi hàm số $h(t) = -4,9t^2 + 10t + 1,6$. Hỏi bóng ở độ cao trên 5 m trong khoảng thời gian bao lâu? Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

A. 1,5 giây. **B.** 0,98 giây. **C.** 1,18 giây. **D.** 1,35 giây.

Câu 20. Mặt căt ngang của mặt đường thường có dạng hình parabol đê nước mưa dê dàng thoát sang hai bên. Mặt cắt ngang của một con đường được mô tả bằng hàm số $y = -0,006x^2$ với gốc toạ độ đặt tại tim đường và đơn vị đo là mét như hình bên dưới.



Với chiều rộng của đường như thế nào thì tim đường cao hơn lề đường không quá 15 cm ?

A. 12 m. **B.** 8 m. **C.** 10 m. **D.** 15 m.

—HẾT—

§3. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

A RÈN LUYỆN KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

KN 1 Giải phương trình dạng $\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{dx^2+ex+f}$

Phương pháp giải:

- Bình phương hai vế của phương trình (làm mất căn thức), ta được
$$ax^2+bx+c=dx^2+ex+f$$
Chuyển vế, thu gọn ta được phương trình bậc hai. Giải phương trình này, tìm nghiệm.
- Thay từng nghiệm vừa tìm được vào phương trình ban đầu. Nghiệm nào thoả mãn thì nhận; nghiệm nào **không** thoả thì loại.
- Kết luận nghiệm của phương trình đã cho.

Ví dụ 1. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{5x^2-28x-29}=\sqrt{x^2-5x+6}$;

b) $\sqrt{6x^2-22x+14}=\sqrt{4x^2-11x-1}$;

c) $\sqrt{-x^2+x+17}=\sqrt{x^2-12x+2}$;

d) $\sqrt{x^2-6x-4}=\sqrt{x-4}$.

e) $\sqrt{2x^2+3x+1}-\sqrt{x^2+4x+3}=0$.

f) $\sqrt{2x^2+3x-2}-\sqrt{x^2+x+6}=0$;

KN 2 Giải phương trình dạng $\sqrt{ax^2+bx+c}=dx+e$

Phương pháp giải:

- Bình phương hai vế của phương trình (làm mất căn thức), ta được
$$ax^2+bx+c=(dx+e)^2$$
Chuyển vế, thu gọn ta được phương trình bậc hai. Giải phương trình này, tìm nghiệm.
- Thay từng nghiệm vừa tìm được vào phương trình ban đầu. Nghiệm nào thoả mãn thì nhận; nghiệm nào **không** thoả thì loại.
- Kết luận nghiệm của phương trình đã cho.

Ví dụ 2. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{2x^2+3x-1}=x+3$.

b) $\sqrt{2x^2-3x-1}=3x+5$.

c) $\sqrt{69x^2-52x+4}=-6x+4$;

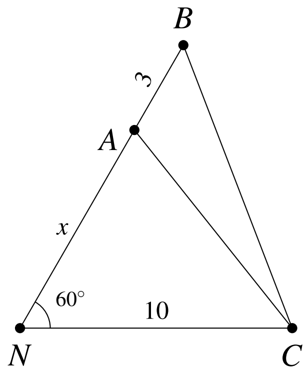
d) $\sqrt{-x^2-4x+22}=-2x+5$;

e) $\sqrt{-7x^2-60x+27}+3(x-1)=0$;

f) $\sqrt{3x^2-9x-5}+2x=5$.

KN 3 Vận dụng, thực tiễn

Ví dụ 3.
Khoảng cách từ nhà An ở vị trí N đến cột điện C là 10 m. Từ nhà, An đi x mét theo phương tạo với NC một góc 60° đến vị trí A sau đó đi tiếp 3 m đến vị trí B như hình bên.



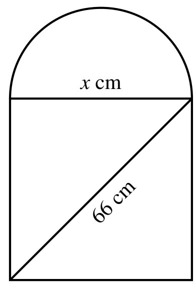
a) Biểu diễn khoảng cách AC và BC theo x.

b) Tìm x để $AC = \dfrac{8}{9}BC$.

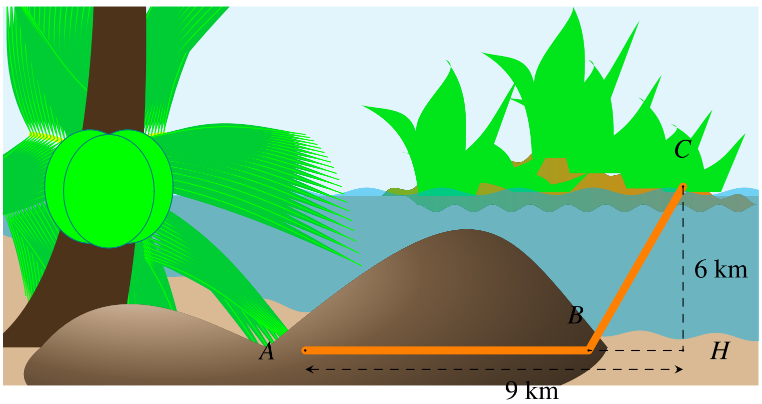
c) Tìm x đề khoảng cách $BC = 2AN$.

Lưu ý: Đáp số làm tròn đến hàng phần mười.

Ví dụ 4.
Mặt cắt đứng của cột cây số trên quốc lộ có dạng nửa hình tròn ở phía trên và phía dưới có dạng hình chữ nhật (xem hình bên). Biết rằng đường kính của nửa hình tròn cũng là cạnh phía trên của hình chữ nhật và đường chéo của hình chữ nhật có độ dài 66 cm. Tìm kích thước của hình chữ nhật, biết rằng diện tích của phần nửa hình tròn bằng 0,3 lần diện tích của phần hình chữ nhật. Lấy $\pi = 3,14$ và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai.



Ví dụ 5. Một công ty muốn làm một đường ống dẫn từ một điểm A trên bờ đến một điểm C trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6 km. Để thực hiện, công ty dự định xây dựng phần đường ống trên bờ từ A đến B và đường ống dưới nước từ B đến C (hình vẽ).



Biết giá để xây đường ống trên bờ là 50.000USD mỗi km, và 130.000USD mỗi km để xây dưới nước. Xác định đoạn đường từ A đến B để tổng chi phí xây dựng lắp đặt từ A đến C khoảng 1.170.000 USD.

B BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1 Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{2x^2 - 3x - 1} = \sqrt{2x + 3}$.

b) $\sqrt{4x^2 - 6x - 6} = \sqrt{x^2 - 6}$.

c) $\sqrt{x + 9} = 2x - 3$.

d) $\sqrt{-x^2 + 4x - 2} = 2 - x$.

e) $\sqrt{2-x}+2x=3$

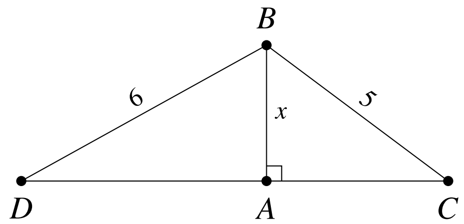
f) $\sqrt{-x^2+7x-6}+x=4$

2 Cho tam giác ABC và ABD cùng vuông tại A như hình bên với $AB=x$, $BC=5$ và $BD=6$.

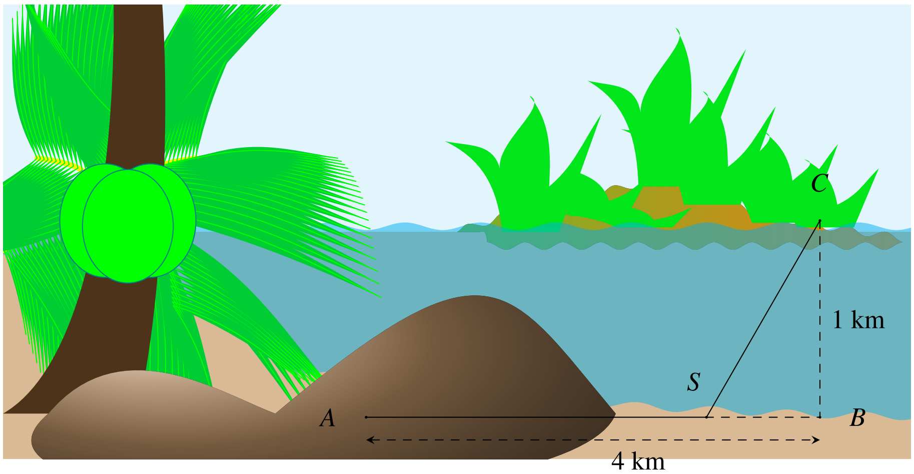
a) Biểu diễn độ dài cạnh AC và AD theo x.

b) Tìm x để chu vi của tam giác ABC là 12 .

c) Tìm x để $AD=2AC$.

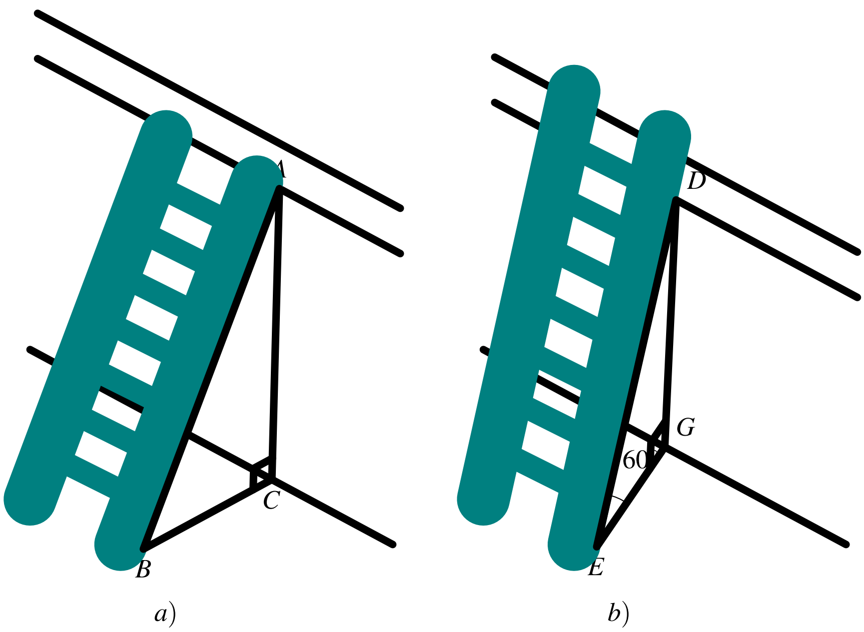


3 Một kĩ sư thiết kế đường dây điện từ vị trí A đến vị trí S và từ vị trí S đến vị trí C trên cù lao như hình bên.



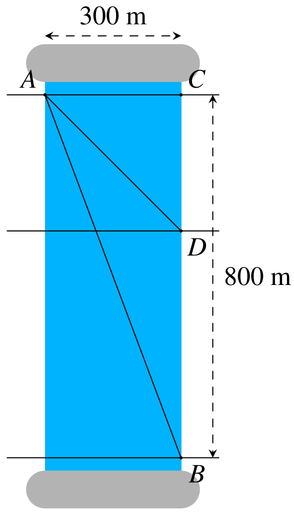
Tiền công thiết kế mỗi ki-lô-mét đường dây từ A đến S và từ S đến C lần lượt là 3 triệu đồng và 5 triệu đồng. Biết tổng số tiền công là 16 triệu đồng. Tính tổng số ki-lô-mét đường dây đã thiết kế.

4 Để leo lên một bức tường, bác Nam dùng một chiếc thang có chiều dài cao hơn bức tường đó 1 m. Ban đầu, bác Nam đặt chiếc thang mà đầu trên của chiếc thang đó vừa chạm đúng vào mép trên bức tường (Hình 33a). Sau đó, bác Nam dịch chuyển chân thang vào gần chân tường thêm $0,5$ m thì bác Nam nhận thấy thang tạo với mặt đất một góc 60° (Hình 33b). Bức tường cao bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



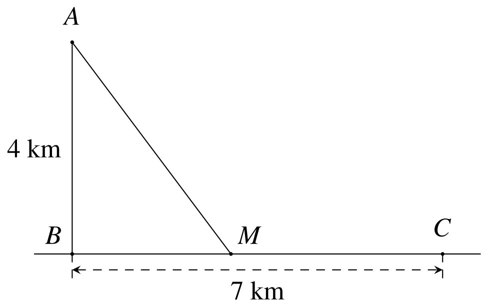
Hình 33

5 Một người đứng ở điểm A trên một bờ sông rộng 300 m, chèo thuyền đến vị trí D, sau đó chạy bộ đến vị trí B cách C một khoảng 800 m như Hình 34. Vận tốc chèo thuyền là 6 km/h, vận tốc chạy bộ là 10 km/h và giả sử vận tốc dòng nước không đáng kể. Tính khoảng cách từ vị trí C đến D, biết tổng thời gian người đó chèo thuyền và chạy bộ từ A đến B là 7,2 phút.



Hình 34

6 Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng cách $AB = 4$ km. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7 km. Người canh hải đăng có thể chèo thuyền từ A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 3 km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 5 km/h như Hình 35 . Tính khoảng cách từ vị trí B đến M, biết thời gian người đó đi từ A đến C là 148 phút.



Hình 35

Chương 8

ĐẠI SỐ TỔ HỢP

§1. QUY TẮC CỘNG VÀ QUY TẮC NHÂN

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Quy tắc cộng và sơ đồ hình cây

Quy tắc cộng:

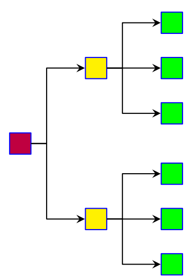
Giả sử một công việc được hoàn thành bởi một trong **hai** phương án khác nhau:

- Phương án 1 có n_1 cách thực hiện;
- Phương án 2 có n_2 cách thực hiện không trùng với bất kỳ cách nào của hành động thứ nhất.

Khi đó, số cách thực hiện công việc là $n_1 + n_2$ cách.

Sơ đồ hình cây:

Là sơ đồ bắt đầu tại một nút duy nhất với các nhánh tỏa ra các nút bổ sung. Trong các bài toán đếm, ta thường dùng sơ đồ hình cây để minh họa, giúp cho việc đếm thuận tiện và không bỏ sót trường hợp.



2. Quy tắc nhân

Quy tắc nhân:

Giải sử một công việc được hoàn thành bởi **hai** công đoạn **liên tiếp** nhau:

- Công đoạn 1 có m_1 cách thực hiện,
- Với mỗi cách thực hiện công đoạn 1, có m_2 cách thực hiện công đoạn 2.

Khi đó, số cách thực hiện công việc là $m_1 \cdot m_2$ cách.

Lưu ý: Quy tắc nhân áp dụng để tính số cách thực hiên công việc có nhiều công đoạn, các công đoạn nối tiếp nhau và những công đoạn này độc lập nhau.

B RÈN LUYỆN KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

KN 1 Quy tắc cộng và sơ đồ hình cây

Ví dụ 1. Bạn Hương có 3 chiếc quần khác màu lần lượt là xám, đen, nâu nhạt và 4 chiếc áo sơ mi cũng khác màu lần lượt là hồng, vàng, xanh, tím. Hãy vẽ sơ đồ hình cây biểu thị số cách chọn:

a) 1 chiếc quần; b) 1 chiếc áo sơ mi; c) 1 bộ quần áo.

Ví dụ 2. Có ba cái hộp, hộp thứ nhất chứa 2 quả cầu dán nhãn A, B; Hộp thứ hai chứa 3 quả cầu dán nhãn a, b, c; Hộp thứ ba có 2 quả cầu dán nhãn 1, 2. Từ mỗi hộp lấy ra ngẫu nhiên một quả cầu.

a) Hãy vẽ sơ đồ hình cây để thể hiện tất cả các kết quả có thể xảy ra.

b) Có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra?

Ví dụ 3. Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau bằng bao nhiêu?

KN 2 Quy tắc nhân

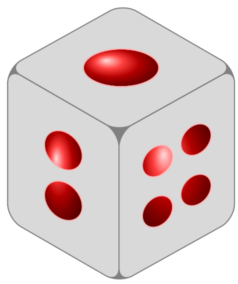
Ví dụ 4. Hằng ngày giữa TP HCM và Hà Nội có 4 chuyến máy bay, 6 chuyến xe lửa và 10 chuyến xe khách.

a) Một người muốn đi từ TP HCM ra Hà Nội thì có mấy cách lựa chọn phương tiện?

b) Một người muốn đi du lịch từ TP HCM ra Hà Nội thì có mấy cách lựa chọn để khi đi và về bằng hai phương tiện khác nhau.

Ví dụ 5. Trên kệ sách có 5 sách Toán, 6 sách Lý và 7 sách Văn học. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 quyển sách sao cho 3 quyển được chọn có đủ cả ba loại. Đáp số: 210.

Ví dụ 6.
Tung một con xúc xắc ba lần liên tiếp và ghi lại kết quả (chẳng hạn, $1-2-4$ nếu số chấm xuất hiện lần lượt là 1, 4 và 2). Có tất cả bao nhiêu kết quả khác nhau có thể xảy ra?
Đáp số: 216.



Ví dụ 7. Tung một đồng xu 5 lần liên tiếp và ghi lại kết quả (ví dụ dùng kí hiệu *SSNSN* để chỉ kết quả 5 lần tung lần lượt là sấp, sấp, ngửa, sấp, ngửa). Có bao nhiêu kết quả khác nhau có thể xảy ra? Đáp số: 32.

Ví dụ 8. Biển đăng ký xe ô tô có hai chữ cái đứng đầu (trong bảng 26 chữ cái, không dùng các chữ I và O) và tiếp theo 7 chữ số. Chữ số đầu tiên khác 0. Hỏi số ô tô được đăng ký biển xe như thế nhiều nhất có thể là bao nhiêu? Đáp số: 5184.10^6

Ví dụ 9. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số?

Đáp số: 2058

Ví dụ 10. Từ các chữ số 1, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số đôi một khác nhau? Đáp số: 48

KN 3 Kết hợp quy tắc cộng và quy tắc nhân

Ví dụ 11. Một hộp chứa 10 quả cầu màu đỏ được đánh số từ 1 đến 10 và 15 quả cầu màu xanh được đánh số từ 1 đến 15. Chọn ngẫu nhiên 2 quả cầu. Hỏi có bao nhiêu cách để chọn được hai quả cầu khác màu và tổng của các số trên hai quả cầu là một số lẻ?

Đáp số: 75

Ví dụ 12. Một người có 7 cái áo trong đó có 3 áo trắng và 5 cái cà vạt trong đó có hai cà vạt màu vàng. Hỏi người đó có bao nhiêu cách chọn áo - cà vạt nếu

a) Chọn áo nào cũng được và cà vạt nào cũng được?

b) Chọn áo trắng thì không chọn cà vạt màu vàng?

Đáp số: a) 35 b) 29.

Ví dụ 13. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên là số chẵn có 4 chữ số khác nhau?

Đáp số: 750

Ví dụ 14. Cho tập hợp $A = \{0;1;2;3;4;5;6;7\}$. Hỏi từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho một trong 3 chữ số đầu tiên phải bằng 1.

Đáp số: 2280.

Ví dụ 15. Cho tập hợp $A = \{0;1;2;3;4;5\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau và lớn hơn 350?

Đáp số: 43

C BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1. Một khách sạn nhỏ chuẩn bị bữa ăn sáng gồm 2 đồ uống là: trà và cà phê; 3 món ăn là: phở, bún và cháo; 2 món tráng miệng là: bánh ngọt và sữa chua.

   a) Vẽ sơ đồ hình cây biểu thị các cách chọn khẩu phần ăn gồm đủ ba loại: đồ uống, món ăn và món tráng miệng.

   b) Tính cách chọn khẩu phần ăn gồm: 1 đồ uống, 1 món ăn và 1 món tráng miệng.

2 Cho kiểu gen $AaBbDdEe$. Giả sử quá trình giảm phân tạo ra giao tử bình thường, không xảy ra đột biến.

a) Vẽ sơ đồ hình cây biểu thị sự hình thành giao tử.

b) Từ đó, tính số loại giao tử của kiểu gen $AaBbDdEe$.

3 Một hội nghị 3 nước Đông Dương có số đại biểu gồm: 10 đại biểu Việt Nam; 8 đại biểu Campuchia và 6 đại biểu Lào.

a) Có bao nhiêu cách chọn một vị đại biểu để đọc diễn văn khai mạc?

b) Có bao nhiêu cách chọn 3 vị đại biểu của 3 nước khác nhau làm thư ký đoàn?

c) Có bao nhiêu cách chọn 2 vị đại biểu của 2 nước khác nhau để họp báo?

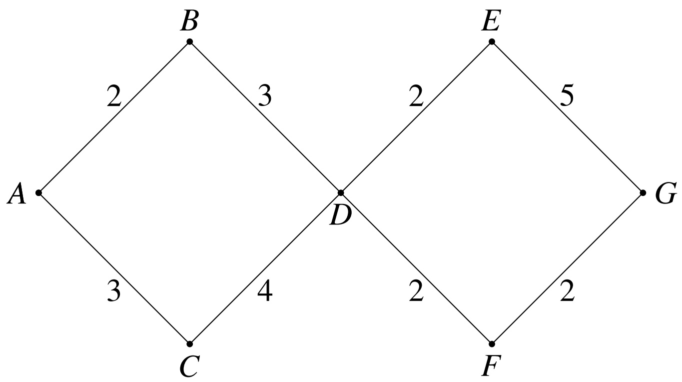
4 Trên giá sách có 6 cuốn sách Ngữ Văn khác nhau, 7 cuốn sách Toán khác nhau và 8 cuốn sách Tiếng Anh khác nhau. Từ giá sách này,

a) có bao nhiêu cách lấy một cuốn sách?

b) có bao nhiêu cách lấy ba cuốn sách, mỗi môn một cuốn?

c) có bao nhiêu cách lấy hai cuốn sách từ hai môn khác nhau?

5 Xét mạng đường nối các tỉnh A, B, C, D, E, F, G, trong đó số viết trên mỗi cạnh cho biết số con đường nối hai tỉnh nằm ở hai đầu mút của cạnh như hình vẽ.



Có bao nhiêu cách đi từ tỉnh A đến tỉnh G?

6 Trong tủ quần áo của bạn An có 4 chiếc áo khác nhau và 3 chiếc quần khác nhau. Hỏi bạn An có bao nhiêu cách chọn 1 bộ quần áo để mặc?

Đáp số: 12.

7 Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 7 món, 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và một nước uống trong 5 loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn.

Đáp số: 140.

8 Một hộp chứa các viên bi khác nhau gồm 6 viên bi đỏ, 9 viên bi xanh và 5 bi vàng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 3 viên bi có đủ cả ba màu?

Đáp số: 270

9 Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau.

Đáp số: 648.

10 Cho các số 1, 2, 5, 7, 8. Có bao nhiêu cách lập ra một số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau (các số lấy ra từ 5 số trên) sao cho số tạo thành

a) là một số chẵn; b) không có chữ số 7; c) nhỏ hơn 278.

Đáp số: a) 24; b) 24; c) 20.

11 Cho các chữ số 0, 2, 4, 5, 6, 8, 9. Từ các số trên

a) có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau.

b) có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau, trong đó nhất thiết phải có mặt chữ số 5.

Đáp số: a) 180; b) 420.

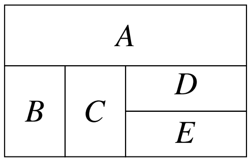
12 Cho tập hợp $A = \{0;1;2;3;4;5;6\}$. Hỏi từ tập hợp A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau và đó là số chia hết cho 5.

Đáp số: 220.

13 Từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập ra được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và số tạo thành không chia hết cho 10.

Đáp số: 1260.

14 Hình bên mô tả 5 xã trong một huyện. Hỏi có bao nhiêu cách mà em có thể dùng 4 màu khác nhau để tô màu sao cho không có hai xã giáp nhau nào trùng màu?



Đáp số: 96.

15 Mã xác thực (OTP – One Time Password) do một ngân hàng gửi vào điện thoại của khách hàng cho mỗi lần giao dịch là một dãy 6 kí tự từ các chữ số từ 0 đến 9. Có thể tạo ra bao nhiêu mã xác thực khác nhau như vậy?

```
Mã OTP xác thực giao
dịch là 712892, hiệu
lực trong 1 phút ...
```

Đáp số: 1000000.

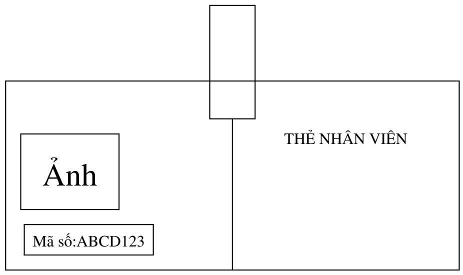
16 Một khoá tổ hợp với đĩa quay có 40 vạch số (xem hình bên). Mật mã của khoá là một dãy gồm 3 số, kí hiệu là $a-b-c$, mỗi số là một số tự nhiên từ 0 đến 39. Để mở khoá, cần quay mặt số ngược chiều kim đồng hồ cho đến khi điểm mốc gặp vạch số a lần thứ ba, rồi quay mặt số theo chiều ngược lại cho đến khi điểm mốc gặp vạch số b lần thứ hai, cuối cùng quay mặt số ngược chiều kim đồng hồ cho đến khi điểm mốc gặp vạch số c lần đầu tiên. Nếu a, b, c phải khác nhau đôi một, thì có bao nhiêu cách chọn mật mã cho khoá tổ hợp trên?

Đáp số: 59280.

17 Phân tích số 10 125 ra thừa số nguyên tố rồi tìm số ước nguyên dương của nó.

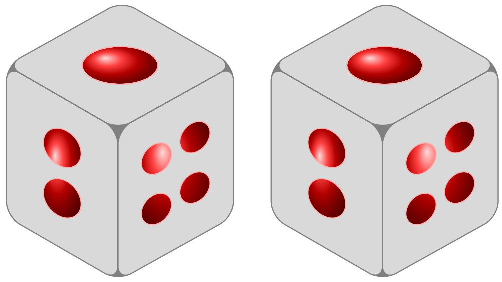
Đáp số: 20.

18 Mã số nhân viên của một công ty có 4 kí tự, gồm một chữ cái đầu tiên (từ 6 chữ cái A, B, C, D, E, F) và tiếp theo là 3 chữ số (từ các chữ số $0, 1, \ldots, 9$). Công ty có thể tạo ra bao nhiêu mã số nhân viên theo cách này?



Đáp số: 6000.

19 Tung đồng thời hai con xúc xắc khác nhau và ghi lại số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc. Có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra mà tổng số chấm xuất hiện trên hai mặt là bội của 5?



Đáp số:7.

20 Có bao nhiêu số tự nhiên nhỏ hơn 10000 được tạo thành bởi năm số 0, 1, 2, 3, 4.

Đáp số: 625.

21 Cho mười chữ số 0, 1, 2, 3,..., 9. Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 6 chữ số khác nhau, nhỏ hơn 600000 được xây dựng từ 10 số trên.

Đáp số: 36960.

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong 1 lớp có 15 bạn nam và 17 bạn nữ. Có bao nhiêu cách chọn 1 bạn làm lớp trưởng?

A. 17. **B.** 32. **C.** 30. **D.** 15.

Câu 2. Có hai kiểu mặt đồng hồ đeo tay (vuông, tròn) và có ba kiểu dây (kim loại, da, nhựa). Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ có một mặt và một dây?

A. 8. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 3. Một lớp học có 15 nam và 10 nữ. Số cách chọn hai học sinh trực nhật sao cho có cả nam và nữ là

A. 300. **B.** 50. **C.** 150. **D.** 25.

Câu 4. Một bài trắc nghiệm khách quan có 10 câu hỏi. Mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời. Có bao nhiêu phương án trả lời bài trắc nghiệm?

A. 4. **B.** 10^4. **C.** 40. **D.** 4^{10}.

Câu 5. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số được thành lập từ các chữ số 0, 2, 4, 6, 8, 9?

A. 256. **B.** 120. **C.** 100. **D.** 180.

Câu 6. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau.

A. 729. **B.** 720. **C.** 648. **D.** 1000.

Câu 7. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số?

A. 2401. **B.** 840. **C.** 2058. **D.** 720.

Câu 8. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ba chữ số?

A. 145. **B.** 168. **C.** 105. **D.** 210.

Câu 9. Từ các chữ số 1, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 47. **B.** 45. **C.** 49. **D.** 48.

Câu 10. Từ các chữ số $1,5,6,7$ có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?

A. 36. **B.** 24. **C.** 20. **D.** 14.

Câu 11. Một phòng có 12 người. Cần lập một tổ đi công tác 3 người, một người làm tổ trưởng, một người làm tổ phó và một người là thành viên. Hỏi có bao nhiêu cách lập?

A. 1728. **B.** 220. **C.** 1320. **D.** 1230.

Câu 12. Bác Tâm đi du lịch từ thành phố A đến thành phố B sau đó đi đến đảo C. Biết rằng mỗi cách đi từ A đến B chỉ được chọn duy nhất một trong các phương tiện là máy bay, xe khách hoặc tàu hỏa và từ B đến C chỉ được chọn duy nhất một trong các phương tiện là máy bay hoặc tàu thủy. Hỏi bác Tâm có bao nhiêu cách đi du lịch từ thành phố A đến đảo C?

A. 6. **B.** 9. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 13. Hồng muốn qua nhà Hoa để cùng Hoa đến chơi nhà Bình. Từ nhà Hồng đến nhà Hoa có 3 con đường đi, từ nhà Hoa tới nhà Bình có 2 con đường đi. Hỏi Hồng có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Bình?

A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 14. Có bao nhiêu cách chọn một nguyên âm và một phụ âm từ các ký tự của chữ VIETNAM?

A. 4. **B.** 12. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 15. Một lớp học có 19 bạn nữ và 16 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 bạn, trong đó có một bạn nam và một bạn nữ?

A. 1190 cách. **B.** 35 cách. **C.** 959 cách. **D.** 304 cách.

Câu 16. Một lớp học gồm có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Cần chọn ra 2 học sinh gồm 1 nam và 1 nữ để phân công trực nhật. Số cách chọn là

A. 20. **B.** 300. **C.** 15. **D.** 35.

Câu 17. Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình (thăm một bạn không quá một lần)?

A. 3991680. **B.** 12. **C.** 35831808. **D.** 84.

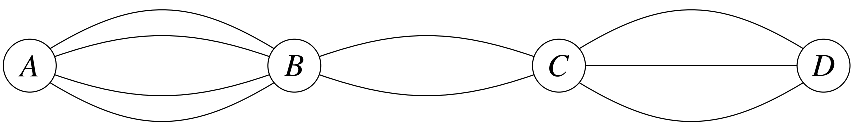
Câu 18. Nhãn mỗi chiếc ghế trong hội trường gồm hai phần: phần đầu là một chữ cái (trong bảng 24 chữ cái tiếng Việt), phần thứ hai là một số nguyên dương nhỏ hơn 26. Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau?

A. 624. **B.** 48. **C.** 600. **D.** 26.

Câu 19. Biển số xe máy của tỉnh A (nếu không kể mã số tỉnh) có 6 kí tự, trong đó kí tự ở vị trí đầu tiên là một chữ cái (trong bảng 26 cái tiếng Anh), kí tự ở vị trí thứ hai là một chữ số thuộc tập $\{1;2;...;9\}$, mỗi kí tự ở bốn vị trí tiếp theo là một chữ số thuộc tập $\{0;1;2;...;9\}$. Hỏi nếu chỉ dùng một mã số tỉnh thì tỉnh A có thể làm được nhiều nhất bao nhiêu biển số xe máy khác nhau?

A. 2340000. **B.** 234000. **C.** 75. **D.** 2600000.

Câu 20. Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D rồi quay lại A?



A. 1296. **B.** 784. **C.** 576. **D.** 324.

Câu 21. Cho tập hợp $A=\{0;1;3;4;6;7;8\}$. Từ các chữ số của tập A, lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 240. **B.** 360. **C.** 490. **D.** 300.

Câu 22. Có bao nhiêu số tự nhiên nhỏ hơn 151 và chia hết cho 3?

A. 49. **B.** 50. **C.** 51. **D.** 52.

Câu 23. Cho hai tập $X=\{1;\dots;10\}$; $Y=\{11;\dots;20\}$. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 số trong đó 1 số thuộc tập X và 1 số thuộc tập Y?

A. 20. **B.** 200. **C.** 10^2. **D.** 30.

Câu 24. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ đi dự trại hè của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 910000. **B.** 91000. **C.** 910. **D.** 625.

Câu 25. Một đội học sinh giỏi của trường THPT, gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10. Số cách chọn ba học sinh trong đó mỗi khối có một em là

A. 12. **B.** 220. **C.** 60. **D.** 3.

Câu 26. Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng?

A. 100. **B.** 91. **C.** 10. **D.** 90.

Câu 27. Cuối năm trường PTNK tổ chức 3 tiết mục Flashmob cho các bạn khối 12 chia tay trường. Các bạn 12T đều tham gia nhưng mỗi người chỉ được đăng kí không quá 2 tiết mục. Biết lớp 12T có 20 bạn, hỏi có bao nhiêu cách để lớp lựa chọn?

A. 5^{20}. **B.** $3^{20}+2^{20}-1$. **C.** $3^{21}+1$. **D.** 6^{20}.

Câu 28. Có bao nhiêu số tự nhiên có sáu chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 5 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 4?

A. 249. **B.** 1500. **C.** 3204. **D.** 2942.

Câu 29. Cho 5 chữ số $1,2,3,4,6$. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của tất cả các số lập được.

A. 12312. **B.** 21321. **C.** 12321. **D.** 21312.

Câu 30. Số 253125000 có bao nhiêu ước số tự nhiên?

A. 160. **B.** 240. **C.** 180. **D.** 120.

—HẾT—

§2. HOÁN VỊ - CHỈNH HỢP - TỔ HỢP

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Hoán vị

Cho tập A gồm n phần tử $(n \geq 1)$. Mỗi kết quả của sự sắp xếp thứ tự n phần tử của tập hợp A được gọi là một hoán vị của n phần tử đó.

- Số các hoán vị của n phần tử, kí hiệu là P_n.
- Công thức tính $\mathrm{P}_n = n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$. ($n!$ đọc là n giai thừa)

Nhận dạng bài toán: "Chọn hết phần tử và đi sắp xếp"

Ví dụ 1

Xếp 4 học sinh A, B, C, D vào một bàn dài 4 chỗ ngồi thì

- Các hoán vị là $ABCD$, $ACDB$,...
- Số hoán vị (hay số cách xếp) là $P_4 = 4! = 24$ cách.

2. Chỉnh hợp

Cho tập A gồm n phần tử $(n \geq 1)$. Kết quả của việc lấy k $(1 \leq k \leq n)$ phần tử khác nhau từ n phần tử của tập hợp A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử đã cho (gọi tắt là một chỉnh hợp chập k của A).

- Số các chỉnh hợp chập k của một tập hợp có n phần tử, kí hiệu là A_n^k.
- Với quy ước $0! = 1$, ta có công thức tính $\mathrm{A}_n^k = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots (n-k+1) = \dfrac{n!}{(n-k)!}$.
- $\mathrm{A}_n^n = n! = \mathrm{P}_n$.

*Nhận dạng bài toán: "Chọn k phần tử trong tập gồm n phần tử và đi **sắp xếp**"*

3. Tổ hợp

Cho tập hợp A gồm n phần tử và số nguyên k với $1 \leq k \leq n$. Mỗi tập con của A có k phần tử được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử của A (gọi tắt là một tổ hợp chập k của A).

- Số các tổ hợp chập k của một tập hợp có n phần tử, kí hiệu là C_n^k.
- Số k trong định nghĩa cần thỏa mãn điều kiện $1 \leq k \leq n$. Tuy nhiên, tập hợp không có phần tử nào là tập rỗng nên ta quy ước gọi tổ hợp chập 0 của n phần tử là tập rỗng.
- Cho các số nguyên dương n và k với $0 \leq k \leq n$. Với quy ước $0! = 1$, số các tổ hợp chập k của một tập hợp có n phần tử là
$$\mathrm{C}_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{\mathrm{A}_n^k}{k!}.$$

Nhận dạng bài toán: "Chọn k phần tử trong tập gồm n phần tử để tạo thành 1 tập con.

4. Các công thức cơ bản về tổ hợp

① $C_n^k = C_n^{n-k}$ với mọi nguyên n và k thỏa $0 \le k \le n$.

② $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$ với mọi nguyên n và k thỏa $1 \le k \le n$.

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

KN 1 Hoán vị và số hoán vị

Ví dụ 1. Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh A, B, C, D, E vào 1 ghế dài sao cho

a) 5 học sinh ngồi tùy ý.

b) C luôn ngồi chính giữa.

c) A và E luôn ngồi đầu bàn.

d) A và E không ngồi cạnh nhau.

Đáp số: a) 120. b) 24. c) 12. d) 72.

Ví dụ 2. Cho tập hợp $S = \{1, 2, 3, 4\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt lấy từ tập A? Đáp số: 24.

Ví dụ 3. Một nhóm học sinh gồm 7 học sinh nam và 3 học sinh nữ.

a) Có bao nhiêu cách xếp 10 học sinh này thành một hàng dọc.

b) Có bao nhiêu cách xếp 10 học sinh này thành hàng học sao cho 7 học sinh nam phải đứng cạnh nhau.

Đáp số: a) 3628800 b) 120960.

Ví dụ 4. Cho tập hợp $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số phân biệt lấy từ tập A? Đáp số: 4320.

Ví dụ 5. Một chồng sách gồm 4 quyển sách Toán khác nhau, 3 quyển sách Vật Lý khác nhau, 5 quyển sách Hóa Học khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các quyển sách trên thành một hàng ngang sao cho

a) Các quyển sách cùng môn thì đứng cạnh nhau.

b) Các quyển sách toán đứng gần nhau.

Đáp số: a) 103680. b) 8709120.

KN 2 Chỉnh hợp và số chỉnh hợp

Ví dụ 6. Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó? Đáp số: 90.

Ví dụ 7. Cho đa giác đều có 10 đỉnh. Tìm số véc-tơ khác véc-tơ-không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của đa giác. Đáp số: 90.

Ví dụ 8. Cho tập $X = \{1;2;3;4;5;6\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ tập X? Đáp số: 120.

Ví dụ 9. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 7. Từ các số trên có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau và chia hết cho 5? Đáp số: 60.

KN 3 Tổ hợp và số tổ hợp

Ví dụ 10. Một tổ công nhân có 12 người. Cần chọn 3 người để đi làm cùng một nhiệm vụ, hỏi có bao nhiêu cách chọn? Đáp số: 220

Ví dụ 11. Giải bóng đá AFF-CUP 2018 có tất cả 10 đội bóng tham gia, chia đều làm hai bảng A và B. Ở vòng đấu bảng, mỗi đội bóng thi đấu với mỗi đội bóng cùng bảng 1 trận. Hỏi tại vòng bảng các đội thi đấu tổng cộng bao nhiêu trận? Đáp số: 20

Ví dụ 12. Có 20 bông hoa trong đó có 8 bông đỏ, 7 bông vàng, 5 bông trắng. Chọn ngẫu nhiên 4 bông để tạo thành một bó. Có bao nhiên cách chọn để bó hoa có cả 3 màu?

Đáp số: 2380

Ví dụ 13. Một đội xây dựng gồm 3 kỹ sư, 7 công nhân. Có bao nhiêu cách lập từ đó một tổ công tác 5 người gồm 1 kỹ sư làm tổ trưởng, 1 công nhân làm tổ phó và 3 công nhân làm tổ viên?

Đáp số: 420

Ví dụ 14. Từ một tập gồm 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lý thuyết và 6 câu bài tập, người ta cấu tạo thành các đề thi. Biết rằng trong một đề thi phải gồm 3 câu hỏi trong đó có ít nhất 1 câu lý thuyết và 1 câu hỏi bài tập. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu đề như trên?

Đáp số: 96

Ví dụ 15. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập ra được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau sao cho số cần lập có đúng 2 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ?

Đáp số: 216

Ví dụ 16. Thầy giáo Dương có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu khó, 10 câu trung bình và 15 câu dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau, sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ 3 loại câu hỏi và số câu dễ không ít hơn 2.

Đáp số: 56875.

C BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1. Một câu lạc bộ có 25 thành viên. Tìm số cách chọn một ban quản lí gồm 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch và 1 thư ký.

Đáp số: 13800

2 Một tổ có 5 học sinh nam và 5 học sinh nữ.

a) Có bao nhiêu cách xếp 10 học sinh đó thành một hàng dọc.

b) Có bao nhiêu cách xếp 10 học sinh đó thành một hàng dọc sao cho các học sinh cùng giới tính không đứng kề nhau.

Đáp số: a) 3628800 b) 28800

3 Cho tập hợp $S = \{0,1,2,3,4,5,6\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số phân biệt lấy từ tập A và 3 chữ số $1,2,3$ luôn đứng cạnh nhau?

Đáp số: 576.

4 Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau?

Đáp số: 15120.

5 Cho tập $A = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$.

a) Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số có 6 chữ số khác nhau và mỗi số chứa chữ số 5?

b) Trong các số trên, có bao nhiêu số không chia hết cho 5?

Đáp số: a) 40320 số b) 33600 số.

6 Cho tập $A = \{0;1,2;4;6\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm 3 chữ số khác nhau?

Đáp số: 48 số.

7 Tìm các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số $0;1;2;3;4;5$ sao cho trong mỗi số đó đều có mặt ít nhất chữ số 1 hoặc 2?

Đáp số: 282 số.

8 Một nhóm có 5 bạn $A;B;C;D;E$. Có tất cả bao nhiêu cách phân công 3 bạn làm trực nhật: 1 bạn quét nhà, 1 bạn lau bảng, 1 bạn xếp bàn ghế?

Đáp số: 60.

9 Có 100 người mua 100 vé số, có 4 giải (nhất, nhì, ba, tư).

a) Có bao nhiêu kết quả nếu người giữ vé số 47 đạt giải nhất?

b) Có bao nhiêu kết quả biết rằng người giữ vé số 47 trúng 1 trong 4 giải

Đáp số: a) 941094 b) 3764376.

10 Trong mặt phẳng cho tập hợp gồm 6 điểm phân biệt. Có bao nhiêu véc-tơ khác $\overrightarrow{0}$ có điểm đầu và điểm cuối trong tập hợp này?

Đáp số: 30.

11 Có 10 cuốn sách khác nhau và 7 cây bút máy khác nhau. Cần chọn ra 3 cuốn sách và 3 cây bút máy để làm quà tặng cho 3 học sinh, mỗi em 1 cuốn sách và 1 cây bút máy. Hỏi có mấy cách chọn?

Đáp số: 151200.

12 Trong một chương trình văn nghệ, cần chọn ra 7 bài hát trong 10 bài hát và 3 tiết mục múa trong 5 tiết mục múa rồi xếp thứ tự biểu diễn. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu các bài hát được xếp kề nhau và các tiết mục múa được xếp kề nhau?

Đáp số: 72 576 000.

13 Một dạ tiệc có 10 nam và 6 nữ giỏi khiêu vũ. Người ta chọn có thứ tự 3 nam và 3 nữ để ghép thành 3 cặp. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

Đáp số: 86400.

14 Từ một đội tuyển bóng đá gồm 20 cầu thủ người ta cần cử 3 cầu thủ dự lễ bốc thăm chia bảng thi đấu. Hỏi có bao nhiêu cách cử? Đáp số: 1140.

15 Một lớp học có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Chọn 3 học sinh để tham gia vệ sinh công cộng toàn trường, hỏi có bao nhiêu cách chọn? Đáp số: 9880.

16 Có bao nhiêu cách lấy hai lá bài từ bộ bài tú lơ khơ gồm 52 lá?

Đáp số:1326.

17 Một tổ gồm 8 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Cần lấy một nhóm 5 người trong đó có 2 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

Đáp số: 840.

18 Một hộp đựng 5 viên bi màu xanh, 7 viên bi màu vàng. Có bao nhiêu cách lấy ra 6 viên bi bất kỳ?

Đáp số: 924.

19 Có 15 đội bóng đá thi đấu theo thể thức vòng tròn tính điểm. Hỏi cần phải tổ chức bao nhiêu trận đấu?

Đáp số: 105.

20 Có bao nhiêu cách cắm 3 bông hoa giống nhau vào 5 lọ khác nhau (mỗi lọ cắm không quá một bông)?

Đáp số: 10.

21 Một tổ sinh viên có 20 em, trong đó có 8 em chỉ biết tiếng Anh, 7 em chỉ biết tiếng Pháp & 5 em chỉ biết tiếng Đức. Cần lập một nhóm đi thực tế gồm 3 em biết tiếng Anh, 4 em biết tiếng Pháp, 2 em biết tiếng Đức. Hỏi có bao nhiêu cách lập nhóm đi thực tế từ tổ sinh viên đó?

Đáp số: 19600.

22 Trên một mặt phẳng có 10 đường thẳng song song cắt 9 đường thẳng song song khác. Hỏi có bao nhiêu hình bình hành được tạo thành?

Đáp số: 1620.

23 Trong một lớp học có 20 học sinh, trong đó có 2 cán bộ lớp. Hỏi có bao nhiêu cách cử 3 học sinh đi dự Đại hội Đoàn trường sao cho trong 3 học sinh đó có ít nhất một cán bộ lớp.

Đáp số: 324.

24 Trong một lớp học có 50 học sinh, trong đó có 4 cặp anh em sinh đôi. Cần chọn một nhóm 3 học sinh tham gia đội diễn văn nghệ của trường sao cho trong nhóm không có cặp anh em sinh đôi nào. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

Đáp số: 19408.

25 Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết rằng có 1725 tam giác có các đỉnh là ba trong số các điểm thuộc d_1 và d_2 nói trên. Tìm n.

Đáp số: $n = 15$.

26 Từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập ra được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau sao cho số cần lập có đúng 2 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ.

Đáp số:378

27 Từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập ra được bao nhiêu số tự nhiên gồm 8 chữ số, trong đó số 1 có mặt 3 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng 1 lần.

Đáp số: 5880.

28 Từ các chữ số $1, 2, 3, 4$ có thể lập được bao nhiêu số có 6 chữ số, trong đó chữ số 1 xuất hiện 3 lần, các chữ số còn lại xuất hiện đúng một lần. Đáp số: 120.

29 Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4$ có thể lập được bao nhiêu số gồm 7 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 3 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần. Đáp số: 1440.

30 Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập ra được bao nhiêu số tự nhiên gồm sáu chữ số khác nhau thỏa mãn điều kiện hai chữ số 1 và 6 không đứng cạnh nhau?

Đáp số:480.

31 Có 5 cuốn sách giáo khoa giống nhau và 4 cuốn sách tham khảo đôi một khác nhau. Đem làm giải thưởng cho 8 học sinh, mỗi học sinh được một cuốn sách (còn thừa lại 1 cuốn). Hỏi có bao nhiêu cách để phát thưởng.

Đáp số: 3024.

32 Bạn Việt chọn mật khẩu cho Email của mình gồm 8 kí tự đôi một khác nhau, trong đó có 3 kí tự đầu tiên là 3 chữ cái trong bảng gồm 26 chữ in thường và 5 kí tự tiếp theo là chữ số. Bạn Việt có bao nhiêu cách tạo ra mật khẩu?

Đáp số: 471744000.

33 Mỗi máy tính tham gia vào mạng phải có một địa chỉ duy nhất, gọi là địa chỉ IP, nhằm định danh máy tính đó trên Internet. Xét tập hợp A gồm các địa chỉ IP có dạng $192.168.abc.deg$, trong đó a, b, c là các chữ số phân biệt được chọn ra từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 còn d, e, g là các chữ số phân biệt được chọn ra từ các chữ số 5, 6, 7, 8, 9. Hỏi tập hợp A có bao nhiêu phần tử?

Đáp số: 3600.

34 Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6,7, 8 có thể lập ra được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau và số tạo thành luôn có hai chữ số 1 và 2.

Đáp số: 2400.

35 Từ các chữ số thuộc tập $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 5 chữ số khác nhau sao cho mỗi số tự nhiên đó đều chia hết cho 9.

Đáp số: 96 số.

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. Đề số 1

Câu 1. Cho 10 điểm, không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu đường thẳng khác nhau tạo bởi 2 trong 10 điểm nói trên?

A. Một số khác. **B.** 90. **C.** 45. **D.** 20.

Câu 2. Có bao nhiêu cách mắc nối tiếp 4 bóng đèn được chọn từ 6 bóng đèn khác nhau?

A. 15. **B.** 17280. **C.** 360. **D.** 24.

Câu 3. Trong một lớp học có 20 bạn học sinh, hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một bạn để làm lớp trưởng và một bạn khác làm lớp phó?

A. A_{20}^{18}. **B.** A_{20}^{2}. **C.** 20^2. **D.** C_{20}^{2}.

Câu 4. Có bao nhiêu cách xếp khác nhau cho 5 người ngồi vào một bàn dài?

A. 5. **B.** 25. **C.** 20. **D.** 120.

Câu 5. (THPTQG 2021 – Mã đề 101) Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 4$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_m^4 = \dfrac{(n-4)!}{n!}$. **B.** $A_m^4 = \dfrac{4!}{(n-4)!}$. **C.** $A_m^4 = \dfrac{n!}{4!(n-4)!}$. **D.** $A_m^4 = \dfrac{n!}{(n-4)!}$.

Câu 6. Trong một đa giác lồi n cạnh, số đường chéo của đa giác là

A. C_n^2. **B.** A_n^2. **C.** $A^2 - n$. **D.** $C_n^2 - n$.

Câu 7. Một lớp có 15 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 5 bạn học sinh sao cho trong đó có đúng 3 học sinh nữ?

A. 110790. **B.** 110970. **C.** 119700. **D.** 117900.

Câu 8. Có bao nhiêu cách chọn ra 5 cầu thủ từ 11 cầu thủ để thực hiện quả đá luân lưu 11 m theo thứ tự từ quả thứ nhất đến quả thứ 5 ?

A. A_{11}^5. **B.** C_{11}^5. **C.** $A_{11}^5 \cdot 5!$. **D.** C_{10}^5.

Câu 9. Nhân dịp lễ sơ kết học kì 1, để thưởng cho 3 học sinh có thành tích tốt nhất lớp, cô An đã mua 10 cuốn sách khác nhau và chọn ra 3 cuốn để phát thưởng cho 3 học sinh đó mỗi học sinh nhận 1 cuốn. Hỏi cô An có bao nhiêu cách phát thưởng.

A. C_{10}^3. **B.** A_{10}^3. **C.** 10^3. **D.** $3 \cdot C_{10}^3$.

Câu 10. Từ các số tự nhiên 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?

A. 42. **B.** 4^4. **C.** 1. **D.** 24.

Câu 11. Cho tập $A = \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được tạo từ tập A?

A. A_{10}^4. **B.** $9 \cdot C_9^4$. **C.** $9 \cdot A_9^4$. **D.** C_{10}^4.

Câu 12. Có bao nhiêu cách chia hết 4 đồ vật khác nhau cho 3 người, biết rằng mỗi người nhận được ít nhất 1 đồ vật?

A. 72. **B.** 18. **C.** 12. **D.** 36.

Câu 13. Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2. Trên d_1 lấy 17 điểm phân biệt, trên d_2 lầy 20 điểm phân biệt. Tính số tam giác mà có các đỉnh được chọn từ 37 điểm này.

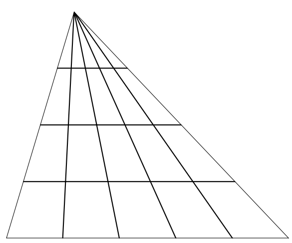
A. 5960. **B.** 5690. **C.** 5590. **D.** 5950.

Câu 14. Có 3 bạn nam và 3 bạn nữ được xếp vào một ghế dài có 6 vị trí. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho nam và nữ ngồi xen kẽ lẫn nhau?

A. 48. **B.** 72. **C.** 24. **D.** 36.

Câu 15. Trong hình vẽ bên có bao nhiêu hình tam giác?

A. 60. **B.** 20. **C.** 70. **D.** 30.



Câu 16. Sắp xếp năm bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lệ vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Số cách sắp xếp sao cho bạn Chi luôn ngồi chính giữa là

A. 16. **B.** 120. **C.** 60. **D.** 24.

Câu 17. Tìm giá trị $n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn $\mathrm{C}_{n+8}^{n+3} = 5\mathrm{A}_{n+6}^{3}$.

A. $n = 14$. **B.** $n = 15$. **C.** $n = 17$. **D.** $n = 6$.

Câu 18. Cho tập hợp A có 7 phần tử. Hỏi tập A có bao nhiêu tập con có nhiều hơn một phần tử?

A. $2^7 - 8$. **B.** 2^6. **C.** 2^7. **D.** $2^7 - 7$.

Câu 19. Có bao nhiêu số chẵn có 4 chữ số và các chữ số phân biệt?

A. 2250. **B.** 2520. **C.** 2560. **D.** 2296.

Câu 20. Một bó hoa có 14 bông hoa gồm 3 bông màu hồng, 5 bông màu xanh, còn lại là màu vàng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 7 bông hoa, trong đó phải có đủ 3 màu?

A. 3058. **B.** 129. **C.** 3060. **D.** 3432.

Câu 21. Từ các chữ số $1,2,3,5,6,8,9$ lập được bao nhiêu số tự nhiên 5 chữ số phân biệt và chia hết cho 3?

A. 720. **B.** 480. **C.** 2520. **D.** 360.

Câu 22. Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau và khác 0 mà trong mỗi số luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ?

A. $4!\mathrm{C}_4^2\mathrm{C}_5^2$. **B.** $3!\mathrm{C}_4^2\mathrm{C}_5^2$. **C.** $3!\mathrm{C}_3^2\mathrm{C}_5^2$. **D.** $4!\mathrm{C}_4^1\mathrm{C}_5^1$.

Câu 23. Thầy giáo Dương có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu khó, 10 câu trung bình và 15 câu dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau, sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ 3 loại câu hỏi và số câu dễ không ít hơn 2.

A. 56875. **B.** 42802. **C.** 41811. **D.** 32023.

Câu 24. Biển số xe máy tỉnh K gồm 2 dòng:

- Dòng thứ nhất là $68XY$, trong đó X là một trong 24 chữ cái, Y là một trong 10 chữ số.
- Dòng thứ hai là $abc.de$, trong đó a,b,c,d,e là chữ số.

Biển số xe được cho là “đẹp” khi dòng thứ 2 có tổng các số là số có chữ số tận cùng bằng 7 và có đúng 4 chữ số giống nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 biển số trong số các biển số “đẹp” để đem bán đấu giá?

A. 143988000. **B.** 4663440. **C.** 12000. **D.** 71994000.

Câu 25. Cho hai dãy ghế, mỗi dãy gồm 4 ghế và được đặt đối diện nhau

Dãy 1	1	2	3	4
Dãy 2	1	2	3	4

Xếp 4 bạn nam và 4 bạn nữ vào hai dãy ghế trên. Hai người được gọi là ngồi đối diện với nhau nếu ngồi ở hai dãy và có cùng số ghế. Có bao nhiêu cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ?

A. $4!4!2^4$. **B.** $4!4!$. **C.** $4!2$. **D.** $4!4!2$.

—HẾT—

2. Đề số 2

Câu 1. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con có 2 phần tử của M là

A. A_{10}^8. **B.** A_{10}^2. **C.** C_{10}^2. **D.** 10^2.

Câu 2. Số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là

A. 45. **B.** 50. **C.** 120. **D.** 100.

Câu 3. Trong mặt phẳng cho một tập hợp gồm 6 điểm phân biệt. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp điểm này?

A. 1440. **B.** 30. **C.** 15. **D.** 12.

Câu 4. Cho đa giác đều có 20 đỉnh. Số tam giác được tạo nên từ các đỉnh này là

A. A_{20}^3. **B.** C_{20}^3. **C.** 10^3. **D.** $3!\mathrm{C}_{20}^3$.

Câu 5. Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau ?

A. $\mathrm{A}_n^k = k!\cdot\mathrm{C}_n^{n-k}$. **B.** $\mathrm{C}_n^k = k!\cdot\mathrm{A}_n^k$. **C.** $\mathrm{A}_n^k = k\cdot\mathrm{C}_n^k$. **D.** $\mathrm{C}_n^k = k\cdot\mathrm{A}_n^k$.

Câu 6. Tìm số cách chia 10 người thành hai nhóm, một nhóm 6 người và một nhóm 4 người?

A. 210. **B.** 120. **C.** 100. **D.** 140.

Câu 7. Số véc-tơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu, điểm cuối là hai trong 6 đỉnh của lục giác bằng

A. P_6. **B.** C_6^2. **C.** A_6^2. **D.** 36 .

Câu 8. Trong kho đèn trang trí đang còn 5 bóng đèn loại I, 7 bóng đèn loại II, các bóng đèn đều khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra 5 bóng đèn bất kỳ. Hỏi có bao nhiêu khả năng xảy ra số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II ?

A. 246. **B.** 3480. **C.** 245. **D.** 3360.

Câu 9. Có 5 nhà toán học nam, 3 nhà toán học nữ và 4 nhà vật lý nam. Lập một đoàn công tác gồm 3 người cần có cả nam và nữ, có cả nhà toán học và vật lý thì có bao nhiêu cách ?

A. 120. **B.** 90. **C.** 80. **D.** 220.

Câu 10. Có bao nhiêu cách cắm 3 bông hoa vào 5 lọ khác nhau (mỗi lọ cắm không quá một bông)?

A. 15. **B.** 720. **C.** 10. **D.** 60.

Câu 11. Từ 20 người cần chọn ra một đoàn đại biểu gồm 1 trưởng đoàn, 1 phó đoàn, 1 thư kí và 3 ủy viên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn đoàn đại biểu?

A. 4651200. **B.** 4651500. **C.** 4651400. **D.** 4651300.

Câu 12. Tổ 1 lớp 11A có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra 4 học sinh của tổ 1 để lao động vệ sinh cùng cả trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy nếu có ít nhất một học sinh nam ?

A. 600. **B.** 25. **C.** 325. **D.** 30.

Câu 13. Có 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Có bao nhiêu cách chọn ra hai tấm thẻ rồi nhân hai số ghi trên đó lại với nhau sao cho kết quả thu được là một số chẵn ?

A. 10. **B.** 26. **C.** 36. **D.** 27.

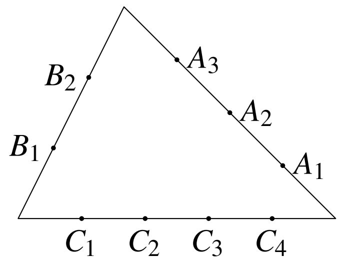
Câu 14. Cho tập hợp $A = \{0;1;2;\ldots;7\}$. Hỏi từ A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho một trong ba chữ số đầu tiên phải là 1 ?

A. 65. **B.** 2280. **C.** 2520. **D.** 2802.

Câu 15. Có bao nhiêu số chẵn mà mỗi số có bốn chữ số đôi một khác nhau ?

A. 2520. **B.** 50000. **C.** 4500. **D.** 2296.

Câu 16. Cho một tam giác. Trên ba cạnh của tam giác lấy 9 điểm như hình vẽ. Có bao nhiêu tam giác có ba đỉnh là ba trong 9 điểm kể trên



A. 79. **B.** 48. **C.** 55. **D.** 24.

Câu 17. Từ các số 0, 1, 2, 3, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau và không chia hết cho 5 ?

A. 72. **B.** 120. **C.** 54. **D.** 69.

Câu 18. Trong các số nguyên từ 100 đến 999, số các số mà chữ số của nó tăng dần hoặc giảm dần (kể từ trái qua phải) bằng

A. 168. **B.** 204. **C.** 240. **D.** 120.

Câu 19. Trên giá sách muốn xếp 20 cuốn sách khác nhau. Có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho cuốn 1 và cuốn 2 **không** đặt cạnh nhau?

A. $20! - 18! \cdot 2!$. **B.** $20! - 19!$. **C.** $20! - 18!$. **D.** $19! \cdot 18$.

Câu 20. Tính số cách sắp xếp 6 nam sinh và 4 nữ sinh vào một dãy ghế hàng ngang có 10 chỗ ngồi sao cho các nữ sinh luôn ngồi cạnh nhau?

A. $6! \times 4!$. **B.** $6! \times 5!$. **C.** $10!$. **D.** $7! \times 4!$.

Câu 21. Một hộp đựng 18 viên bi gồm 5 bi xanh, 3 bi vàng và 10 bi đỏ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 9 viên bi có đủ cả 3 màu?

A. 42890. **B.** 42910. **C.** 42912. **D.** 42892.

Câu 22. Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song nhau. Trên d_1 lấy 5 điểm phân biệt. Trên d_2 lấy n điểm phân biệt. Biết rằng có 175 tam giác được tạo thành mà ba đỉnh của tam giác là ba trong $n+5$ điểm kể trên. Giá trị của n là

A. 10. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 23. Cho đa giác đều $A_1A_2A_3\cdots A_{30}$ nội tiếp đường tròn tâm O. Tính số hình chữ nhật mà bốn đỉnh là bốn trong 30 đỉnh của đa giác ?

A. 105. **B.** 27405. **C.** 27406. **D.** 106.

Câu 24. Có 15 học sinh giỏi gồm 6 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 hoc sinh?

A. 4250. **B.** 805. **C.** 4249. **D.** 5005.

Câu 25. Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau sao cho chữ số 2 đứng liền giữa chữ số 1 và chữ số 3 ?

A. 2942. **B.** 7440. **C.** 5880. **D.** 3204.

—HẾT—

§3. NHỊ THỨC NIU - TƠN

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Nhị thức Niu-tơn

① Nhắc lại các hằng đẳng thức

① $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$.

② $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$.

③ $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$.

④ $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$.

② Công thức nhị thức Niu - tơn

$$\begin{aligned}(a+b)^n &= \mathrm{C}_n^0 a^n + \mathrm{C}_n^1 a^{n-1}b + \cdots + \mathrm{C}_n^{n-1}ab^{n-1} + \mathrm{C}_n^n b^n \\ &= \sum_{k=0}^{n} \mathrm{C}_n^k a^{n-k}b^k.\end{aligned}$$

- Với $a=b=1$, ta có $\mathrm{C}_n^0+\mathrm{C}_n^1+\cdots+\mathrm{C}_n^{n-1}+\mathrm{C}_n^n = 2^n$.
- Với $a=1; b=-1$, ta có $\mathrm{C}_n^0-\mathrm{C}_n^1+\cdots+(-1)^k\mathrm{C}_n^k+\cdots+(-1)^n\mathrm{C}_n^n = 0$.

2. Chú ý

Trong biểu thức ở vế phải của khai triển $(a+b)^n$ thì

- Số các hạng tử là $n+1$;
- Các hạng tử có số mũ của a giảm dần từ n đến 0; số mũ của b tăng dần từ 0 đến n, nhưng tổng các số mũ của a và b trong mỗi hạng tử luôn bằng n (quy ước $a^0=b^0=1$);
- Các hệ số của mỗi cặp hạng tử cách đều hai hạng tử đầu và cuối đều bằng nhau.

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

KN 1 Khai triển nhị thức Newton.

Áp dụng công thức nhị thức Newton để khai triển các biểu thức.

Ví dụ 1. Khai triển các nhị thức sau

a) $(x+2)^4$ b) $(x-2)^6$ c) $(2x-1)^5$

d) $(x+2y)^5$ e) $\left(x^2-\dfrac{2}{x}\right)^5$ f) $\left(2+\dfrac{x}{2}\right)^6$

g) $\left(x+\dfrac{2}{x}\right)^7$ h) $x^2(1-2x)^5$ i) $\left(\dfrac{1}{2x}-2x\right)^6$

KN 2 Tìm hệ số (số hạng) của x^k trong khai triển $P(x)$

① **Cách 1:** Khai triển $P(x)$, từ đó trả lời hệ số (số hạng) chứa x^k.

② **Cách 2:** Sử dụng khai triển tổng quát $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \mathrm{C}_n^k a^{n-k} b^k$.

- Số hạng tổng quát trong khai triển trên là $\mathrm{C}_n^k a^{n-k} b^k$, với $k = 0, 1, 2, \cdots, n$.
- Thu gọn phần hệ số và phần biến trong công thức vừa lập.
- Đồng nhất lũy thừa của biến với yêu cầu đề. Từ đây, suy ra kết quả.

Bài mẫu: Tìm hệ số của số hạng chứa x^{12} trong khai triển nhị thức Niutơn của $\left(x - \dfrac{1}{x^2}\right)^{18}$

Lời giải:

- Số hạng tổng quát của khai triển trên là

$$\mathrm{C}_{18}^k x^{18-k} \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = \mathrm{C}_{18}^k (-1)^k \cdot x^{18-3k}, \text{ với } k \in \mathbb{N} \text{ và } 0 \le k \le 18.$$

- Số hạng chứa x^{12} tương ứng với $18 - 3k = 12 \Leftrightarrow k = 2$.
- Vậy hệ số của số hạng chứa x^{12} trong khai triển là $(-1)^2 C_{18}^2 = 153$.

Ví dụ 2. Tìm hệ số của x^{15} trong khai triển $\left(3x^2 - 2x\right)^{10}$.

Ví dụ 3. Tìm số hạng chứa x^{33} trong các khai triển $\left(x^3 + 2xy\right)^{21}$.

Ví dụ 4. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \dfrac{1}{x^2}\right)^6$, với $x \neq 0$.

Ví dụ 5. Tìm hệ số x^5 trong khai triển $P(x) = x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$ thành đa thức.

Ví dụ 6. Tìm hệ số của x^{12} trong khai triển $\left(x^2+1\right)^n$, biết tổng tất cả các hệ số trong khai triển đó bằng 1024.

Ví dụ 7. Khai triển $(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$. Tìm a_5 biết $a_0 + a_1 + a_2 = 71$.

Ví dụ 8. Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển $(1 + x + 3x^2)^{10}$.

C BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1 Khai triển các biểu thức sau

a) $(x+y)^6$.

b) $(2x-3)^4$.

2 Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển nhị thức $(1-3x)^{11}$.

3. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8y^9 trong khai triển nhị thức $(2x-3y)^{17}$.

4. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{16} trong khai triển nhị thức $(x^2-2x)^{10}$.

5. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x-\dfrac{2}{x^2}\right)^{21}$, với $x \neq 0$.

6. Tìm hệ số x^5 trong khai triển $P(x)=x(2x-1)^6+(3x-1)^8$ thành đa thức.

7. Trong khai triển $\left(\sqrt[4]{5}+\sqrt{3}\right)^{12}$ có bao nhiêu số hạng hữu tỷ?

8. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2+\dfrac{2}{x}\right)^n$ (với x khác 0) biết

$$C_n^n+C_n^{n-1}+C_n^{n-2}=79.$$

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Khai triển nhị thức $\left(2x^2+3\right)^{16}$ có bao nhiêu số hạng?

A. 17. **B.** 5^{16}. **C.** 16. **D.** 15.

Câu 2. Trong khai triển nhị thức $(a+2)^{n+6}$ có tất cả 17 số hạng. Khi đó giá trị n bằng

A. 12. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 17.

Câu 3. Đa thức $P(x)=32x^5-80x^4+80x^3-40x^2+10x-1$ là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

A. $(1+2x)^5$. **B.** $(x-1)^5$. **C.** $(2x-1)^5$. **D.** $(1-2x)^5$.

Câu 4. Tìm số hạng chứa x^3y^3 trong khai triển $(x+2y)^6$ thành đa thức

A. $20x^3y^3$. **B.** $160x^3y^3$. **C.** $120x^3y^3$. **D.** $8x^3y^3$.

Câu 5. Hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển thành đa thức của biểu thức $(1-x)^{10}$ là

A. -30. **B.** 120. **C.** -120. **D.** 30.

Câu 6. Tính tổng S tất cả các hệ số trong khai triển $(3x-4)^{17}$.

A. $S=1$. **B.** $S=0$. **C.** $S=-1$. **D.** $S=8192$.

Câu 7. Tính tổng tất cả các hệ số trong khai triển $(2x-1)^{15}$ thành đa thức.

A. 3^{15} . **B.** 2^{15}. **C.** -1 . **D.** 1.

Câu 8. Xét khai triển $(3x+2)^{10}=a_{10}x^{10}+a_9x^9+\cdots a_1x+a_0$. Tính tổng $S=a_{10}+a_9\cdots+a_1+a_0$.

A. $S=2^{10}$. **B.** $S=5^{10}$. **C.** $S=3^{10}$. **D.** $S=6^{10}$.

Câu 9. Tổng các hệ số trong khai triển $(3x-1)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$ là 2^{11}. Tìm a_6.

A. -336798. **B.** 336798. **C.** -112266. **D.** 112266.

Câu 10. Biết hệ số x^2 trong khai triển của $(1-3x)^n$ là 90. Tìm n.

A. $n=5$. **B.** $n=8$. **C.** $n=6$. **D.** $n=7$.

Câu 11. Giả sử trong khai triển $(1+ax)(1-3x)^6$ với $\alpha \in \mathbb{R}$ thì hệ số của số hạng chứa x^3 là 405. Giá trị của a bằng

A. 9. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 14.

Câu 12. Tìm hệ số của x^{12} trong khai triển $\left(2x-x^2\right)^{10}$.

A. C_{10}^2. **B.** $-C_{10}^2 2^8$. **C.** C_{10}^8. **D.** $C_{10}^2 2^8$.

Câu 13. Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(x+\dfrac{1}{2x}\right)^9$.

A. $-\dfrac{1}{8}C_9^3x^3$. **B.** $C_9^3x^3$. **C.** $\dfrac{1}{8}C_9^3x^3$. **D.** $-C_9^3x^3$.

Câu 14. Tìm số hạng chứa x^3y trong khai triển $\left(xy+\dfrac{1}{y}\right)^5$.

A. $4x^3y$. **B.** $5x^3y$. **C.** $3x^3y$. **D.** $10x^3y$.

Câu 15. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(3x-\dfrac{1}{3x^2}\right)^9$, với $x \neq 0$ là

A. 84. **B.** -27. **C.** -2268. **D.** 2268.

Câu 16. Biết tổng tất cả các hệ số của khai triển $(x^2+1)^n$ bằng 1024. Tìm hệ số của x^{12}.

A. $210x^2$. **B.** 210. **C.** 240. **D.** 120.

Câu 17. Cho khai triển $(1+ax)(1-3x)^6$ với $a \in \mathbb{R}$. Biết rằng hệ số của x^3 trong khai triển trên là 405. Tính a.

A. 14. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 7.

Câu 18. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1+C_n^2=55$, số hạng không chứa x trong khai triển của thức $\left(x^3+\dfrac{2}{x^2}\right)^n$ bằng

A. 322560. **B.** 3360. **C.** 80640. **D.** 13340.

Câu 19. Với n là số tự nhiên thỏa mãn $C_{n-4}^{n-6}+nA_n^2=454$, hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển nhị thức Newton $\left(\dfrac{2}{x}-x^3\right)^n$ bằng

A. 1792. **B.** 786. **C.** 1962. **D.** -1792.

Câu 20. Biết rằng hệ số của x^{n-2} trong khai triển $\left(x-\dfrac{1}{4}\right)^n$ bằng 31. Tìm n.

A. $n=32$. **B.** $n=30$. **C.** $n=31$. **D.** $n=33$.

—HẾT—

Chương 9

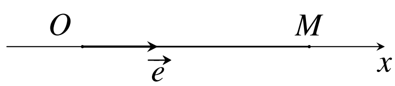
PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

§1. TỌA ĐỘ CỦA VECTƠ

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Trục tọa độ

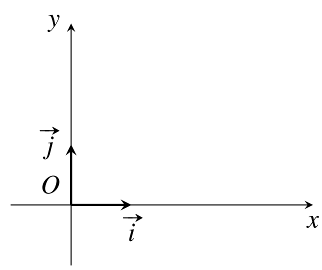
- Trục tọa độ là đường thẳng trên đó xác định một điểm gốc là O và một vec tơ đơn vị $\vec{e}$, kí hiệu $(O, \vec{e})$.
- Xét điểm M trên trục $(O, \vec{e})$, ta luôn có $\overrightarrow{OM} = k\vec{e}$. Khi đó k là tọa độ của M trên trục đã cho.



2. Hệ trục tọa độ

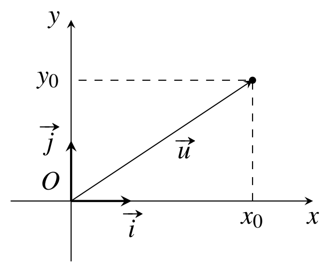
Hệ trục tọa độ bao gồm 2 trục vuông góc nhau (hình vẽ), kí hiệu $(O, \vec{i}, \vec{j})$ hay Oxy.

- O là gốc tọa độ; Ox là trục hoành; Oy là trục tung;
- $\vec{i}, \vec{j}$ là các vec tơ đơn vị và $|\vec{i}| = |\vec{j}| = 1$.



3. Tọa độ của vectơ

- **Định nghĩa:** Với mỗi vectơ $\vec{u}$ trên mặt phẳng Oxy, có duy nhất cặp số $(x_0; y_0)$ sao cho $\vec{u} = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}$. Ta nói $\vec{u}$ có tọa độ là $(x_0; y_0)$ và viết $\vec{u} = (x_0; y_0)$ hoặc $\vec{u}(x_0; y_0)$.
- **Chú ý:**
  - Tọa độ hai vectơ đơn vị là $\vec{i} = (1; 0)$, $\vec{j} = (0; 1)$.
  - $\vec{u}(x; y) = \vec{v}(x'; y') \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}.$



4. Biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ

Cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2)$. Khi đó

① $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2)$.

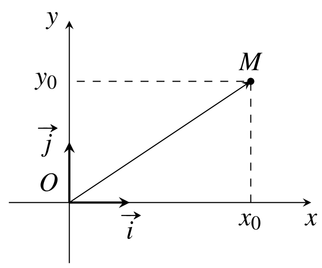
② $\vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1; a_2 - b_2)$.

③ $k\vec{a} = (ka_1; ka_2)$, với k là một hằng số.

④ $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2$

5. Tọa độ điểm

- Xét điểm M trên trục $(O, \vec{i}, \vec{j})$, ta luôn có $\overrightarrow{OM} = x_0\vec{i} + y_0\vec{j}$. Khi đó (x_0, y_0) là tọa độ của M trên hệ trục đã cho.



- Cho ba điểm $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ và $C(x_C; y_C)$. Khi đó

① $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$

② Khoảng cách giữa hai điểm A, B là $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

③ Trung điểm I của AB: $x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2}$ và $y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2}$

④ G là trọng tâm tam giác ABC: $x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3}$ và $y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3}$.

⑤ ABC là ba đỉnh của tam giác $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ không cùng phương với $\overrightarrow{AC}$

B RÈN LUYỆN KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

KN 1 Biểu thức toạ độ của các phép toán vec tơ

Ví dụ 1. Cho $\vec{a} = (1; -2)$, $\vec{b} = (0; 3)$. Tìm toạ độ của các vectơ sau

a) $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b}$; $\quad \vec{y} = \vec{a} - \vec{b}$; $\quad \vec{z} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.

b) $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$; $\quad \vec{v} = 2\vec{a} + \vec{b}$; $\quad \vec{w} = 4\vec{a} - \dfrac{1}{2}\vec{b}$.

Ví dụ 2. Cho $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (3; 4)$, $\vec{c} = (7; 2)$.

a) Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.

b) Tìm tọa độ của vectơ $\vec{x}$ sao cho $\vec{x} + \vec{a} = \vec{b} - \vec{c}$.

Ví dụ 3. Cho $\vec{a}=(-2;0)$, $\vec{b}=(3;4)$, $\vec{c}=(7;2)$. Tính tọa độ vectơ

a) $\vec{u}=2\vec{a}-4\vec{b}+\vec{c}$.

b) $\vec{v}=-\vec{a}+\frac{1}{3}\cdot\vec{b}-\frac{1}{2}\cdot\vec{c}$.

KN 2 Phân tích vectơ theo hai vectơ không cùng phương

Giả sử cần phân tích $\vec{u}=(u_1;u_2)$ theo hai vectơ không cùng phương $\vec{a}=(a_1;a_2)$ và $\vec{b}=(b_1;b_2)$. Ta thực hiện như sau:

- Giả sử $\vec{u}=m\cdot\vec{a}+n\cdot\vec{b}$ với $m,n\in\mathbb{R}$.
- Dùng điều kiện vectơ bằng nhau, ta được hệ $\begin{cases}u_1=m\cdot a_1+n\cdot b_1\\ u_2=m\cdot a_2+n\cdot b_2\end{cases}$.
- Giải hệ trên tìm m và n. Kết luận $\vec{u}=m\cdot\vec{a}+n\cdot\vec{b}$ với m, n vừa tìm được.

Ví dụ 4. Phân tích vectơ $\vec{u}$ theo hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, biết

a) $\vec{u}=(-4;7)$, $\vec{a}=(2;-1)$, $\vec{b}=(-3;4)$.

b) $\vec{u}=(-1;3)$, $\vec{a}=(1;1)$, $\vec{b}=(2;3)$.

c) $\vec{u}=(-1;3)$, $\vec{a}=(2;1)$, $\vec{b}=(3;2)$.

d) $\vec{u}=2\vec{i}-3\vec{j}$, $\vec{a}=(1;1)$, $\vec{b}=(2;3)$.

KN 3 Ứng dụng biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ

Cho hai vectơ $\vec{a}=(a_1;a_2)$ và $\vec{b}=(b_1;b_2)$.

① $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b}\Leftrightarrow a_1b_2-a_2b_1=0$.

② Chứng minh vuông góc: $\boxed{\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow a_1b_1+a_2b_2=0}$.

③ Tính độ dài: $\boxed{|\vec{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2}}$.

④ Tính góc: $\boxed{\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot\left|\vec{b}\right|}=\dfrac{a_1b_1+a_2b_2}{\sqrt{a_1^2+a_2^2}\cdot\sqrt{b_1^2+b_2^2}}}$

Ví dụ 5. Cặp vectơ nào sau đây cùng phương? cùng hướng? ngược hướng?

a) $\vec{a}=(1;2)$ và $\vec{b}=(2;4)$.

b) $\vec{a}=(-3;2)$ và $\vec{b}=(1;2)$.

c) $\vec{a}=(3;0)$ và $\vec{b}=(2;0)$.

d) $\vec{a}=(4;-2)$ và $\vec{b}=(-2;1)$.

e) $\vec{a}=(0;5)$ và $\vec{b}=(4;0)$.

f) $\vec{a}=(0;2)$ và $\vec{b}=(0;-3)$.

Ví dụ 6. Cho $\vec{a}=(2;1)$, $\vec{b}=(m^2-m;3)$. Tìm m để hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

Ví dụ 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $\vec{a}=(m;2)$, $\vec{b}=(1-m;m+4)$ (với m là tham số). Tìm m sao cho $2\vec{a}-3\vec{b}$ cùng phương với $\vec{c}=(4;-2)$.

Ví dụ 8. Trong mặt phẳng Oxy, cho ba véc-tơ $\vec{a}=(1;3)$, $\vec{b}=(6;-2)$, $\vec{c}=(x;1)$.

a) Chứng minh $\vec{a}\perp\vec{b}$.

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $\vec{a}\perp\vec{c}$.

c) Tìm tất cả các giá trị của x để $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{c}$.

d) Tìm tọa độ véc-tơ $\vec{d}$ thỏa mãn $\vec{a}\perp\vec{d}$ và $\vec{b}\cdot\vec{d}=20$.

Ví dụ 9. Trong hệ tọa độ Oxy, tính góc giữa các cặp vectơ sau:

a) $\vec{a}=(4;3)$ và $\vec{b}=(1;7)$.

b) $\vec{a}=(-3;2)$, $\vec{b}=(4;6)$.

c) $\vec{a}=(2;5)$, $\vec{b}=(3;-7)$.

d) $\vec{i}$, $\vec{a}=(1;\sqrt{3})$.

Ví dụ 10. Cho véc-tơ $\vec{a}=(1;-2)$. Với giá trị nào của y thì véc-tơ $\vec{b}=(3;y)$ tạo với véc-tơ $\vec{a}$ một góc 45°.

KN 4 Tọa độ điểm

① $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A)$

② Khoảng cách giữa hai điểm A, B là $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$.

③ Trung điểm I của đoạn AB: $I\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$.

④ Tìm điểm G là trọng tâm của tam giác ABC: $G\left(\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3};\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3}\right)$.

⑤ Điều kiện ba điểm A, B, C thẳng hàng: $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AC}$.

Ví dụ 11. Trên mặt phẳng Oxy cho 2 điểm $A(-2;-2)$ và $B(5;-4)$.

a) Tìm tọa độ trọng tâm của tam giác OAB.

b) Tìm tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC có trọng tâm là điểm $G(2;0)$.

Ví dụ 12. Cho $A(-3;4)$, $B(1;1)$, $C(5;5)$.

a) Tìm điểm D sao cho A là trung điểm BD.

b) Tìm điểm E trên trục Ox sao cho A,B,E thẳng hàng.

Ví dụ 13. Cho ba điểm $A(-3;4)$, $B(1;1)$, $C(2;-5)$.

a) Chứng minh ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

b) Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA. Tìm tọa độ M, N, P.

c) Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

d) Tìm tọa độ điểm E trên trục tung sao cho $\overrightarrow{AE}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng phương.

Ví dụ 14. Cho tam giác ABC. Biết các điểm $M(1;1)$, $N(2;3)$, $P(0;4)$ lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA.

a) Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C.

b) Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

Ví dụ 15. Cho ba điểm $A(-1;2)$, $B(3;-4)$, $C(5;0)$. Tìm tọa độ điểm D nếu biết

a) $\overrightarrow{AD}-2\overrightarrow{BD}+3\overrightarrow{CD}=\vec{0}$.

b) $\overrightarrow{AD}-2\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BC}$.

c) tứ giác $ABCD$ hình bình hành.

d) tứ giác $ABCD$ hình thang có hai đáy là BC, AD với $BC=2AD$.

Ví dụ 16. Cho hai điểm $I(1;-3)$, $J(-2;4)$ chia đọan AB thành ba đọan bằng nhau $AI=IJ=JB$.

a) Tìm tọa độ của A, B.

b) Tìm tọa độ của điểm I' đối xứng với I qua B.

c) Tìm tọa độ của C, D biết $ABCD$ hình bình hành tâm $K(5,-6)$.

Ví dụ 17. Cho ba điểm $A(1;1)$, $B(3;2)$ và $C(m+4;2m+1)$. Tìm m để ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Ví dụ 18. Cho ba điểm $A(3;4)$, $B(2;5)$, $C(x;-1)$. Tìm x để ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Ví dụ 19. Cho hai điểm $A(3;4)$, $B(2;5)$. Tìm x để điểm $C(-7;x)$ thuộc đường thẳng AB.

Ví dụ 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCF$ có $A(-4;1)$, $B(2;4)$, $C(2;-2)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn FB sao cho $2FM=3MB$. Tính tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{MB}$.

Ví dụ 21. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC với $A(1;4)$, $B(2;2)$, $C(8;5)$.

a) Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC. Chứng tỏ tam giác ABC vuông tại B.

b) Tính chu vi và diện tích tam giác ABC (kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân).

Ví dụ 22. Trong mặt phẳng Oxy, cho $A(-2;2)$, $B\left(\frac{5}{2};2+\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$, $C\left(\frac{5}{2};2-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

a) Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC. Chứng tỏ tam giác ABC đều.

b) Tính diện tích tam giác ABC (kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân).

Ví dụ 23. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $A(2;1)$ và $\overrightarrow{AB}=(1;3)$.

a) Tìm toạ độ điểm A.

b) Tìm điểm M trên Oy sao cho tam giác ABM cân tại B.

Ví dụ 24. Cho điểm $A(1;3)$ và $B(3;-1)$. Tính góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{OA}$ và $\overrightarrow{AB}$.

Ví dụ 25. Cho tam giác ABC có $A(1;2)$, $B(-2;6)$, $C(9;8)$.

a) Tính $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$. Chứng minh tam giác ABC vuông tại A.

b) Tìm tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

c) Tính chu vi, diện tích tam giác ABC.

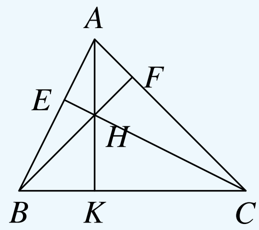
d) Tìm tọa độ điểm N trên Ox để tam giác ANC cân tại N.

e) Tìm tọa độ điểm D để $ABDC$ là hình chữ nhật.

KN 5 Xác định tọa độ các điểm đặc biệt trong tam giác

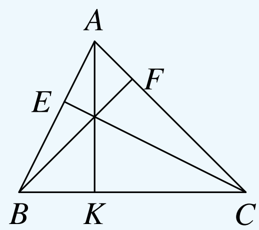
① Xác định tọa độ trực tâm H của tam giác ABC.

- Trực tâm H là giao ba đường cao.
- Gọi $H(a;b)$ là trực tâm tam giác ABC.
- Giải hệ điều kiện $\begin{cases}\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{AC}=0\end{cases}$, tìm a, b.



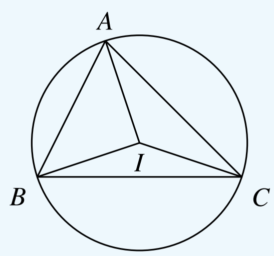
② Xác định tọa độ hình chiếu vuông góc của A lên BC

- Gọi $K(a;b)$ là hình chiếu vuông góc của A lên BC.
- Giải hệ điều kiện $\begin{cases}\overrightarrow{AK}\cdot\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{BK} \text{ cùng phương } \overrightarrow{BC}\end{cases}$, tìm a, b.



③ Xác định tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

- Tâm đường tròn ngoại tiếp là giao của ba đường trung trực.
- Gọi $I(a;b)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
- Giải hệ điều kiện $\begin{cases}IA=IB\\ IA=IC\end{cases}$, tìm a, b.

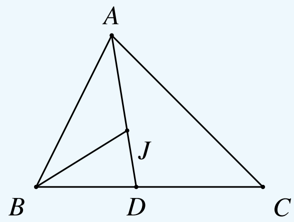


④ Xác định tọa độ tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

- Tính độ dài AB, AC.
- Áp dụng tính chất phân giác trong tam giác ABC, ta có

$$\frac{DB}{DC}=\frac{AB}{AC}=k_1\Rightarrow \overrightarrow{DB}=k_1\overrightarrow{DC}$$

Từ đây, tìm tọa độ điểm D.



- Áp dụng tính chất phân giác trong tam giác BAD, ta có

$$\frac{JA}{JD}=\frac{BA}{BD}=k_2\Rightarrow \overrightarrow{JA}=-k_2\overrightarrow{JD}$$

Từ đây, tìm tọa độ điểm J.

⚠ *Đặt $a=BC$, $b=AC$ và $c=AB$. Ta có công thức tính trực tiếp*

$$x_J=\frac{a\cdot x_A+b\cdot x_B+c\cdot x_C}{a+b+c};\ y_J=\frac{a\cdot y_A+b\cdot y_B+c\cdot y_C}{a+b+c}$$

Ví dụ 26. Cho tam giác ABC với $A(1;6)$, $B(2;6)$, $C(1;1)$.

a) Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC.

b) Vẽ đường cao AK trong $\triangle ABC$. Xác định tọa độ điểm K.

Ví dụ 27. Cho tam giác ABC, biết $A(1;2)$, $B(-1;1)$, $C(5;-1)$.

a) Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

b) Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A lên BC.

c) Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC.

d) Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp I của tam giác ABC.

e) Chứng minh rằng I, H, G thẳng hàng.

Ví dụ 28. Cho ba điểm $A(-2;3)$, $B\left(\frac{1}{4};0\right)$ và $C(2;0)$. Tìm toạ độ tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

KN 6 Một số bài toán liên quan đến max - min

Ví dụ 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;2)$, $B(4;2)$, $C(3;1)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

Ví dụ 30. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $A(-4;5)$, $B(-2;1)$. Tìm tọa độ của điểm M trên trục tung sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|$ ngắn nhất.

Ví dụ 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(1;0)$, $B(0;5)$ và $C(-3;-5)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc trục Oy sao cho $\left|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Ví dụ 32. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $A(1;0)$, $B(0;3)$, $C(-3;-5)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc trục Ox sao cho $\left|2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất.

Ví dụ 33. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-3;1)$, $B(-5;5)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oy sao cho $|MA-MB|$ lớn nhất.

Ví dụ 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho M thuộc trục Ox và $A(4;1), B(1;3)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=MA+MB$.

KN 7 Tọa độ hóa một số mô hình hình học

Ví dụ 35. Cho tam giác đều ABC cạnh a. Chọn hệ trục tọa độ Oxy, trong đó O là trung điểm BC, Ox cùng hướng với $\overrightarrow{OC}$, Oy cùng hướng $\overrightarrow{OA}$.

a) Tính tọa độ của các đỉnh của tam giác ABC.

b) Tìm tọa độ trung điểm E của AC.

c) Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Ví dụ 36. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AD=4$, chiều cao ứng với cạnh AD bằng 3, góc $\widehat{BAD}=60^\circ$. Chọn hệ trục tọa độ $(A;\vec{i},\vec{j})$ với $\vec{i}=(1;0)$ và $\vec{j}=(0;1)$ sao cho $\vec{i}$ và $\overrightarrow{AD}$ cùng hướng, $y_B>0$. Tìm tọa độ đỉnh C của hình bình hành đã cho.

Ví dụ 37. Để kéo một đường dây điện băng qua một hồ hình chữ nhật $ABCD$ với độ dài $AB=200$m, $AD=180$m, người ta định làm 4 cột điện liên tiếp cách đều nhau, cột thứ nhất nằm trên bờ AB và cách đỉnh A khoảng cách 20 m, cột thứ tư nằm trên bờ CD và cách đỉnh C khoảng 30 m. Tính khoảng cách từ vị trí các cột thứ hai, thứ ba đến các bờ AB, CD.

C BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $\vec{u}=(1;2)$, $\vec{v}=(-3;4)$, $\vec{a}=(4;8)$

a) Hãy biểu thị mỗi véc-tơ $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{a}$ theo các véc-tơ $\vec{i}$, $\vec{j}$.

b) Tìm tọa độ $\vec{u}+\vec{v}$, $2\vec{u}$.

c) Tìm mối liên hệ giữa véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{u}$.

2 Cho $\vec{u}=(2;-1)$, $\vec{v}=(4;5)$. Tính tọa độ các véc-tơ $\vec{u}+\vec{v}$, $\vec{u}-\vec{v}$, $3\vec{u}$, $5\vec{u}-4\vec{v}$.

3 Cho $\vec{a}=(1;2)$, $\vec{b}=(3;-1)$. Hãy phân tích véc-tơ $\vec{c}=(-1;5)$ theo hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

4 Cho tam giác ABC có $A(-5;6)$, $B(-4;-1)$, $C(4;3)$.

a) Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AC.

b) Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

5 Cho $A(1;2)$, $B(-2;1)$, $C(2;-1)$.

a) Chứng minh tam giác ABC vuông tại A.

b) Tính diện tích tam giác ABC.

6 Cho ba điểm $A(1;-1)$, $B(3;5)$, $C(2;2)$.

a) Chứng minh rằng ba điểm A, B, C thẳng hàng.

b) Tìm tọa độ điểm D trên Ox sao cho A, B, D thẳng hàng.

7 Trong mặt phẳng Oxy cho ba điểm $A(3;4)$, $B(2;1)$, $C(6;3)$. Tìm tọa độ điểm N thỏa mãn $2\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}-\overrightarrow{NA}=\vec{0}$.

8 Trong mặt phẳng Oxy, cho $M(3;-1)$, $N(1;2)$ và $P(2;-4)$.

a) Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác MNP và tọa độ điểm Q sao cho tứ giác $MNGQ$ là hình bình hành.

b) Tam giác ABC nhận các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA. Tìm tọa độ các điểm A, B, C.

9 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(-3;5)$, $B(-4;-3)$, $C(1;1)$.

a) Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

b) Tìm tọa độ điểm K thuộc trục hoành sao cho $KA+KB$ nhỏ nhất.

10 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A(3;4)$, $B(4;1)$, $C(2;-3)$. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong hệ trục toạ độ Oxy, cho hai điểm $A(2;-1)$, $B(4;3)$. Toạ độ của véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ bằng

A. $\overrightarrow{AB}=(2;4)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=(6;2)$. **C.** $\overrightarrow{AB}=(-2;-4)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=(8;-3)$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $B(-1;3)$, $D(7;-1)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn BD.

A. $I\left(3;-\frac{4}{3}\right)$. **B.** $I\left(\frac{8}{3};-\frac{4}{3}\right)$. **C.** $I(3;1)$. **D.** $I(4;-2)$.

Câu 3. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;3)$, $B(3;5)$, $C(1;4)$. Toạ độ trọng tâm G của tam giác đã cho là

A. $G(4;2)$. **B.** $G(6;12)$. **C.** $G(3;6)$. **D.** $G(2;4)$.

Câu 4. Trong hệ trục $(O;\vec{i},\vec{j})$, tọa độ của véc-tơ $\vec{i}-\vec{j}$ là

A. $(-1;1)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;-1)$.

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai véc-tơ $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}-\vec{j}$ và $\overrightarrow{OB}=5\vec{i}+2\vec{j}$. Tính tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{AB}$.

A. $\overrightarrow{AB}=(-3;-3)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=(2;-1)$. **C.** $\overrightarrow{AB}=(3;3)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=(7;1)$.

Câu 6. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác EHF có $E(-1;3)$, $H(3;-4)$, $F(4;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác EHF.

A. $G\left(\dfrac{8}{3};\dfrac{1}{3}\right)$. **B.** $G\left(2;\dfrac{1}{3}\right)$. **C.** $G\left(\dfrac{8}{3};3\right)$. **D.** $G(2;3)$.

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. Điểm A nằm trên trục tung thì có hoành độ bằng 0.
B. Tọa độ của điểm A là tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$.
C. Điểm A nằm ở góc phần tư thứ hai thì có hoành độ dương.
D. Điểm A nằm trên trục hoành thì có tung độ bằng 0.

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $OABC$ có $B(-6;12)$. Tìm tọa độ tâm I của hình bình hành $OABC$.

A. $I(1;-4)$. **B.** $I(-3;6)$. **C.** $I(3;-6)$. **D.** $I(-1;4)$.

Câu 9. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(1;2), B(-2;-3)$ và $G(-1;-1)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho G là trọng tâm tam giác ABC.

A. $(1;-1)$. **B.** $(2;-2)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-2;-2)$.

Câu 10. Cho tam giác ABC. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB. Biết $A(1;3)$, $B(-3;3)$, $C(8;0)$. Giá trị của $x_M+x_N+x_P$ bằng

A. 1. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 11. Trong mặt phẳng Oxy, cho $\triangle MNP$ có $M(1;-1)$, $N(5;-3)$ và P thuộc trục Oy, trọng tâm G của $\triangle MNP$ nằm trên trục Ox. Tọa độ điểm P là

A. $(0;2)$. **B.** $(2;4)$. **C.** $(2;0)$. **D.** $(0;4)$.

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $OABC$ có đỉnh C nằm trên trục Ox. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. A và B có tung độ bằng nhau. **B.** B và C có hoành độ bằng nhau.
C. B và C có tung độ bằng nhau. **D.** A và B có hoành độ bằng nhau.

Câu 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các điểm $A(1;4)$, $B(-3;2)$, $C(-3;-5)$, $M(x;y)$ thỏa mãn $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{AC}=\vec{0}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $y=-2x$. **B.** $y=\dfrac{1}{3}x$. **C.** $y=\dfrac{1}{4}x$. **D.** $y=4x$.

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho véc-tơ $\vec{a}=(-5;0)$, $\vec{b}=(4;m)$. Tìm m sao cho hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

A. $m=-5$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=4$.

Câu 15. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(m-1;2)$, $B(2;5-2m)$ và $C(m-3;4)$. Tìm giá trị của tham số m để ba điểm A, B, C thẳng hàng.

A. $m=3$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=2$.

Câu 16. Trong hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(-1;1)$, $B(1;3)$, $C(-2;0)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. A, B, C thẳng hàng. **B.** $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{BA}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{CA}=\vec{0}$.

Câu 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $\vec{a}=(1;2)$, $\vec{b}=(3;4)$ và $\vec{c}=(1;4)$. Tìm giá trị của k thỏa mãn $\vec{c}=k\vec{a}-\vec{b}$.

A. $k=2$. **B.** $k=4$. **C.** $k=-4$. **D.** $k=-2$.

Câu 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $\vec{a}=(1;2)$, $\vec{b}=(-2;1)$, $\vec{c}=(3;-1)$. Tính tọa độ của véc-tơ $\vec{x}=2\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$.

A. $(3;6)$. **B.** $(-3;6)$. **C.** $(-3;-6)$. **D.** $(3;-6)$.

Câu 19. Cho ba véc-tơ $\vec{a}=(2;1)$, $\vec{b}=(3;4)$, $\vec{c}=(7;2)$. Giá trị của k, h để $\vec{c}=k\vec{a}+h\vec{b}$ là

A. $k=4{,}4; h=-0{,}6$. **B.** $k=3{,}4; h=-0{,}2$.
C. $k=4{,}6; h=-5{,}1$. **D.** $k=2{,}5; h=-1{,}3$.

Câu 20. Cho $\vec{a}=(2;1)$, $\vec{b}=(-3;4)$, $\vec{c}=(-4;9)$. Hai số thực m, n thỏa mãn $m\vec{a}+n\vec{b}=\vec{c}$. Tính m^2+n^2.

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho bốn điểm $A(3;-2)$, $B(7;1)$, $C(0;1)$, $D(-8;-5)$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. Hai véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ ngược hướng. **B.** Bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng.
C. Hai véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng. **D.** $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ là hai véc-tơ đối.

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có ba điểm $M(1;-2)$, $N(3;0)$ và $P(0;1)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB. Tìm tọa độ đỉnh A.

A. $A(-2;-1)$. **B.** $A(4;-3)$. **C.** $A(-2;3)$. **D.** $A(2;3)$.

Câu 23. Trong mặt phẳng Oxy, cho $\triangle ABC$ có $M\left(-\dfrac{5}{2};-1\right)$, $N\left(-\dfrac{3}{2};-\dfrac{7}{2}\right)$, $P\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB. Tọa độ trọng tâm G của $\triangle ABC$ là

A. $G(4;-4)$. **B.** $G\left(\dfrac{4}{3};-\dfrac{4}{3}\right)$. **C.** $G\left(-\dfrac{4}{3};-\dfrac{4}{3}\right)$. **D.** $G(-4;-4)$.

Câu 24. Trong mặt phẳng Oxy, cho $A(-4;5)$, $B(-2;1)$. Tọa độ của điểm M trên trục tung sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|$ ngắn nhất là

A. $M(0;2)$. **B.** $M(0;-3)$. **C.** $M(0;3)$. **D.** $M(0;-2)$.

Câu 25. Cho hai véc-tơ $\vec{u}=(2;-1)$, $\vec{v}=(-3;4)$. Tích vô hướng $\vec{u}\cdot\vec{v}$ là

A. 11. **B.** -10. **C.** 5. **D.** -2.

Câu 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai véc-tơ $\vec{a}=4\vec{i}+6\vec{j}$ và $\vec{b}=3\vec{i}-7\vec{j}$. Tính tích vô hướng $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

A. $\vec{a}\cdot\vec{b}=30$. **B.** $\vec{a}\cdot\vec{b}=43$. **C.** $\vec{a}\cdot\vec{b}=3$. **D.** $\vec{a}\cdot\vec{b}=-30$.

Câu 27. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(3;-1)$, $B(2;10)$, $C(-4;2)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-26$. **B.** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=26$. **C.** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-40$. **D.** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=40$.

Câu 28. Trong hệ tọa độ $(O;\vec{i};\vec{j})$, cho véc-tơ $\vec{a}=-\dfrac{3}{5}\vec{i}-\dfrac{4}{5}\vec{j}$. Độ dài của véc-tơ $\vec{a}$ bằng

A. $\dfrac{7}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{5}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{6}{5}$.

Câu 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai véc-tơ $\vec{a}=(4;3)$ và $\vec{b}=(1;7)$. Tính góc α giữa hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\alpha=45^\circ$. **B.** $\alpha=90^\circ$. **C.** $\alpha=30^\circ$. **D.** $\alpha=60^\circ$.

Câu 30. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai véc-tơ $\vec{a}=(-1;1)$ và $\vec{b}=(2;0)$. Tính cosin của góc giữa hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$

A. $\cos(\vec{a},\vec{b})=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $\cos(\vec{a},\vec{b})=\dfrac{1}{2}$.

C. $\cos(\vec{a},\vec{b}) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\cos(\vec{a},\vec{b}) = -\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$.

Câu 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba véc-tơ $\vec{a} = (1;2)$, $\vec{b} = (4;3)$ và $\vec{c} = (2;3)$. Tính $P = \vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})$.

A. $P = 18$. **B.** $P = 28$. **C.** $P = 0$. **D.** $P = 20$.

Câu 32. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai véc-tơ $\vec{u} = \dfrac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$ và $\vec{v} = k\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm k để véc-tơ $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{v}$.

A. $k = -20$. **B.** $k = -40$. **C.** $k = 20$. **D.** $k = 40$.

Câu 33. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai véc-tơ $\vec{u} = \dfrac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$ và $\vec{v} = k\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm k để véc-tơ $\vec{u}$ và véc-tơ $\vec{v}$ có độ dài bằng nhau.

A. $k = \pm\dfrac{\sqrt{37}}{2}$. **B.** $k = \dfrac{5}{8}$. **C.** $k = \dfrac{37}{4}$. **D.** $k = \dfrac{\sqrt{37}}{2}$.

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tính khoảng cách giữa hai điểm $M(1;-2)$ và $N(-3;4)$.

A. $MN = 3\sqrt{6}$. **B.** $MN = 2\sqrt{13}$. **C.** $MN = 6$. **D.** $MN = 4$.

Câu 35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;2), B(5;-2)$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$.

A. $M(1;6)$. **B.** $M(6;0)$. **C.** $M(0;6)$. **D.** $M(0;1)$.

Câu 36. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm điểm M thuộc trục hoành để khoảng cách từ đó đến điểm $N(-1;4)$ bằng $2\sqrt{5}$.

A. $M(1;0), M(-3;0)$. **B.** $M(1;0)$. **C.** $M(3;0)$. **D.** $M(1;0), M(3;0)$.

Câu 37. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(6;0)$, $B(3;1)$, $C(-1;-1)$. Tính số đo góc B của tam giác đã cho

A. $\widehat{B} = 15^\circ$. **B.** $\widehat{B} = 60^\circ$. **C.** $\widehat{B} = 120^\circ$. **D.** $\widehat{B} = 135^\circ$.

Câu 38. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;4)$, $B(3;2)$, $C(5;4)$. Tính chu vi P của tam giác đã cho.

A. $P = 4+2\sqrt{2}$. **B.** $P = 4+4\sqrt{2}$. **C.** $P = 8+8\sqrt{2}$. **D.** $P = 2+2\sqrt{2}$.

Câu 39. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(-4;1)$, $B(2;4)$, $C(2;-2)$. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác đã cho.

A. $I\left(\dfrac{1}{4};1\right)$. **B.** $I\left(1;\dfrac{1}{4}\right)$. **C.** $I\left(-\dfrac{1}{4};1\right)$. **D.** $I\left(1;-\dfrac{1}{4}\right)$.

Câu 40. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(-3;0)$, $B(3;0)$ và $C(2;6)$. Gọi $H(a;b)$ là tọa độ trực tâm của tam giác đã cho. Tính $a+6b$.

A. $a+6b = 7$. **B.** $a+6b = 6$. **C.** $a+6b = 5$. **D.** $a+6b = 8$.

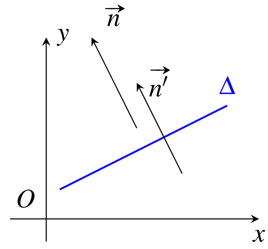
—HẾT—

§2. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Phương trình tổng quát của đường thẳng

Véc tơ pháp tuyến: Véc-tơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ được gọi là véc-tơ pháp tuyến (vtpt) của đường thẳng Δ nếu giá của $\vec{n}$ vuông góc với Δ (hình vẽ).



- Một đường thẳng có vô số véc-tơ pháp tuyến và chúng cùng phương nhau.
- Nếu $\vec{n}$ và $\vec{n'}$ cùng là véc-tơ pháp tuyến của Δ thì $\vec{n'} = k \cdot \vec{n}$.
- Đường thẳng Δ hoàn toàn xác định khi biết một điểm và một véc tơ pháp tuyến của nó.

Phương trình tổng quát của đường thẳng: Trong mặt phẳng toạ độ, mọi đường thẳng đều có phương trình tổng quát dạng $ax + by + c = 0$, với a, b không đồng thời bằng 0. Khi đó một véc tơ pháp tuyến của đường thẳng là $\vec{n} = (a;b)$.

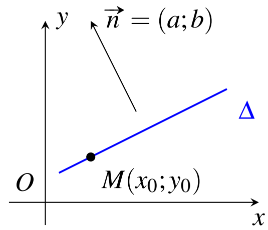
Lưu ý:

① Đường thẳng Δ: $\begin{cases} \text{qua } M(x_0;y_0) & (1) \\ \text{vtpt } \vec{n} = (a;b) & (2) \end{cases}$

sẽ có phương trình tổng quát là

$$\boxed{a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0 \quad (\star)}$$

ta thu gọn $(\star)$ về dạng $ax + by + c = 0$.



② Cho Δ: $ax + by + c = 0$.

- Nếu $b = 0$ thì Δ có thể đưa về dạng $x = -\dfrac{c}{a}$ (vuông góc với Ox).
- Nếu $b \neq 0$, chia hai vế cho b thì Δ có thể đưa về dạng $y = -\dfrac{a}{b}x - \dfrac{c}{b}$.

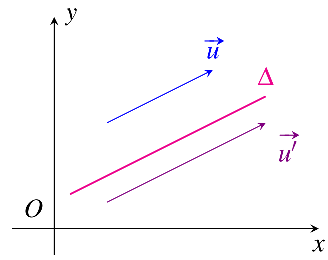
Chú ý

Để viết được phương trình tổng quát của đường thẳng Δ, ta cần xác định được hai dữ kiện (1) và (2), sau đó áp dụng công thức $(\star)$ và thu gọn kết quả.

2. Phương trình tham số của đường thẳng

Véc tơ chỉ phương: Véc-tơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ được gọi là véc-tơ chỉ phương (vtcp) của đường thẳng Δ nếu giá của $\vec{u}$ song song hoặc trùng với Δ.

- Một đường thẳng có vô số véc-tơ chỉ phương và chúng cùng phương với nhau.
- Đường thẳng Δ hoàn toàn xác định khi biết một điểm và một véc tơ chỉ phương của nó.



Nếu $\vec{u}$ và $\vec{u'}$ là véc-tơ chỉ phương của Δ thì $\vec{u'} = k \cdot \vec{u}$.

Mối liên hệ giữa véc tơ chỉ phương và véc tơ pháp tuyến: Cho $\vec{n} = (a;b)$ là một véc tơ pháp tuyến của Δ. Khi đó Δ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-b;a)$ hoặc $\vec{u} = (b;-a)$ (đổi chỗ và đổi 1 dấu).

Phương trình tham số của đường thẳng: Đường thẳng Δ: $\begin{cases} \text{qua } M(x_0;y_0) & (1) \\ \text{vtcp } \vec{u} = (u_1;u_2) & (2) \end{cases}$ sẽ có phương trình tham số là

$$\boxed{\begin{cases} x = x_0 + u_1 t \\ y = y_0 + u_2 t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})}$$

3. Mối liên hệ giữa đồ thị hàm bậc nhất và đường thẳng

① Đồ thị hàm số bậc nhất $y = kx + y_0$ là một đường thẳng có hệ số góc k có thể được viết thành $kx - y + y_0$. Suy ra một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (k;-1)$.

Ghi nhớ: Một đường thẳng có hệ số góc k thì nó sẽ có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (k;-1)$.

② Ngược lại, mỗi đường thẳng có phương trình $ax + by + c = 0$, với a, $b \neq 0$ có thể được viết thành dạng hàm số bậc nhất $y = -\dfrac{a}{b}x - \dfrac{c}{b}$.

4. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng $\begin{cases} \Delta_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ \Delta_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$. Để kiểm tra vị trí tương đối giữa chúng, ta có thể làm theo một trong hai cách sau:

Cách 1: Dựa vào số nghiệm của hệ phương trình.

Xét hệ $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$.

- Nếu hệ có một nghiệm $(x_0;y_0)$ thì Δ_1 cắt Δ_2 tại điểm $M_0(x_0;y_0)$.
- Nếu hệ có vô số nghiệm thì Δ_1 trùng với Δ_2.
- Nếu hệ vô nghiệm thì Δ_1 và Δ_2 không có điểm chung, hay Δ_1 song song với Δ_2.

Cách 2: Xét tỉ số (với a_2, b_2, c_2 khác 0)

- Nếu $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{b_1}{b_2} = \dfrac{c_1}{c_2}$ thì Δ_1 trùng với Δ_2.
- Nếu $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{b_1}{b_2} \neq \dfrac{c_1}{c_2}$ thì Δ_1 song song Δ_2.
- Nếu $\dfrac{a_1}{a_2} \neq \dfrac{b_1}{b_2}$ thì Δ_1 cắt Δ_2.

5. Góc giữa hai đường thẳng

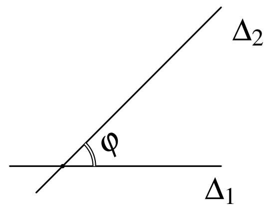
Công thức tính: Cho hai đường thẳng $\Delta_1: a_1x+b_1y+c_1=0$ và $\Delta_2: a_2x+b_2y+c_2=0$. Gọi φ $(0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ)$ là góc tạo bởi giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2. Khi đó

$$\boxed{\cos\varphi = |\cos(\vec{n_1},\vec{n_2})| = \frac{|\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}|}{|\vec{n_1}|\cdot|\vec{n_2}|} = \frac{|a_1\cdot a_2+b_1\cdot b_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}\cdot\sqrt{a_2^2+b_2^2}}.}$$

với $\vec{n_1}=(a_1;b_1)$, $\vec{n_2}=(a_2;b_2)$ lần lượt là vtpt của Δ_1 và Δ_2.

Chú ý:

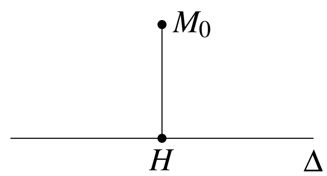
- $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$.
- Nếu Δ_1 song song hoặc trùng Δ_2 thì $\varphi = 0^\circ$.
- Nếu Δ_1 vuông góc Δ_2 thì $\varphi = 90^\circ$ hay $\boxed{a_1a_2+b_1b_2=0}$.



6. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Công thức tính: Khoảng cách từ $M_0(x_0;y_0)$ đến đường thẳng $\Delta: ax+by+c=0$ được tính theo công thức

$$\boxed{d(M_0,\Delta) = M_0H = \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$$



Các trường hợp đặc biệt: $d(M_0,Ox) = M_0H = |y_0|$, $\quad d(M_0,Oy) = M_0K = |x_0|$.

Phương trình các đường phân giác góc tạo bởi hai đường thẳng cắt nhau: Cho hai đường thẳng $\Delta_1: a_1x+b_1y+c_1=0$ và $\Delta_2: a_2x+b_2y+c_2=0$ cắt nhau thì phương trình hai đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng trên là

$$\frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}} = \pm\frac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$$

B RÈN LUYỆN KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

KN 1 Phương trình tổng quát của đường thẳng

Xét phương trình tổng quát: Cho $\Delta\colon ax+by+c=0$ thì

- Một vtpt là $\vec{n}=(a,b)$ (hệ số của x và y.)
- Tìm điểm thuộc Δ: Cho trước x, thay vào phương trình tìm y hoặc ngược lại.

Ví dụ 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $\Delta\colon 2x-y+5=0$.

a) Tìm một điểm thuộc Δ và một vec tơ pháp tuyến của Δ.

b) Gọi $M(x_1;y_1)$ và $N(x_2;y_2)$ thuộc Δ. Tính độ dài đoạn MN, biết $x_1=4$ và $x_2=1$.

Ví dụ 2. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình tổng quát đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1;5)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(-2;3)$.

Ví dụ 3. Lập phương trình tổng quát của đường thẳng qua điểm $M(-2;3)$ và có hệ số góc $k=2$.

Ví dụ 4. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC với $A(1;-2)$, $B(2;0)$, $C(2;4)$.

a) Lập phương trình đường cao kẻ từ A và đường cao kẻ từ B của tam giác ABC.

b) Lập phương trình đường trung trực cạnh BC và trung trực cạnh AC.

KN 2 Phương trình tham số của đường thẳng

Xét phương trình tham số: Cho $\Delta\colon \begin{cases} x=x_0+u_1t \\ y=y_0+u_2t \end{cases}$ thì

- Một vtcp là $\vec{u}=(u_1;u_2)$ (hệ số của t.)
- Tìm điểm thuộc Δ: Cho trước t, thay vào phương trình tìm x và y.

Ví dụ 5. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=1-3t \\ y=2+t \end{cases}$.

a) Tìm một điểm thuộc Δ và một véc tơ chỉ phương của Δ.

b) Gọi $M(x_1;y_1)$ và $N(x_2;y_2)$ thuộc Δ. Tính độ dài đoạn MN, biết $x_1=4$ và $x_2=1$.

Ví dụ 6. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình tham số đường thẳng Δ biết Δ đi qua $M(1;2)$ và có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-1;3)$.

Ví dụ 7. Trong mặt phẳng Oxy, lập phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(5;1)$ và có hệ số góc $k=8$.

Ví dụ 8. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC với $A(1;-2)$, $B(2;0)$, $C(2;4)$.

a) Lập phương trình đường thẳng đi qua A và song song với BC.

b) Lập phương trình tham số của đường trung bình tam giác ứng với cạnh đáy BC.

KN 3 Chuyển phương trình tham số về phương trình tổng quát và ngược lại

Mối liên hệ giữa véc tơ chỉ phương và véc tơ pháp tuyến: Cho $\vec{n} = (a;b)$ là một véc tơ pháp tuyến của Δ. Khi đó Δ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-b;a)$ hoặc $\vec{u} = (b;-a)$ (đổi chỗ và đổi 1 dấu).

Ví dụ 9. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng Δ: $\begin{cases} x = 2+3t \\ y = 4-t \end{cases}$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ.

Ví dụ 10. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng Δ: $3x-4y+4=0$. Lập phương trình tham số của Δ.

KN 4 Lập phương trình đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt cho trước

- Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(x_A;y_A)$ và $B(x_B;y_B)$. Khi đó, đường thẳng AB sẽ có một véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (x_B-x_A;y_B-y_A)$.
- **Lưu ý:**
  - Nếu $x_B - x_A \neq 0$ và $y_B - y_A \neq 0$ thì phương trình AB là $\dfrac{x-x_A}{x_B-x_A} = \dfrac{y-y_A}{y_B-y_A}$.
  - Nếu $A(a;0)$ và $B(0;b)$, với $a,b \neq 0$ thì phương trình AB là $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$.

Ví dụ 11. Trong mặt phẳng Oxy, lập phương trình tham số và phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua $A(1;2), B(3;1)$.

Ví dụ 12. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC với $A(1;2)$, $B(3;0)$, $C(1;4)$.

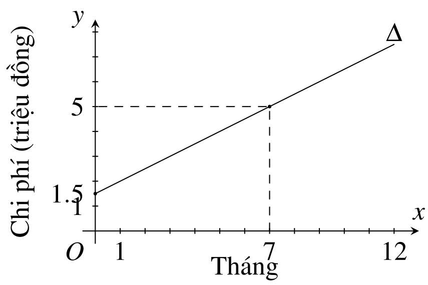
a) Viết phương trình tổng quát của các đường thẳng chứa các cạnh của tam giác ABC.

b) Viết phương trình tham số và phương trình tổng quát của đường trung tuyến kẻ từ A.

Ví dụ 13. Một đường thẳng đi qua điểm $M(5;-3)$ cắt trục Ox và Oy tại A và B sao cho M là trung điểm của AB. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đó.

Ví dụ 14.

Để tham gia một phòng tập thể dục, người tập phải trả một khoản phí tham gia ban đầu và phí sử dụng phòng tập. Đường thẳng Δ ở hình bên biểu thị tổng chi phí (đơn vị: triệu đồng) tham gia một phòng tập thể dục theo thời gian tập của một người (đơn vị: tháng).



a) Viết phương trình của đường thẳng Δ.

b) Cho biết giao điểm của đường thẳng Δ với trục tung trong tình huống này có ý nghĩa gì?

c) Tính tổng chi phí mà người đó phải trả khi tham gia phòng tập thể dục với thời gian 12 tháng.

KN 5 Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Ví dụ 15. Xét vị trí tương đối và tìm giao điểm của 2 đường thẳng sau (nếu có).

a) $2x-5y+3=0$ và $5x+2y-3=0$.

b) $x-3y+4=0$ và $0,5x-1,5y+4=0$.

c) $10x+2y-3=0$ và $5x+y-1,5=0$.

Ví dụ 16. Xét vị trí tương đối và tìm giao điểm của cặp đường thẳng sau (nếu có).

a) $d: \begin{cases} x=-1-5t \\ y=2+4t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x=-6+5t' \\ y=2-4t'. \end{cases}$

b) $d: \begin{cases} x=1-4t \\ y=2+2t \end{cases}$ và $d': 2x+4y-10=0$.

c) $d: \begin{cases} x=-2+t \\ y=2+2t \end{cases}$ và $d': \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-3}{-2}$.

Ví dụ 17. Tìm giá trị của tham số m để $\Delta_1: mx+y+8=0$ và $\Delta_2: x-y+m=0$ vuông góc nhau.

Ví dụ 18. Tìm m để ba đường thẳng sau đây đồng quy

$$d_1: 2x+y-4=0,\ d_2: 5x-2y+3=0 \text{ và } d_3: mx+3y-2=0.$$

Ví dụ 19. Cho hai đường thẳng

$$\Delta_1: (m+1)x-2y-m-1=0; \quad \Delta_2: x+(m-1)y-m^2=0.$$

a) Tìm tọa độ giao điểm của Δ_1 và Δ_2.

b) Tìm điều kiện của m để giao điểm đó nằm trên trục Oy.

Ví dụ 20. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình tổng quát của đường thẳng d

a) qua $M(-1;-4)$ và song song với đường thẳng $3x+5y-2=0$.

b) qua $N(1;1)$ và vuông góc với đường thẳng $2x+3y+7=0$.

Ví dụ 21. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $A(-5;2)$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=2+t \\ y=-3-2t \end{cases}$. Lập phương trình tổng quát của đường thẳng d' trong các trường hợp sau

a) d' qua A và song song với d.

b) d' qua A và vuông góc với d.

KN 6 Góc giữa hai đường thẳng

Ví dụ 22. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta_1 : x+2y-\sqrt{2}=0$ và $\Delta_2 : x-y=0$. Tính côsin của góc giữa Δ_1 và Δ_2.

Ví dụ 23. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta : 3x+5y+15=0$ và $\Delta' : \begin{cases} x=10-3t \\ y=1+5t \end{cases}$. Tính góc φ giữa Δ_1 và Δ_2.

Ví dụ 24. Trong mặt phẳng Oxy, tính góc giữa hai đường thẳng sau $\Delta_1\colon 3x-2y+1=0$ và $\Delta_2\colon \begin{cases} x=t \\ y=7-5t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Ví dụ 25. Tìm m để góc hợp bởi hai đường thẳng $\Delta_1\colon \sqrt{3}x-y+7=0$ và $\Delta_2\colon mx+y+1=0$ một góc bằng 30°.

Ví dụ 26. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d\colon 3x-2y+1=0$ và $M(1;2)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M và tạo với d một góc 45°.

KN 7 Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Ví dụ 27. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(3;5)$ và đường thẳng Δ có phương trình $2x-3y-6=0$. Tính khoảng cách từ M đến Δ.

Ví dụ 28. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $A(-1;3)$, đường thẳng $\Delta\colon 5x+3y-5=0$ và $\Delta'\colon 5x+3y+8=0$.

a) Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ.

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng song song Δ và Δ'

Ví dụ 29. Trong một khu vực bằng phẳng, ta lấy hai xa lộ vuông góc với nhau làm hai trục tọa độ và mỗi đơn vị độ dài trên trục tương ứng với 1 km. Cho biết với hệ trục tọa độ vừa chọn thì một trạm viễn thông T có tọa độ $(2;3)$. Một người đang gọi điện thoại di động trên chiếc xe khách chạy trên đoạn cao tốc có dạng một đường thẳng Δ có phương trình $6x+8y-5=0$. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa người đó và trạm viễn thông T.

Ví dụ 30. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh là $A(1;1)$, $B(5;2)$, $C(4;4)$. Tính độ dài các đường cao của tam giác ABC.

Ví dụ 31. Trong mặt phẳng Oxy, tìm những điểm nằm trên đường thẳng $\Delta\colon 2x+y-1=0$ và có khoảng cách đến $d\colon 4x+3y-10=0$ bằng 2.

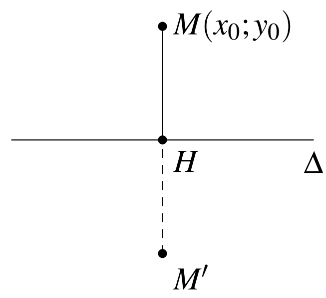
Ví dụ 32. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(1,-3)$ và có khoảng cách đến điểm $M_0(2,4)$ bằng 1.

Ví dụ 33. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(-2;4)$, $B(3;5)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua điểm $I(0;1)$ sao cho khoảng cách từ A đến đường thẳng Δ gấp 2 lần khoảng cách từ B đến Δ.

KN 8 Các bài toán liên quan đến hình chiếu và đối xứng

Bài toán 1: Tìm hình chiếu của điểm $M(x_0;y_0)$ lên $\Delta\colon ax+by+c=0$.

- Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên Δ.
- Do $MH \perp \Delta$ nên phương trình MH có dạng $bx-ay+m=0$ (1). Thay tọa độ M vào (1), tìm m.
- Nhận xét $H = MH \cap \Delta$ nên tọa độ H là nghiệm của hệ $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ bx-ay+m=0 \end{cases}$ (2)
- Giải (2), tìm nghiệm $(x_1;y_1)$. Kết luận $H(x_1;y_1)$.



Bài toán 2: Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với điểm $M(x_0;y_0)$ qua $\Delta\colon ax+by+c=0$.

- Gọi $M'(x';y')$ là điểm đối xứng với M qua Δ.
- Khi đó, H là trung điểm của đoạn MM'. Suy ra, tọa độ M' được tính theo công thức sau

$$\begin{cases} x' = 2x_1 - x_0 \\ y' = 2y_1 - y_0 \end{cases}$$

Ví dụ 34. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d\colon x-2y+4=0$ và điểm $A(4;1)$.

a) Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A lên d.

b) Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với A qua d.

Ví dụ 35. Cho hai đường thẳng $d_1: x+y-1=0$ và $d_2: x-3y+3=0$. Hãy lập phương trình của đường thẳng d_3 đối xứng với d_1 qua d_2.

Ví dụ 36. Cho đường thẳng $\Delta\colon 2x-y+1=0$ và điểm $I(1;2)$. Tìm phương trình đường thẳng Δ' đối xứng với Δ qua điểm I.

Ví dụ 37. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d: x+2y-4=0$ và hai điểm $A(1;4)$, $B(8;3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất.

KN 9 Tìm điểm M thỏa mãn điều kiện cho trước

Để xác định tọa độ điểm M, ta thường tiếp cận theo hai cách sau:

Cách 1: Tham số tọa độ điểm M theo ẩn. Sau đó, kết hợp với giả thiết để xây dựng phương trình giải. Các kiểu tham số điểm thường gặp:

- Nếu $M \in Ox$ thì $M(m;0)$.
- Nếu $M \in Oy$ thì $M(0;m)$.
- Nếu $M \in \Delta$: $\begin{cases} x = x_0 + u_1 t \\ y = y_0 + u_2 t \end{cases}$ thì $M\left(x_0 + u_1 t; y_0 + u_2 t\right)$.
- Nếu $M \in \Delta$: $ax + by + c = 0$ thì $M\left(x_0; \dfrac{-c - ax_0}{b}\right)$, với $b \neq 0$.

Chú ý các công thức tính độ dài, tính góc, khoảng cách; điều kiện vuông góc,...

Cách 2: Điểm M có thể là giao của hai "đối tượng" hình nào đó trong đề bài (giao của hai đường thẳng, giao của đường thẳng với đường tròn,...). Khi đó, ta viết phương trình của hai "đối tượng" hình đó, rồi giải hệ tìm kết quả.

Ví dụ 38. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng Δ: $4x - 3y + 5 = 0$.

a) Tìm tọa độ điểm A thuộc Δ và cách gốc tọa độ một khoảng bằng 4.

b) Tìm điểm B thuộc Δ và cách đều hai điểm $E(5;0)$, $F(3;-2)$.

Ví dụ 39. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(-1;2)$ và $B(3;4)$. Tìm tọa độ điểm C trên đường thẳng: $x - 2y + 1 = 0$ sao cho $\triangle ABC$ vuông ở C.

Ví dụ 40. Trong mặt phẳng Oxy, cho $A(-2;2)$, $B(1;0)$, $C(3;-3)$. Xác định toạ độ trực tâm H của $\triangle ABC$.

Ví dụ 41. Trong mặt phẳng tọa độ, một tín hiệu âm thanh phát đi từ một vị trí và được 3 thiết bị ghi tín hiệu đặt tại 3 vị trí $A(1;2)$, $B(-1;3)$, $C(2;-3)$ nhận được cùng một thời điểm. Hãy xác định vị trí phát tín hiệu âm thanh.

KN 10 Bài toán cực trị

Ví dụ 42. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d: $x + 2y - 4 = 0$ và điểm $A(1;4)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho MA nhỏ nhất.

Ví dụ 43. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d: $x + 2y - 4 = 0$ và hai điểm $A(1;4)$, $B\left(8; \dfrac{1}{2}\right)$. Tìm điểm M thuộc d sao cho $5MA^2 + 2MB^2$ nhỏ nhất.

Ví dụ 44. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $A(2;1)$. Lấy điểm B thuộc Ox có hoành độ không âm và điểm C thuộc Oy có tung độ không âm sao cho tam giác ABC vuông tại A. Tìm tọa độ điểm B và C sao cho diện tích tam giác ABC.

a) lớn nhất.

b) nhỏ nhất.

C BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1 Viết phương trình tham số và phương trình tổng quát của trục Ox, trục Oy.

2 Viết phương trình tham số và phương trình tổng quát của đường thẳng d trong các trường hợp sau:

a) Đường thẳng d đi qua điểm $A(5;4)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;3)$;

b) Đường thẳng d đi qua điểm $B(1;2)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(-1;4)$;

c) Đường thẳng d đi qua hai điểm $C(2;2), D(4;6)$.

3 Lập phương trình tổng quát và phương trình tham số của đường thẳng d trong mỗi trường hợp sau:

a) d đi qua điểm $M(2;2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(4;7)$;

b) d đi qua điểm $N(0;1)$ và có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-5;3)$;

c) d đi qua $A(-2;-3)$ và có hệ số góc $k=3$;

d) d đi qua hai điểm $P(1;1)$ và $Q(3;4)$.

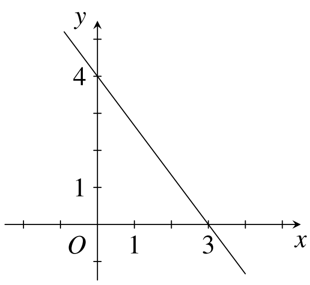
4 Viết phương trình tổng quát của các đường thẳng là đồ thị các hàm số bậc nhất sau:

a) $d_1: y=x+4$;

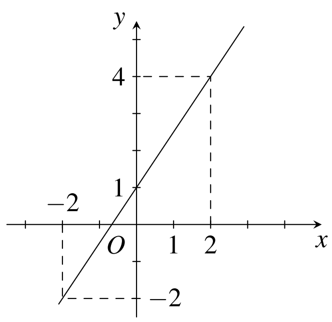
b) $d_2: y=-\dfrac{2}{3}x+1$;

c) $d_3: y=-x$.

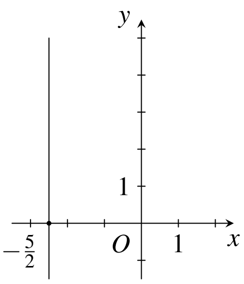
5 Lập phương trình mỗi đường thẳng trong các hình dưới đây



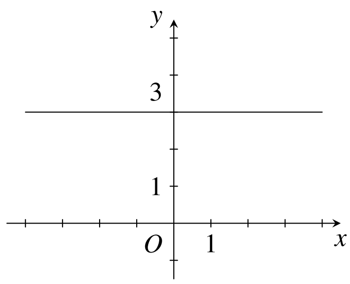
a)



b)



c)



d)

6 Cho đường thẳng d có phương trình tham số là $\begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 2 + 2t. \end{cases}$

a) Lập phương trình tổng quát của đường thẳng d.

b) Tìm toạ độ giao điểm của đường thẳng d lần lượt với các trục Ox, Oy.

c) Đường thẳng d có đi qua điểm $M(-7;5)$ hay không?

7 Trong mặt phẳng tọa độ, cho tam giác ABC với $A(1;4)$, $B(3;-1)$, $C(6;2)$.

a) Lập phương trình tổng quát của đường cao AH tam giác ABC.

b) Lập phương trình tham số của đường thẳng d đi qua B và song song với AC.

c) Lập phương trình tham số của đường trung bình tam giác ứng với cạnh đáy BC.

d) Lập phương trình tổng quát đường trung tuyến kẻ từ A.

8 Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC biết $A(2;1), B(-1;0), C(0;3)$.

a) Viết phương trình tổng quát của đường cao AH.

b) Viết phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB.

c) Viết phương trình tổng quát đường thẳng BC.

d) Viết phương trình tổng quát đường thẳng qua A và song song với đường BC.

e) Viết phương trình tổng quát đường trung tuyến kẻ từ A.

9 Trong mặt phẳng (Oxy), cho hai điểm $M(3;2)$ và $N(1;-4)$. Viết phương trình đường trung trực của cạnh MN.

10 Viết phương trình các đường trung trực của tam giác ABC biết $M(-1;1), N(1;9), P(9;1)$ là các trung điểm của ba cạnh tam giác.

11 Một người bắt đầu mở một vòi nước. Nước từ vòi chảy với vận tốc là 2 m^3/h vào một cái bể đã chứa sẵn 5 m^3 nước.

a) Viết biểu thức tính thể tích y của nước có trong bể sau x giờ.

b) Gọi $y = f(x)$ là hàm số xác định từ câu a). Vẽ đồ thị d của hàm số này.

c) Viết phương trình tham số và phương trình tổng quát của đường thẳng d.

12 Theo Google Map, sân bay nội bài có vĩ độ $21,2°$ Bắc, kinh độ $105,8°$ Đông, sân bay Tân Sơn Nhất có vĩ độ $10,8°$ Bắc, kinh độ $106,6°$ Đông. Một máy bay, bay từ Nội Bài đến sân bay Tân Sơn Nhất. Tại thời điểm t giờ, tính từ lúc xuất phát, máy bay ở vị trí có vĩ độ $x°$ Bắc, kinh độ $y°$ Đông được tính theo công thức

$$\begin{cases} x = 21,2 - \dfrac{624}{125}t \\ y = 105,8 + \dfrac{48}{125}t \end{cases}$$

a) Hỏi chuyến bay từ Hà Nội đến Tân Sơn Nhất mất mấy giờ?

b) Tại thời điểm 1 giờ kể từ lúc cất cánh, máy bay đã qua vĩ tuyến 17 ($17°$ Bắc) chưa?

13 Màn hình rađa tại trạm điều khiển không lưu được thiết lập hệ toạ độ Oxy có vị trí trạm có toạ độ $O(0;0)$ rađa có bán kính hoạt động là 600 km. Một máy bay khởi hành từ sân bay lúc 8 giờ. Cho biết sau t giờ máy bay có toạ độ

$$\begin{cases} x = 1 + 180t \\ y = 1 - 180t. \end{cases}$$

a) Tìm toạ độ máy bay lúc 9 giờ;

b) Tính khoảng cách giữa máy bay và trạm điều khiển không lưu;

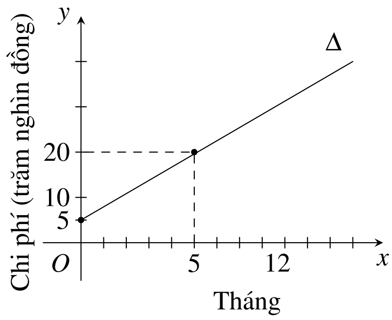
c) Lúc mấy giờ máy bay ra khỏi tầm hoạt động của rađa?

14 Đường thẳng Δ ở hình bên biểu thị tổng chi phí lắp đặt và tiền cước sử dụng dịch vụ Internet (đơn vị: trăm nghìn đồng) theo thời gian của một gia đình (đơn vị: tháng).

a) Viết phương trình của đường thẳng Δ.

b) Cho biết giao điểm của đường thẳng Δ với trục tung trong tình huống này có ý nghĩa gì.

c) Tính tổng chi phí lắp đặt và sử dụng Internet trong 12 tháng đầu tiên.



15 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , lập phương trình tổng của đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2)$ và cắt hai tia Ox , Oy lần lượt tại Ox tại A và B sao cho tam giác OAB là tam giác cân.

16 Trong mặt phẳng Oxy, hãy tính khoảng cách từ $M(3;-5)$ đến các trục tọa độ.

17 Tính khoảng cách từ điểm $M(3;5)$ đến đường thẳng $\Delta\colon x + y + 1 = 0$.

18 Tính khoảng cách từ điểm $M(4;-5)$ đến đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x = 2t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$.

19 Xét vị trí tương đối của mỗi cặp đường thẳng sau

a) $\Delta_1: 2x - y + 1 = 0$ và $\Delta_2: \ -x + 2y + 2 = 0$.

b) $\Delta_3: x - y - 1 = 0$ và $\Delta_4: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + 2t. \end{cases}$

20 Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

$$\Delta_1: \begin{cases} x = 1 + t_1 \\ y = -2 + t_1 \end{cases} \text{ và } \Delta_2: \begin{cases} x = 2t_2 \\ y = -3 + 2t_2. \end{cases}$$

21 Tính góc giữa hai đường thẳng $d_1: x + 2y + 4 = 0$ và $d_2: x - 3y + 6 = 0$.

22 Tính góc hợp bởi hai đường thẳng $\Delta_1: 6x - 5y + 15 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 10 + 5t \\ y = 1 + 6t. \end{cases}$

23 Tìm m sao cho hai đường thẳng $\Delta : x + 5my - 4 = 0$ và $\Delta' : 2x + 3y - 2 = 0$ song song với nhau.

24 Xác định tất cả các giá trị của tham số m để hai đường thẳng $d\colon 2x-3y+4=0$ và $d'\colon \begin{cases} x=2-3t \\ y=1-4mt \end{cases}$ vuông góc với nhau.

25 Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $A(3;5)$ và đường thẳng $d\colon 2x-y-2=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua A và thỏa mãn

a) Δ song song với d.

b) Δ vuông góc với d.

c) Δ tạo với d một góc bằng $45°$.

26 Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=3t \\ y=2+4t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$ và cách đường thẳng Δ một khoảng bằng 3.

27 Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;3)$ và cách điểm $B(-2;1)$ một khoảng bằng 3.

28 Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(4;4)$ và đường thẳng $d\colon 3x-y+2=0$.

a) Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của M trên d.

b) Tìm tọa độ điểm N đối xứng với M qua d.

29 Cho đường thẳng $\Delta\colon ax+by+c=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ' đối xứng với đường thẳng Δ

a) qua trục hoành.

b) qua trục tung.

c) qua gốc tọa độ.

30 Cho đường thẳng d có phương trình tổng quát là $x-2y-5=0$.

a) Lập phương trình tham số của đường thẳng d.

b) Tìm toạ độ điểm M thuộc d sao cho $OM=5$ với O là gốc toạ độ.

c) Tìm toạ độ điểm N thuộc d sao cho khoảng cách từ N đến trục hoành Ox là 3 .

31 Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có $A(4;-13), B(4;12), C(-8;3)$. Viết phương trình đường phân giác trong góc B.

32 Trong mặt phẳng Oxy, cho $A(2;-3)$, $B(3;-2)$. Trọng tâm G của $\triangle ABC$ nằm trên đường thẳng $d\colon 3x-y-8=0$, diện tích $\triangle ABC$ bằng $\frac{3}{2}$. Tìm tọa độ điểm C.

33 Trong mặt phẳng Oxy, cho $\triangle ABC$. Cạnh BC có trung điểm $M(0;4)$, còn hai cạnh kia có phương trình là $2x+y-11=0$ và $x+4y-2=0$.

a) Xác định đỉnh A.

b) Gọi C là đỉnh nằm trên đường thẳng $x+4y-2=0$ và N là trung điểm AC. Tìm tọa điểm N rồi tính tọa độ B, C.

34 Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(1;4)$ và $B(3;5)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và cách B một khoảng lớn nhất.

35 Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d\colon x-2y-2=0$ và hai điểm $A(3;4)$, $B(-1;2)$. Tìm điểm M thuộc d sao cho MA^2-2MB^2 lớn nhất.

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=1+2t \\ x=3-t \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc Δ?

A. $M(1;3)$. **B.** $N(3;2)$. **C.** $P(2;-1)$. **D.** $Q(2;1)$.

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $\Delta\colon 3x-y+6=0$. Điểm nào sau đây thuộc Δ?

A. $M(1;3)$. **B.** $N(3;2)$. **C.** $P(-1;3)$. **D.** $Q(2;1)$.

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=1+2t \\ x=3-t \end{cases}$. Một véc tơ chỉ phương $\vec{u}$ của Δ là

A. $\vec{u}=(1;3)$. **B.** $\vec{u}=(2;-1)$. **C.** $\vec{u}=(3;1)$. **D.** $\vec{u}=(2;1)$.

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=5-2t \\ y=3+t \end{cases}$. Một véc tơ chỉ phương $\vec{u}$ của Δ là

A. $\vec{u}=(5;3)$. **B.** $\vec{u}=(-2;3)$. **C.** $\vec{u}=(2;1)$. **D.** $\vec{u}=(2;-1)$.

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=1-2t \\ y=4+8t \end{cases}$. Một véc tơ chỉ phương $\vec{u}$ của Δ là

A. $\vec{u}=(1;4)$. **B.** $\vec{u}=(-2;-8)$. **C.** $\vec{u}=(1;-4)$. **D.** $\vec{u}=(2;8)$.

Câu 6. Trong mặt phẳng Oxy, cho phương trình đường thẳng $\Delta\colon 3x+4y-5=0$. Tìm một véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ.

A. $\vec{n}=(3;4)$. **B.** $\vec{n}=(4;-3)$. **C.** $\vec{n}=(-4;3)$. **D.** $\vec{n}=(4;3)$.

Câu 7. Trong mặt phẳng Oxy, cho phương trình đường thẳng $\Delta\colon x-2y+3=0$. Tìm một véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ.

A. $\vec{n}=(1;-2)$. **B.** $\vec{n}=(2;1)$. **C.** $\vec{n}=(-2;3)$. **D.** $\vec{n}=(1;3)$.

Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=3+5t \\ y=-4-3t \end{cases}$. Tìm một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của d.

A. $\vec{n}=(3;-5)$. **B.** $\vec{n}=(3;5)$. **C.** $\vec{n}=(5;-3)$. **D.** $\vec{n}=(5;3)$.

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=-2-t \\ y=4+3t \end{cases}$. Tìm một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của d.

A. $\vec{n}=(-2;4)$. **B.** $\vec{n}=(3;1)$. **C.** $\vec{n}=(4;2)$. **D.** $\vec{n}=(-1;3)$.

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d\colon 3x-7y+1=0$. Tìm một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ của d.

A. $\vec{u}=(3;7)$. **B.** $\vec{u}=(3;-7)$. **C.** $\vec{u}=(7;-3)$. **D.** $\vec{u}=(7;3)$.

Câu 11. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d\colon 8x+1=0$. Tìm một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ của d.

A. $\vec{u}=(8;1)$. **B.** $\vec{u}=(0;1)$. **C.** $\vec{u}=(1;0)$. **D.** $\vec{u}=(1;-8)$.

Câu 12. Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;-2)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(3;5)$ có phương trình tham số là

A. $d\colon \begin{cases} x=3+t \\ y=5-2t \end{cases}$. **B.** $d\colon \begin{cases} x=3+2t \\ y=5+t \end{cases}$. **C.** $d\colon \begin{cases} x=1+5t \\ y=-2-3t \end{cases}$. **D.** $d\colon \begin{cases} x=1+3t \\ y=-2+5t \end{cases}$.

Câu 13. Đường thẳng đi qua $A(-1;2)$, nhận $\vec{n}=(2;-4)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

A. $x+y+4=0$. **B.** $x-2y-4=0$. **C.** $x-2y+5=0$. **D.** $-x+2y-4=0$.

Câu 14. Đường thẳng đi qua điểm $C(3;-2)$ và có hệ số góc $k=\dfrac{2}{3}$ có phương trình là

A. $2x+3y=0$. **B.** $2x-3y-12=0$. **C.** $2x-3y-9=0$. **D.** $3x-2y-13=0$.

Câu 15. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;-1)$ và $B(2;5)$.

A. $\begin{cases} x=2 \\ y=-1+6t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2t \\ y=-6t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1 \\ y=2+6t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=5+6t \end{cases}$.

Câu 16. Trong mặt phẳng Oxy, phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-1)$ và $B(1;5)$ là

A. $-x+3y+6=0$. **B.** $3x-y+6=0$. **C.** $3x-y+10=0$. **D.** $3x+y-8=0$.

Câu 17. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng d cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại hai điểm $A(a;0)$, $B(0;b)$ $(a\neq 0, b\neq 0)$. Viết phương trình đường thẳng d.

A. $d\colon \dfrac{x}{a}-\dfrac{y}{b}=1$. **B.** $d\colon \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=0$. **C.** $d\colon \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$. **D.** $d\colon \dfrac{x}{b}+\dfrac{y}{a}=1$.

Câu 18. Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng cắt hai trục tọa độ tại $A(2;0)$ và $B(0;3)$ có phương trình là

A. $3x-2y+6=0$. **B.** $3x-2y-6=0$. **C.** $2x-3y+4=0$. **D.** $2x+3y-4=0$.

Câu 19. Trong mặt phẳng Oxy, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=15 \\ y=6+7t \end{cases}$?

A. $6x-15y=0$. **B.** $x-y-9=0$. **C.** $x-15=0$. **D.** $x+15=0$.

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=3-5t \\ y=1+4t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Phương trình tổng quát của đường thẳng d là

A. $4x-5y-7=0$. **B.** $4x+5y+17=0$. **C.** $4x+5y-17=0$. **D.** $4x-5y-17=0$.

Câu 21. Đường thẳng d có phương trình tổng quát $4x+5y-8=0$. Phương trình tham số của d là

A. $\begin{cases} x=2+4t \\ y=5t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+5t \\ y=-4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+5t \\ y=4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-5t \\ y=4t \end{cases}$.

Câu 22. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(2;0)$, $B(0;3)$ và $C(-3;-1)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm B và song song với AC.

A. $\begin{cases} x=5t \\ y=3+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+5t \\ y=t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=3-5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=5 \\ y=1+3t \end{cases}$.

Câu 23. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hai điểm $A(1;-2)$, $B(3;6)$. Phương trình tổng quát của đường trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $x+4y+10=0$. **B.** $4x-y-6=0$. **C.** $x+4y-10=0$. **D.** $2x+8y+5=0$.

Câu 24. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC với đỉnh $A(1;2)$ và $H(3;-1)$ là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC. Khi đó đường thẳng BC có phương trình là

A. $2x-3y-9=0$. **B.** $2x-3y+4=0$. **C.** $3x+2y-7=0$. **D.** $3x+2y+7=0$.

Câu 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;2)$, $B(3;1)$, $C(5;4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường cao kẻ từ A của tam giác ABC?

A. $2x+3y+8=0$. **B.** $2x+3y-8=0$. **C.** $3x-2y+1=0$. **D.** $2x+3y-2=0$.

Câu 26. Cho ba điểm $A(1;-2)$, $B(5;-4)$, $C(-1;4)$. Đường cao kẻ từ A của tam giác ABC có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=-1+4t\\y=2+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=4+t\\y=3-2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-4t\\y=-2+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+4t\\y=-2+3t\end{cases}$.

Câu 27. Cho tam giác ABC với $A(1;1)$, $B(0;-2)$ và $C(4;2)$. Phương trình tổng quát của đường trung tuyến kẻ từ B của tam giác ABC.

A. $3x+y-2=0$. **B.** $5x-3y+1=0$. **C.** $x+y+7=0$. **D.** $-7x+5y+10=0$.

Câu 28. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC với $A(2;4)$; $B(2;1)$; $C(5;0)$. Trung tuyến CM đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(-7;-6)$. **B.** $(-1;5)$. **C.** $\left(10;-\dfrac{5}{2}\right)$. **D.** $\left(14;\dfrac{9}{2}\right)$.

Câu 29. Đường thẳng đi qua điểm $M(5;-3)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho M là trung điểm của AB có phương trình là

A. $3x+5y-30=0$. **B.** $3x-5y-30=0$. **C.** $3x+5y+30=0$. **D.** $5x-3y-34=0$.

Câu 30. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có $A(0;0)$, $B(1;-1)$, $C(3;3)$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường phân giác trong góc A?

A. $\vec{u}_4=(0;1)$. **B.** $\vec{u}_2=(1;0)$. **C.** $\vec{u}_3=(1;-1)$. **D.** $\vec{u}_1=(-1;2)$.

Câu 31. Khoảng cách từ điểm $M(3;-4)$ đến đường thẳng $\Delta\colon 3x-4y-1=0$ bằng

A. $\dfrac{8}{5}$. **B.** 5. **C.** $\dfrac{7}{5}$. **D.** $\dfrac{24}{5}$.

Câu 32. Tính khoảng cách từ điểm $M(2;0)$ đến đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases}x=1+3t\\y=2+4t\end{cases}$.

A. $\dfrac{10}{\sqrt{5}}$. **B.** $\dfrac{2}{5}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 33. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng $\Delta_1: 7x+y-3=0$ và $\Delta_2: 7x+y+12=0$.

A. $d=9$. **B.** $d=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $d=15$. **D.** $d=\dfrac{9}{\sqrt{50}}$.

Câu 34. Cho hai đường thẳng song song $d_1: 5x-7y+4=0$, $d_2: 5x-7y+6=0$. Khoảng cách giữa d_1 và d_2 là

A. $\dfrac{4}{\sqrt{74}}$. **B.** $\dfrac{10}{\sqrt{74}}$. **C.** $\dfrac{6}{\sqrt{74}}$. **D.** $\dfrac{2}{\sqrt{74}}$.

Câu 35. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d: 21x-11y-10=0$. Trong các điểm $M(21;-3)$, $N(0;4)$, $P(-19;5)$ và $Q(1;5)$ điểm nào gần đường thẳng d nhất?

A. Q. **B.** P. **C.** N. **D.** M.

Câu 36. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases}x=22+2t\\y=55+5t\end{cases}$ và $\Delta_2: 2x+3y-19=0$.

A. $(5;3)$. **B.** $(2;5)$. **C.** $(10;25)$. **D.** $(-1;7)$.

Câu 37. Tính khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $x-3y+4=0$ và $2x+3y-1=0$ đến đường thẳng $\Delta\colon 3x+y+4=0$.

A. $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$. **B.** $2\sqrt{10}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$. **D.** 2.

Câu 38. Trong mặt phẳng Oxy, tính góc giữa đường thẳng $\sqrt{3}x-y+1=0$ và trục hoành.

A. 45°. **B.** 135°. **C.** 60°. **D.** 120°.

Câu 39. Tìm góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: x+\sqrt{3}y=0$ và $\Delta_2: x+10=0$.

A. 30°. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 125°.

Câu 40. Tính góc tạo bởi hai đường thẳng $d_1: 2x-y-10=0$ và $d_2: x-3y+9=0$

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 135°. **D.** 45°.

Câu 41. Tìm côsin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 10x+5y-1=0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \end{cases}$.

A. $\dfrac{3}{10}$. **B.** $\dfrac{3}{5}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$.

Câu 42. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta_1: 2x-3y+1=0$, $\Delta_2: -4x+6y+5=0$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng Δ_1, Δ_2.

A. Δ_1, Δ_2 vuông góc.
B. Δ_1, Δ_2 trùng nhau.
C. Δ_1, Δ_2 song song.
D. Δ_1, Δ_2 cắt nhau nhưng không vuông góc.

Câu 43. Cho đường thẳng $d_1: 2x+y+15=0$ và $d_2: x-2y-3=0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d_1 và d_2 song song với nhau.
B. d_1 và d_2 cắt nhau và không vuông góc với nhau.
C. d_1 và d_2 vuông góc với nhau.
D. d_1 và d_2 trùng nhau với nhau.

Câu 44. Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng Δ: $3x-2y-7=0$ cắt đường thẳng nào sau đây?

A. $d_4: 6x-4y-14=0$.
B. $d_2: 3x-2y=0$.
C. $d_1: 3x+2y=0$.
D. $d_3: -3x+2y-7=0$.

Câu 45. Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng nào sau đây song song với đường thẳng $2x+3y-1=0$?

A. $4x-6y-2=0$. **B.** $x-2y+5=0$. **C.** $2x-3y+3=0$. **D.** $2x+3y+1=0$.

Câu 46. Trong mặt phẳng Oxy, véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng song song với trục Oy?

A. $\overrightarrow{n_4}=(1;0)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(0;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(-1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(1;1)$.

Câu 47. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(4;-7)$ và song song với trục Ox.

A. $\begin{cases} x=-7+t \\ y=4 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=-7 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=4 \\ y=-7+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+4t \\ y=-7t \end{cases}$.

Câu 48. Trong mặt phẳng Oxy, phương trình tham số của đường thẳng đi qua $M(-2;3)$ và song song với đường thẳng $\begin{cases} x=7-t \\ y=-5+5t \end{cases}$ là

A. $\begin{cases} x=-t \\ y=5t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-2-t \\ y=3+5t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=5-2t \\ y=-1+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+5t \\ y=-2-t \end{cases}$.

Câu 49. Trong mặt phẳng Oxy, phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua O và song song với đường thẳng Δ: $6x-4x+1=0$ là

A. $3x+12y-1=0$. **B.** $6x-4y-1=0$. **C.** $3x-2y=0$. **D.** $4x+6y=0$.

Câu 50. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $I(4;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta\colon x+y-2017=0$.

A. $4x-y+5=0$. **B.** $x-y+5=0$. **C.** $x-y-5=0$. **D.** $4x-y-5=0$.

Câu 51. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hai đường thẳng $d\colon m^2x-6y+m+6=0$ và $d'\colon 3x-2y+1=0$ song song với nhau.

A. $m\in\varnothing$. **B.** $m=-3$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m=-3\\ m=3\end{array}\right.$. **D.** $m=3$.

Câu 52. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1\colon 2x-3y-10=0$ và $d_2\colon \begin{cases}x=2-3t\\ y=1-4mt\end{cases}$ vuông góc?

A. $m=-\dfrac{5}{4}$. **B.** $m=\dfrac{9}{8}$. **C.** $m=-\dfrac{9}{8}$. **D.** $m=\dfrac{1}{2}$.

Câu 53. Xác định tất cả các giá trị của tham số m để hai đường thẳng $d\colon 2x-3y+4=0$ và $d'\colon \begin{cases}x=2-3t\\ y=1-4mt\end{cases}$ vuông góc với nhau.

A. $m=-\dfrac{9}{8}$. **B.** $m=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=\pm\dfrac{9}{8}$.

Câu 54. Có hai giá trị của tham số m để đường thẳng $x+my-3=0$ hợp với đường thẳng $x+y=0$ một góc 60°. Tổng của hai giá trị ấy bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** -1. **D.** -4.

Câu 55. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(2;1)$ trên đường thẳng $d\colon 2x+y-7=0$. Gọi $H(a;b)$ là hình chiếu vuông góc của A trên d. Tính $a+b$.

A. 3. **B.** $\dfrac{21}{5}$. **C.** $\dfrac{7}{5}$. **D.** $\dfrac{14}{5}$.

Câu 56. Cho điểm $M(1;2)$ và đường thẳng $d\colon 2x+y-5=0$. Tọa độ của điểm đối xứng với điểm M qua d là

A. $(-2;6)$. **B.** $\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{9}{5};\dfrac{12}{5}\right)$. **D.** $(3;-5)$.

Câu 57. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(3;-1)$ và $B(0;3)$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng 1.

A. $\left[\begin{array}{l}M\left(\dfrac{7}{2};0\right)\\ M(1;0)\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}M\left(\dfrac{14}{3};0\right)\\ M\left(\dfrac{4}{3};0\right)\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}M\left(-\dfrac{7}{2};0\right)\\ M(-1;0)\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}M\left(-\dfrac{14}{3};0\right)\\ M\left(-\dfrac{4}{3};0\right)\end{array}\right.$.

Câu 58. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(1;1)$, $B(4;-3)$ và đường thẳng $d\colon x-2y-1=0$. Tìm điểm M thuộc d có tọa độ nguyên và thỏa mãn khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng 6.

A. $M\left(3;-\dfrac{27}{11}\right)$. **B.** $M(3;7)$. **C.** $M(-43;-27)$. **D.** $M(7;3)$.

Câu 59. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases}x=1-t\\ y=2+3t\end{cases}$ và điểm $A(1;-7)$. Gọi $M(a;b)$ là điểm thuộc đường thẳng Δ sao cho khoảng cách từ điểm M đến điểm A là nhỏ nhất. Tính tổng $a+b$.

A. $-\dfrac{42}{5}$. **B.** $\dfrac{12}{5}$. **C.** $\dfrac{42}{5}$. **D.** $-\dfrac{12}{5}$.

Câu 60. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d\colon x+2y-4=0$ và hai điểm $A(1;4)$, $B(9;0)$. Biết điểm $M(a,b)$ thuộc d thỏa mãn $\left|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right|$ nhỏ nhất. Tính $a+b$.

A. $a+b=4$. **B.** $a+b=5$. **C.** $a+b=10$. **D.** $a+b=-4$.

—HẾT—

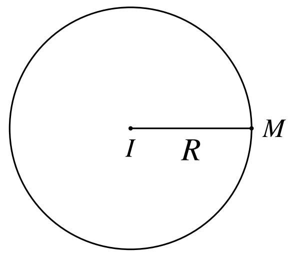
§3. ĐƯỜNG TRÒN TRONG MẶT PHẲNG TỌA ĐỘ

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Phương trình đường tròn có tâm và bán kính cho trước

Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn $(\mathscr{C})$: $\begin{cases} \text{tâm } I(a;b) & (1) \\ \text{bán kính } R & (2) \end{cases}$ có phương trình

$$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2 \quad (\star)$$



2. Dạng khai triển

Phương trình đường tròn: Ta có thể khai triển $(\star)$, biến đổi phương trình về dạng

$$x^2+y^2-2ax-2by+c=0 \quad (\star\star)$$

trong đó $c=a^2+b^2-R^2$.

Chú ý:

① Trong trường hợp tổng quát, điều kiện để $(\star\star)$ là phương trình đường tròn là $a^2+b^2-c>0$.

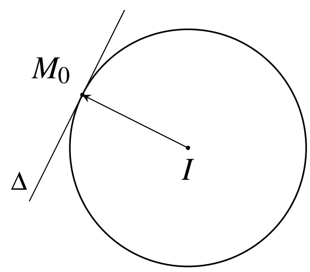
② Để xác định tâm và bán kính của đường tròn ở dạng $(\star\star)$, ta làm như sau:

+ Đổi dấu hệ số trước x và y rồi chia 2, ta được tâm $I(a;b)$.
+ Tính bán kính theo công thức $R=\sqrt{a^2+b^2-c}$.

3. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn

Công thức tiếp tuyến: Cho đường tròn $(\mathscr{C})$ có tâm $I(a;b)$ và bán kính R. Đường thẳng Δ là tiếp tuyến với $(\mathscr{C})$ tại điểm $M_0(x_0;y_0)$. Khi đó

- $M_0(x_0;y_0)$ thuộc Δ.
- $\overrightarrow{IM}_0=(x_0-a;y_0-b)$ là véc-tơ pháp tuyến của Δ.



Do đó Δ có phương trình là

$$(x_0-a)(x-x_0)+(y_0-b)(y-y_0)=0.$$

Chú ý: Đường thẳng Δ tiếp xúc $(\mathscr{C})$ khi $\mathrm{d}(I,\Delta)=R$.

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

KN 1 Tìm tâm và bán kính đường tròn.

Xét dạng $(x-a)^2+(y-b)^2=m \quad (1)$.

① Nếu $m>0$ thì (1) là phương trình đường tròn có tâm $I(a;b)$ và bán kính $R=\sqrt{m}$.

② Nếu $m \le 0$ thì (1) không phải là phương trình đường tròn.

Xét dạng $x^2+y^2-2ax-2by+c=0 \quad (2)$. Xét dấu biểu thức $m=a^2+b^2-c$.

① Nếu $m>0$ thì (2) là phương trình đường tròn có

- tâm $I(a;b)$
- bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2-c}$.

② Nếu $m \le 0$ thì (2) không phải là phương trình đường tròn.

Ví dụ 1. Trong mặt phẳng Oxy, Tìm tâm và bán kính của đường tròn có phương trình sau đây.

a) $(x-1)^2+(y+2)^2=16$.

b) $(x+2)^2+(y-3)^2=9$.

c) $(x+2)^2+y^2=4$.

d) $x^2+y^2=5$.

Ví dụ 2. Phương trình nào trong các phương trình sau đây là phương trình đường tròn? Tìm tọa độ tâm và bán kính của đường tròn đó.

a) $x^2+y^2-2x-4y-20=0$;

b) $x^2+y^2+2x-4y+6=0$;

c) $x^2+y^2-4x-8y+5=0$;

d) $2x^2+2y^2+6x+8y-2=0$.

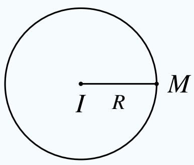
Ví dụ 3. Trong mặt phẳng Oxy, cho phương trình $x^2+y^2-2mx-4(m-2)y+6-m=0 \quad (1)$. Tìm điều kiện của m để (1) là phương trình đường tròn.

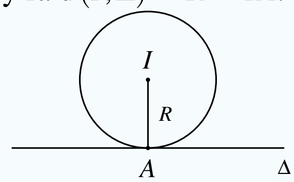
KN 2 Lập phương trình đường tròn

Hướng tiếp cận 1. Từ giả thiết, giải tìm tọa độ tâm và tính độ dài bán kính. Sau đó, viết phương trình của $(\mathscr{C})$ theo công thức $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$.

① $(\mathscr{C})$ có tâm I và đi qua điểm M, suy ra $R=IM=\sqrt{(x_M-x_I)^2+(y_M-y_I)^2}$.

② $(\mathscr{C})$ tiếp xúc với đường thẳng Δ tại A, suy ra $\mathrm{d}(I;\Delta)=R=IA$.





Hướng tiếp cận 2. Thường dùng cho bài toán lập phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác (qua ba điểm) hoặc qua hai điểm và có tâm thuộc đường thẳng d.

- Giả sử phương trình đường tròn $(\mathscr{C})$ là $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$
- Từ điều kiện của đề bài, ta thiết lập hệ phương trình với ba ẩn là a,b,c.

- Giải hệ tìm a, b, c. Từ đó suy ra phương trình đường tròn $(\mathscr{C})$.

Ví dụ 4. Trong mặt phẳng Oxy, lập phương trình đường tròn $(\mathscr{C})$, biết

a) $(\mathscr{C})$ có tâm $I(3;-5)$ bán kính $R=2$.

b) $(\mathscr{C})$ có tâm $I(3;-5)$ và qua điểm $A(-2;1)$.

Ví dụ 5. Trong mặt phẳng Oxy, lập phương trình đường tròn đường kính AB với $A(1;6)$, $B(-3;2)$.

Ví dụ 6. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình đường tròn $(\mathscr{C})$ có tâm $I(-1;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta : x-2y+7=0$.

Ví dụ 7. Trong mặt phẳng Oxy, lập phương trình đường tròn đi qua ba điểm $M(-2;4), N(5;5), P(6;-2)$.

Ví dụ 8. Trong mặt phẳng tọa độ, một tín hiệu âm thanh phát đi từ một vị trí và được 3 thiết bị ghi tín hiệu đặt tại 3 vị trí $O(0;0), A(1;0), B(1;3)$ nhận được cùng một thời điểm. Hãy xác định vị trí phát tín hiệu âm thanh.

Ví dụ 9. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d : 2x-y-5=0$ và hai điểm $A(1;2), B(4;1)$. Viết phương trình đường tròn $(\mathscr{C})$ có tâm thuộc d và đi qua hai điểm A, B.

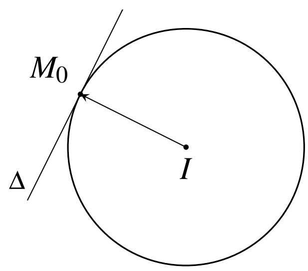
Ví dụ 10. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d: $2x-y-4=0$. Viết phương trình đường tròn $(\mathscr{C})$ tiếp xúc với các trục tọa độ và có tâm ở trên đường thẳng d.

Ví dụ 11. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình đường tròn $(\mathscr{C})$ đi qua điểm $A(4;2)$ đồng thời tiếp xúc với hai đường thẳng d_1: $x-3y-2=0$ và d_2: $x-3y+18=0$.

KN 3 Tiếp tuyến của đường tròn tại một điểm

Cho đường tròn $(\mathscr{C})$ có tâm $I(a;b)$ và bán kính R. Đường thẳng Δ là tiếp tuyến với $(\mathscr{C})$ tại điểm $M_0(x_0;y_0)$. Khi đó

- $M_0(x_0;y_0)$ thuộc Δ.
- $\overrightarrow{IM_0} = (x_0-a; y_0-b)$ là véc-tơ pháp tuyến của Δ.



Do đó Δ có phương trình là

$$\boxed{(x_0-a)(x-x_0)+(y_0-b)(y-y_0)=0.}$$

Ví dụ 12. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(\mathscr{C})$: $(x-2)^2+(y+3)^2=5$ tại điểm $M(3;-1)$.

Ví dụ 13. Viết phương trình tiếp tuyến d với đường tròn (C): $(x-1)^2+(y-3)^2=25$ tại điểm $M(5;6)$.

Ví dụ 14. Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-8x-6y+17=0$. Chứng minh $M(6;5)$ nằm trên đường tròn (C). Viết phương trình tiếp tuyến d của (C) tại M.

KN 4 Tiếp tuyến của đường tròn song song hoặc vuông góc với một đường cho trước

Cho đường tròn $(\mathscr{C})$ có tâm $I(a;b)$ và bán kính R.

Loại 1: Biết tiếp tuyến song song với $d\colon Ax+By+C=0$.

- Gọi Δ là tiếp tuyến và $\Delta \parallel d$ nên Δ có dạng $Ax+By+m=0$, với $m \neq C$.
- Δ tiếp xúc $(\mathscr{C})$ khi và chỉ khi

$$\mathrm{d}(I,\Delta)=R \Leftrightarrow \frac{|A\cdot a+B\cdot b+m|}{\sqrt{A^2+B^2}}=R$$

Giải điều kiện này, tìm m.

⚠ *Chú ý rằng m phải khác C. Nếu giải ra giá trị $m=C$ thì ta loại giá trị này.*

Loại 2: Biết tiếp tuyến vuông góc với $d\colon Ax+By+C=0$.

- Gọi Δ là tiếp tuyến và $\Delta \perp d$ nên Δ có dạng $Bx-Ay+n=0$.
- Δ tiếp xúc $(\mathscr{C})$ khi và chỉ khi

$$\mathrm{d}(I,\Delta)=R \Leftrightarrow \frac{|B\cdot a-A\cdot b+n|}{\sqrt{A^2+B^2}}=R$$

Giải điều kiện này, tìm n.

Ví dụ 15. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(\mathscr{C}):(x-1)^2+y^2=9$. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(\mathscr{C})$ biết rằng tiếp tuyến song song với đường thẳng $y=2x-1$.

Ví dụ 16. Cho đường tròn $(C): x^2+y^2+2x-6y+5=0$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $d: x+2y-15=0$.

Ví dụ 17. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình tiếp tuyến (Δ) của đường tròn $(\mathscr{C})\colon x^2+y^2-2x+4y+4=0$ biết rằng tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $x+2y+5=0$.

Ví dụ 18. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(\mathrm{C}): x^2+y^2+4x+4y-17=0$. Viết phương trình tiếp tuyến Δ của (C) biết Δ vuông góc với đường thẳng $d\colon 3x-4y+1=0$.

C BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1 Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?

a) $x^2+y^2-2x+2y-7=0$.

b) $x^2+y^2-8x+2y+20=0$.

2. Tìm tâm và bán kính của đường tròn trong mỗi trường hợp sau

   a) Đường tròn có phương trình $(x+1)^2+(y-5)^2=9$.

   b) Đường tròn có phương trình $x^2+y^2-6x-2y-15=0$.

3. Viết Phương trình đường tròn có tâm $I(2;3)$ và bán kính $R=2$.

4. Lập phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

   a) (C) có tâm $I(-2;3)$ và đi qua điểm $M(2;-3)$;

   b) (C) có tâm $I(-1;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta\colon x-2y+7=0$;

   c) (C) có đường kính AB với $A(1;1)$ và $B(7;5)$.

5. Lập phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác có tọa độ các đỉnh là:

   a) $A(1;4)$, $B(0;1)$,$C(4;3)$;

   b) $O(0;0)$, $P(16;0)$, $R(0;12)$.

6. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C)\colon x^2+y^2+4x+4y+3=0$ tại điểm $M(-3;0)$.

7. Lập phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-4x-2y=0$ tại A có hoành độ là 0.

8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-6x+2y+5=0$. Viết phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc là -2.

9. Cho đường tròn $(C)\colon (x-2)^2+(y-1)^2=25$.

   a) Tìm tọa độ tâm và bán kính của đường tròn (C).

   b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(5;-3)$.

   c) Lập phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $d_1\colon 5x-12+67=0$.

10. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C)\colon (x-3)^2+(y+1)^2=5$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d\colon x-2y+7=0$.

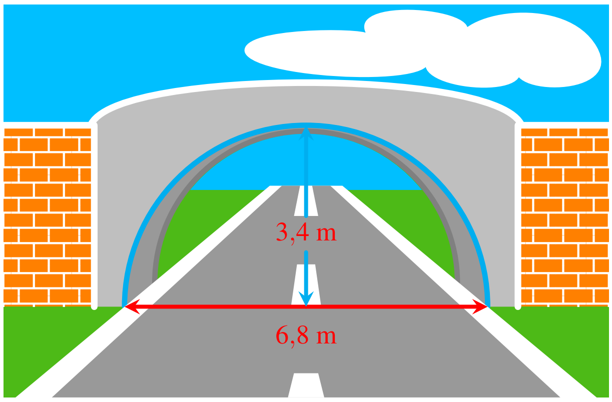
11. Tổng các giá trị của m để đường thẳng $d: x-y-m=0$ tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2+(y-1)^2=2$ là

12. Lập phương trình đường tròn tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox, Oy và đi qua điểm $A(2;1)$.

13. Một cái cổng hình bán nguyệt rộng 6,8(m), cao 3,4(m). Mặt đường dưới cổng được chia thành hai làn cho xe ra vào.

    a) Viết phương trình mô phỏng cái cổng;

    b) Một chiếc xe tải rộng 2,4(m) và cao 2,5(m) đi đúng làn đường quy định có thể đi qua cổng hay không?



14 Chuyển động của một vật thể trong khoảng thời gian 90 phút được thể hiện trong mặt phẳng toạ độ. Theo đó, tại thời điểm $t\,(0 \le t \le 90)$ vật thể ở vị trí có toạ độ $(1+\sin t°; 3+\cos t°)$.

a) Tìm vị trí ban đầu và vị trí kết thúc của vật thể.

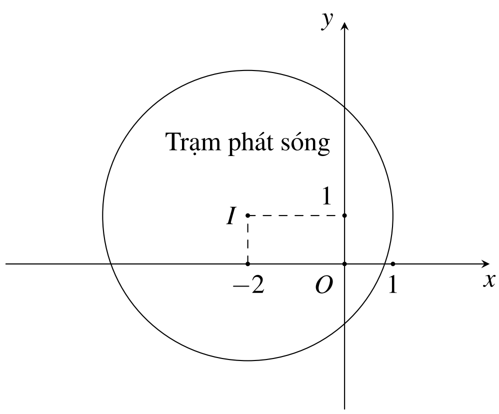
b) Tìm quỹ đạo chuyển động của vật thể.

15 Hình bên mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí I có tọa độ $I(-2;1)$ trong mặt phẳng tọa độ (đơn vị trên hai trục là ki-lô-mét).

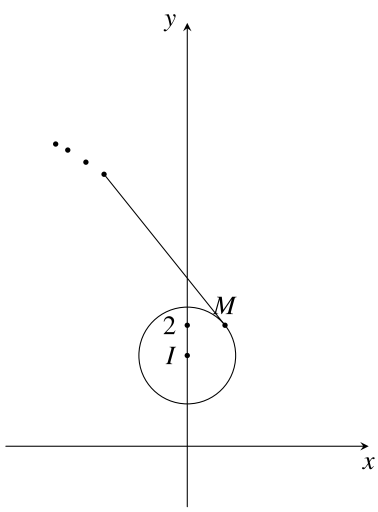
a) Lập phương trình đường tròn mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng, biết rằng trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng 3 km.

b) Nếu người sử dụng điện thoại ở vị trí có tọa độ $(-1;3)$ thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm này không?

c) Tính theo đường chim bay, xác định khoảng cách ngắn nhất để một người ở vị trí có tọa độ $(-3;4)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



16 Ném đĩa là một môn thể thao thi đấu trong Thế vận hội Olympic mùa hè. Khi thực hiện cú ném, vận động viên thường quay lưng lại với hướng ném, sau đó xoay ngược chiều kim đồng hồ một vòng rưỡi của đường tròn để lấy đà rồi thả tay ra khỏi đĩa. Giả sử đĩa chuyển động trên một đường tròn tâm $I\left(0;\frac{3}{2}\right)$ bán kính 0,8 trong mặt phẳng tọa độ Oxy (đơn vị trên hai trục là mét). Đến điểm $M\left(\frac{\sqrt{39}}{10};2\right)$, đĩa được ném đi (hình bên). Trong những giây đầu tiên ngay sau khi được ném đi, quỹ đạo chuyển động của chiếc đĩa có phương trình như thế nào?



D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường tròn?

A. $x^2+2y^2-2x+4y-1=0$. **B.** $x^2+y^2+x+y+4=0$.
C. $x^2+y^2-4x-1=0$. **D.** $x^2-y^2+4x-6y-2=0$.

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy, phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?

A. $x^2+y^2+4x-6y+13=0$. **B.** $2x^2+2y^2+4x-8y+19=0$.
C. $x^2+y^2-2x+4y+9=0$. **D.** $x^2+y^2-2x+6y-15=0$.

Câu 3. Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C)\colon x^2+y^2=9$ là

A. $I(1;1), R=3$. **B.** $I(0;0), R=9$. **C.** $I(0;0), R=3$. **D.** $I(0;0), R=81$.

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C):(x-3)^2+(y+2)^2=9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C) là

A. $I(-3;2)$, $R=3$. **B.** $I(3;-2)$, $R=3$. **C.** $I(-2;3)$, $R=3$. **D.** $I(2;-3)$, $R=3$.

Câu 5. Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-2x-6y-10=0$ là

A. $I(-1;-3)$, $R=2\sqrt{5}$. **B.** $I(1;3)$, $R=\sqrt{10}$.
C. $I(1;3)$, $R=2\sqrt{5}$. **D.** $I(-1;-3)$, $R=\sqrt{10}$.

Câu 6. Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C)\colon 16x^2+16y^2+16x-8y-11=0$ là

A. $I\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{4}\right), R=1$. **B.** $I(-8;4), R=\sqrt{69}$. **C.** $I(-8;4), R=\sqrt{91}$. **D.** $I(8;-4), R=\sqrt{91}$.

Câu 7. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-2x+10y+1=0$. Trong các điểm $M(-1;3)$, $N(4;-1)$, $P(2;1)$, $Q(3;-2)$ thì điểm nào thuộc (C)?

A. Điểm M. **B.** Điểm N. **C.** Điểm P. **D.** Điểm Q.

Câu 8. Đường tròn (C) có tâm $I(1;2)$, bán kính $R=3$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y+1)^2=9$. **B.** $(x+1)^2+(y-1)^2=9$.
C. $(x-1)^2+(y-2)^2=3$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2=9$.

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn tâm $I(3;-1)$ và bán kính $R=2$ có phương trình là

A. $(x-3)^2+(y-1)^2=4$. **B.** $(x+3)^2+(y-1)^2=4$.
C. $(x+3)^2+(y+1)^2=4$. **D.** $(x-3)^2+(y+1)^2=4$.

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn (C) có tâm $I(1;-5)$ và đi qua $O(0;0)$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y+5)^2=\sqrt{26}$. **B.** $(x-1)^2+(y+5)^2=26$.
C. $(x+1)^2+(y-5)^2=26$. **D.** $(x+1)^2+(y-5)^2=\sqrt{26}$.

Câu 11. Viết phương trình đường tròn tâm $I(3;-2)$ và đi qua điểm $M(-1;1)$ là

A. $(x-3)^2+(y+2)^2=25$. **B.** $(x+3)^2+(y-2)^2=5$.
C. $(x-3)^2+(y-2)^2=25$. **D.** $(x-3)^2+(y+2)^2=5$.

Câu 12. Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn đường kính AB với $A(3;-1)$, $B(1;-5)$ có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y+3)^2=\sqrt{5}$. **B.** $(x+2)^2+(y-3)^2=5$.
C. $(x+1)^2+(y+2)^2=17$. **D.** $(x-2)^2+(y+3)^2=5$.

Câu 13. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(-1;2)$, $B(-3;-2)$. Đường tròn (C) nhận AB làm đường kính có phương trình là

A. $(x-2)^2+y^2=20$. **B.** $(x+2)^2+y^2=25$. **C.** $(x+2)^2+y^2=5$. **D.** $(x+2)^2+y^2=20$.

Câu 14. Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn (C) có tâm $I(2;-3)$ và tiếp xúc với trục Oy có phương trình là

A. $(x+2)^2+(y-3)^2=9$. **B.** $(x-2)^2+(y+3)^2=9$.
C. $(x+2)^2+(y-3)^2=4$. **D.** $(x-2)^2+(y+3)^2=4$.

Câu 15. Trên mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $\Delta: 6x-8y-2=0$ và điểm $M(1;-2)$. Đường tròn (C) có tâm M và tiếp xúc Δ có phương trình là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2=2$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2=4$.
C. $(x+1)^2+(y-2)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2=2$.

Câu 16. Đường tròn có tâm $I(1;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ: $\begin{cases} x=-5+4t \\ y=3-3t \end{cases}$ có phương trình là

A. $x^2+y^2-2x-2y-2=0$. **B.** $x^2+y^2+2x+2y-2=0$.
C. $x^2+y^2-2x-2y+6=0$. **D.** $x^2+y^2-2x-2y=0$.

Câu 17. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;3)$, $B(-1;-1)$, $C(1;1)$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có tâm $I(a;b)$. Giá trị $a+b$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 18. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có $A(-2;4)$, $B(5;5)$, $C(6;-2)$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình là

A. $x^2+y^2-4x-2y+20=0$. **B.** $x^2+y^2-2x-y+20=0$.
C. $x^2+y^2-4x-2y-20=0$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2=20$.

Câu 19. Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;1)$, $B(5;3)$ và có tâm I thuộc trục hoành có phương trình là

A. $(x+4)^2+y^2=10$. **B.** $(x-4)^2+y^2=\sqrt{10}$.
C. $(x-4)^2+y^2=10$. **D.** $(x+4)^2+y^2=\sqrt{10}$.

Câu 20. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $x^2+y^2-2mx+4y+2m^2-12=0$ là phương trình đường tròn?

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 21. Trong mặt phẳng Oxy, cho phương trình $x^2+y^2-2x+2my+10=0 \quad (1)$. Có bao nhiêu giá trị m nguyên dương không vượt quá 10 để (1) là phương trình của đường tròn?

A. 6. **B.** 8. **C.** Không có. **D.** 7.

Câu 22. Phương trình tiếp tuyến d của đường tròn $C: (x+2)^2+(y+2)^2=25$ tại điểm $M(2;1)$ là

A. $d: 4x+3y+14=0$. **B.** $d: 3x-4y-2=0$.
C. $d: 4x+3y-11=0$. **D.** $d: -y+1=0$.

Câu 23. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(\mathscr{C}): x^2+y^2-3x-y=0$. Phương trình tiếp tuyến của $(\mathscr{C})$ tại $M(1;-1)$ là

A. $x+3y-2=0$. **B.** $x+3y+2=0$. **C.** $x-3y-2=0$. **D.** $x-3y+2=0$.

Câu 24. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình tiếp tuyến với $(C): (x-1)^2+(y+2)^2=10$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: x+3y-5=0$.

A. $x+3y-1=0$. **B.** $x+3y+10=0$. **C.** $x+3y+5=0$. **D.** $x+3y+15=0$.

Câu 25. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $C: x^2+y^2+4x-2y-8=0$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: 2x-3y+2018=0$.

A. $3x+2y-17=0$ hoặc $3x+2y+9=0$. **B.** $3x+2y+17=0$ hoặc $3x+2y+9=0$.
C. $3x+2y+17=0$ hoặc $3x+2y-9=0$. **D.** $3x+2y-17=0$ hoặc $3x+2y-9=0$.

—HẾT—

§4. BA ĐƯỜNG CONIC

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Elip

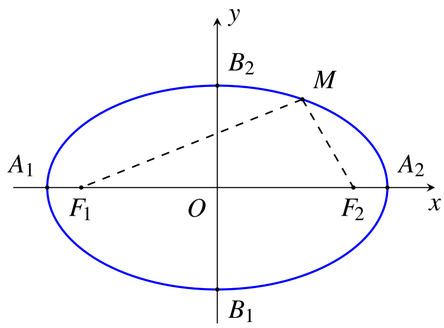
Định nghĩa: Cho hai điểm phân biệt F_1 và F_2. Đặt $F_1F_2 = 2c > 0$. Tập hợp tất cả điểm M thỏa $MF_1 + MF_2 = 2a$, với $a > c > 0$ là một elip.

Phương trình elip: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$ (hai tiêu điểm thuộc trục hoành). Với $b^2 = a^2 - c^2$, ta có phương trình elip có dạng

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ với } a > b > 0.}$$

Hình dạng elip và các đại lượng liên quan:

- Trục lớn $A_1A_2 = 2a$; Trục bé $B_1B_2 = 2b$;
- Tiêu cự $F_1F_2 = 2c$ và $a^2 = b^2 + c^2$.
- Tọa độ các đỉnh $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$, $B_1(0;-b)$, $B_2(0;b)$.
- Tiêu điểm $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$.



2. Hypebol

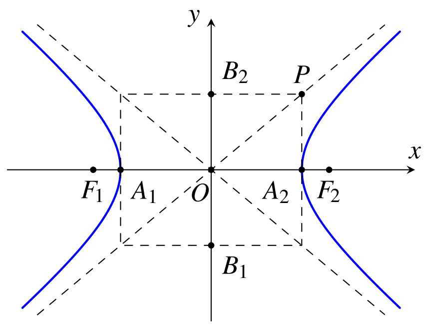
Định nghĩa: Cho hai điểm phân biệt F_1 và F_2. Đặt $F_1F_2 = 2c > 0$.Tập hợp tất cả điểm M thỏa $|MF_1 - MF_2| = 2a$, với $0 < a < c$ là một hypebol.

Phương trình hypebol: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$ (hai tiêu điểm thuộc trục hoành). Với $b^2 = c^2 - a^2$, ta có phương trình hyperbol có dạng

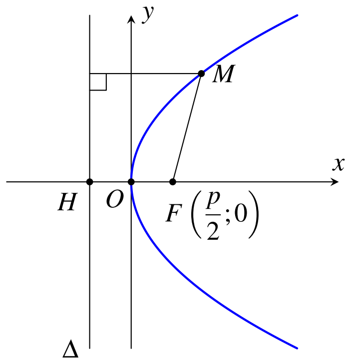
$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \text{ với } a, b > 0.}$$

Hình dạng hypebol và các đại lượng liên quan:

- Đoạn thẳng $A_1A_2 = 2a$ gọi là **trục thực**, đoạn thẳng $B_1B_2 = 2b$ gọi là **trục ảo** của hypebol.
- Tiêu cự $F_1F_2 = 2c$ và $a^2 + b^2 = c^2$.
- Tọa độ các đỉnh $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$.
- Tiêu điểm $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$.
- Giao điểm O của hai trục là **tâm đối xứng** của hypebol.



3. Parabol



Định nghĩa: Cho một điểm F và một đường thẳng Δ cố định không đi qua F. Tập hợp các điểm M cách đều F và Δ là một đường parabol. Điểm F gọi là **tiêu điểm** và Δ gọi là **đường chuẩn** của parabol (P).

$$\boxed{MF = \mathrm{d}(M,\Delta)}$$

Phương trình parabol: Gọi H là hình chiếu vuông góc của F trên Δ. Gọi khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn là $p = HF$. Chọn hệ trục toạ độ Oxy, với O là trung điểm HF (như hình vẽ) thì $F\left(\frac{p}{2};0\right)$ và $\Delta : x = -\frac{p}{2}$. Khi đó, phương trình (P) là

$$\boxed{y^2 = 2px, \text{ với } p > 0}$$

Hình dạng parabol và các đại lượng liên quan:

- O là đỉnh; Ox gọi là **trục đối xứng** của parabol (P).
- p gọi là **tham số tiêu** của parabol (P).
- Tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2};0\right)$ và đường chuẩn $\Delta : x = -\frac{p}{2}$.

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

KN 1 Phương trình đường elip

Xác định các yếu tố của elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

- Tính $c^2 = a^2 - b^2$.
- Độ dài trục lớn: $A_1A_2 = 2a$, độ dài trục nhỏ: $B_1B_2 = 2b$. Độ dài tiêu cự: $F_1F_2 = 2c$.
- Tọa độ các đỉnh $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$, $B_1(0;-b)$, $B_2(0;b)$.
- Tiêu điểm $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$.

Viết phương trình (E), ta thực hiện các bước:

- Từ dữ kiện bài toán, giải tìm a và b,với $a > b > 0$.
- Ráp vào công thức $(E) : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Ví dụ 1. Xác định tọa độ các đỉnh và độ dài các trục của các elip có phương trình sau:

a) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$

b) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

c) $x^2 + 4y^2 = 1$.

d) $4x^2 + 25y^2 = 36$.

Ví dụ 2. Cho elip (E) có độ dài trục lớn bằng 10, tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn là $\frac{3}{5}$.

a) Tính độ dài trục nhỏ và viết phương trình chính tắc của elip.

b) Tìm những điểm thuộc (E) biết tung độ của chúng bằng $\sqrt{15}$.

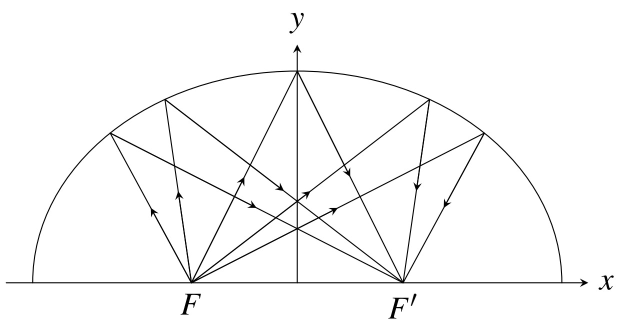
Ví dụ 3. Lập phương trình chính tắc của elip (E), biết

a) độ dài trục lớn bằng 6, độ dài trục nhỏ bằng 4.

b) độ dài trục lớn bằng 10, tiêu cự có độ dài bằng 6.

c) elip đi qua hai điểm $M(1;0), N(\frac{\sqrt{3}}{2};1)$.

Ví dụ 4.
Một mái vòm nhà hát có mặt cắt là hình nửa elip. Cho biết khoảng cách giữa hai tiêu điểm là $F'F = 50$m và chiều dài của đường đi của một tia sáng từ F' đến mái vòm rồi phản chiếu về F là 100m. Viết phương trình chính tắc của elip đó.



KN 2 Phương trình đường hypebol

- Xác định các yếu tố của hypebol (H) có phương trình $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a, b > 0$.
  - Tính $c^2 = a^2 + b^2$.
  - Độ dài trục thực: $A_1A_2 = 2a$, độ dài trục ảo: $B_1B_2 = 2b$. Độ dài tiêu cự: $F_1F_2 = 2c$.
  - Tọa độ các đỉnh $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$.
  - Tiêu điểm $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$.
- Viết phương trình (H), ta thực hiện các bước:
  - Từ dữ kiện bài toán, giải tìm a và b,với $a, b > 0$.
  - Ráp vào công thức $(H) : \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Ví dụ 5. Xác định các tọa độ tiêu điểm, các đỉnh, độ dài trục thực, độ dài trục ảo và tiêu cự của hypebol (H) có phương trình như sau:

a) $(H) : \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$ b) $(H) : \frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$ c) $(H) : 4x^2 - y^2 = 4$.

d) $(H) : 9x^2 - 25y^2 = 1$. e) $(H) : 25x^2 - 16y^2 = 400$. f) $(H) : 16x^2 - 9y^2 = 16$.

Ví dụ 6. Cho hyperbol $(H): \dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1$.

a) Tìm độ dài trục ảo, trục thực, tiêu cự của (H).

b) Tìm điểm thuộc (H) biết hoành độ của chúng bằng $\sqrt{7}$.

c) Tìm trên (H) những điểm $M(x;y)$ sao cho $MF_1 \perp MF_2$, với F_1, F_2 là hai tiêu điểm của (H).

Ví dụ 7. Lập phương trình chính tắc của hypebol, biết

a) Độ dài trục thực bằng 10 , trục ảo bằng 6.

b) Độ dài trục thực bằng 8, tiêu cự bằng 10.

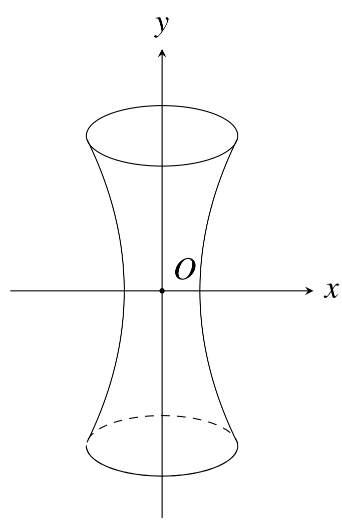
c) Có một tiêu điểm $\mathrm{F}_2(5;0)$ và đỉnh $\mathrm{A}_1(-4;0)$.

d) qua điểm $M(3\sqrt{2};-4)$ và có một tiêu điểm là $F_2(5;0)$.

Ví dụ 8.
Một tháp triển lãm có mặt cắt hình hypebol có phương trình

$$\frac{x^2}{18^2} - \frac{y^2}{36^2} = 1$$

Cho biết chiều cao của tháp là $100\,\mathrm{m}$ và khoảng cách từ nóc tháp đến tâm đối xứng của hypebol bằng khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy. Tính bán kính nóc và bán kính đáy của tháp.



KN 3 Phương trình đường parabol

Xác định các yếu tố của parabol (P) có phương trình $y^2 = 2px$, với $p > 0$.

- p gọi là **tham số tiêu** của parabol (P).
- Tiêu điểm $F\left(\dfrac{p}{2};0\right)$ và đường chuẩn $\Delta: x = -\dfrac{p}{2}$.

Viết phương trình chính tắc của (P), ta thực hiện các bước:

- Từ dữ kiện bài toán, giải tìm $p > 0$.
- Ráp vào công thức $(P): y^2 = 2px$.

Ví dụ 9. Tìm tọa độ tiêu điểm, phương trình đường chuẩn của các parabol (P) có phương trình chính tắc như sau:

a) $(P)\colon y^2 = 2x$. b) $(P)\colon y^2 = 4x$. c) $(P)\colon y^2 = x$.

d) $(P)\colon y^2 = 9x$. e) $(P)\colon y^2 - 6x = 0$. f) $(P)\colon 2y^2 - 4x = 0$.

Ví dụ 10. Lập phương trình chính tắc của parabol (P) biết

a) (P) có tiêu điểm $F(3;0)$.

b) (P) có tiêu điểm $F(1;0)$.

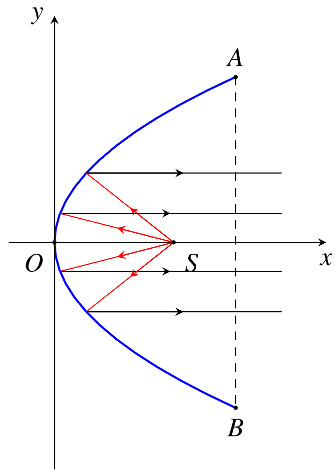
c) (P) đi qua điểm $M(6;-2)$.

d) (P) đi qua điểm $M(1;-4)$.

e) (P) có đường chuẩn $x = -3$.

f) (P) có đường chuẩn $x + 2 = 0$.

Ví dụ 11.
Một chiếc đèn có mặt cắt ngang là hình parabol như hình bên. Hình parabol có chiều rộng giữa hai mép vành là $AB = 40$cm và chiều sâu $h = 30$cm (h bằng khoảng cách từ O đến AB). Bóng đèn nằm ở tiêu điểm S. Viết phương trình chính tắc của parabol đó.



C BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1 Xác định tọa độ các đỉnh và các tiêu điểm của các elip có phương trình sau:

a) $\dfrac{x^2}{100} + \dfrac{y^2}{64} = 1$;

b) $\dfrac{x^2}{4} + y^2 = 1$;

c) $16x^2 + 25y^2 = 1$;

d) $0,25x^2 + 9y^2 = 1$.

2 Tìm tọa độ các tiêu điểm, tọa độ các đỉnh, độ dài trục thực và trục ảo của các hypebol sau

a) $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1$;

b) $\dfrac{x^2}{64} - \dfrac{y^2}{36} = 1$;

c) $x^2 - 16y^2 = 16$;

d) $9x^2 - 16y^2 = 144$.

3 Tìm tọa độ tiêu điểm, phương trình đường chuẩn của các parabol sau

a) $y^2 = 12x$;

b) $y^2 = x$.

4 Viết phương trình chính tắc của:

a) Elip có trục lớn bằng 12 và trục nhỏ bằng 8;

b) Hypebol có tiêu cự $2c = 18$ và độ dài trục thực $2a = 14$;

c) Parabol có tiêu điểm $F(5;0)$.

5 Viết phương trình chính tắc của các đường conic có phương trình dưới đây. Gọi tên và tìm toạ độ các tiêu điểm của chúng.

a) $7x^2+13y^2=1$; b) $25x^2-9y^2=225$; c) $x=2y^2$.

6 Xác định độ dài các trục của elip (E): $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, $(a>b>0)$ biết rằng (E) có độ dài tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(5;0)$.

7 Xác định tọa độ các đỉnh của elip (E): $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, $(a>b>0)$ biết rằng (E) đi qua hai điểm $M(0;-2)$ và $N(2;\sqrt{3})$.

8 Cho elip (E): $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$. Biết (E) đi qua điểm $M\left(2\sqrt{3};\dfrac{\sqrt{7}}{2}\right)$ và có tiêu cự bằng $\dfrac{3}{4}$ độ dài trục lớn. Tính độ dài trục nhỏ của (E).

9 Viết phương trình chính tắc của parabol (P) biết

a) (P) có tiêu điểm là $F(5;0)$. b) (P) đi qua điểm $M(2;1)$.

10 Lập phương trình chính tắc của parabol (P) biết

a) (P) có tham số tiêu bằng 5.

b) (P) có khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn bằng 2.

c) (P) có khoảng cách giữa đỉnh và tiêu điểm bằng 3.

d) (P) qua điểm M với $x_M=2$ và khoảng từ M đến tiêu điểm là $\dfrac{5}{2}$.

11 Cho parabol $(P): y^2=4x$ và điểm $M(x_0;y_0)\in(P)$.

a) Tính khoảng cách từ M đến tiêu điểm F.

b) Tìm tọa độ của điểm M biết $MF=2$.

c) Đường thẳng d qua F cắt (P) tại hai điểm A và B. Chứng minh: $AB=x_A+x_B+2$.

12 Cho parabol $(P): y^2=12x$.

a) Đường thẳng d vuông góc với trục đối xứng của parabol (P) tại tiêu điểm F và cắt (P) tại hai điểm M, N. Tính độ dài đoạn MN.

b) Đường thẳng d qua tiêu điểm F của (P) và cắt (P) tại hai điểm A,B. Chứng minh rằng tích số $y_A\cdot y_B$ là hằng số.

13 Trong mặt phẳng Oxy, cho elip $(E): 9x^2+16y^2=144$. Tìm tất cả điểm M thuộc elip sao cho góc $\widehat{F_1MF_2}$ bằng 60^0.

14 Trong mặt phẳng Oxy, cho elip $(E): \dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1$. Tìm tất cả các điểm thuộc elip có tọa độ là số nguyên.

15 Tìm tọa độ các đỉnh của elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, biết rằng (E) đi qua điểm $M(2;1)$ và các đỉnh trên trục nhỏ nhìn hai tiêu điểm dưới một góc vuông.

16 Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$. Xác định tọa độ các tiêu điểm của (E) biết rằng (E) đi qua điểm $M(\sqrt{5};1)$ và khoảng cách từ một đỉnh nằm trên trục lớn đến một đỉnh nằm trên trục nhỏ bằng tiêu cự.

17 Cho elip $(E): \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$. Tìm tọa độ các điểm A và B thuộc (E) có hoành độ dương sao cho tam giác OAB cân tại O và có diện tích lớn nhất.

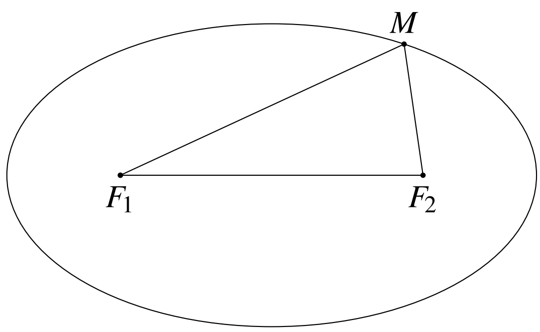
18 Cho elip $(E): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ và hai điểm $A(-5;3), B(5;-3)$. Tìm trên (E) điểm C có hoành độ và tung độ dương sao cho diện tích tam giác ABC lớn nhất. Tính diện tích lớn nhất đó.

19 Một tháp làm nguội của một nhà máy có mặt cắt là hình hypebol có phương trình $\frac{x^2}{30^2}-\frac{y^2}{50^2}=1$. Biết chiều cao của tháp là 120m và khoảng cách từ nóc tháp đến tâm đối xứng của hypebol bằng $\frac{1}{2}$ khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy. Tính bán kính nóc và bán kính đáy của tháp.

20 Để cắt một bảng hiệu quảng cáo hình elip có trục lớn là 1m và trục nhỏ là 0,6m từ một tấm ván ép hình chữ nhật có kích thước 1m $\times$ 0,6m, người ta vẽ hình elip đó lên tấm ván ép như hướng dẫn sau:

Chuẩn bị:
- Hai cái đinh, một vòng dây kín không đàn hồi, bút chì.

Thực hiện:
- Xác định vị trí (hai tiêu điểm của elip) và ghim hai cái đinh lên hai điểm đó trên tấm ván.
- Quàng vòng dây qua hai chiếc đinh và kéo căng tại một điểm M nào đó. Tựa đầu bút chì vào trong vòng dây tại điểm M rồi di chuyển sao cho dây luôn luôn căng.

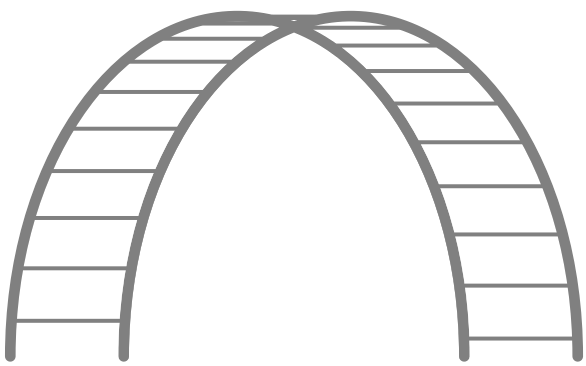


Đầu bút chì vạch lên tấm bìa một đường mà ta gọi là đường elip. (Xem minh hoạ trong Hình bên). Phải ghim hai cái đỉnh cách các mép tấm ván ép bao nhiêu và lấy vòng dây có độ dài là bao nhiêu?

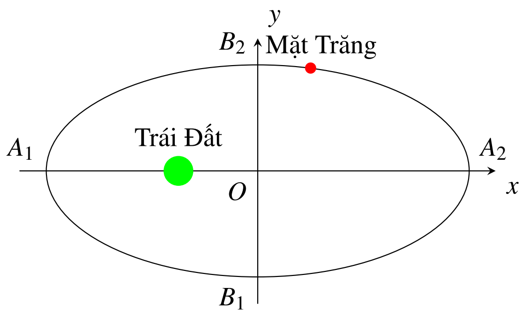
21 Thang leo gợn sóng cho trẻ em trong công viên có hai khung thép cong hình nửa elip cao 100cm và khoảng cách giữa hai chân là 240cm.

a) Hãy chọn hệ toạ độ thích hợp và viết phương trình chính tắc của elip nói trên.

b) Tính khoảng cách thẳng đứng từ một điểm cách chân khung 20cm lên đến khung thép.



22 Ta biết rằng Mặt Trăng chuyển động quanh Trái Đất theo quỹ đạo là một elip mà Trái Đất là một tiêu điểm. Elip đó có $A_1A_2 = 768800$ km và $B_1B_2 = 767619$ km (*Nguồn: Ron Larson* (2014), *Precalculus Real Mathematics, Real People, Cengage*) (Hình minh họa). Viết phương trình chính tắc của elip đó.



D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho elip (E): $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{9} = 1$. Điểm nào sau đây là một đỉnh của (E)?

A. $A_3(-5;0)$. **B.** $A_1(25;9)$. **C.** $A_2(5;3)$. **D.** $A_4(3;0)$.

Câu 2. Trong mặt phẳng Oxy, cho elip (E): $\dfrac{x^2}{64} + \dfrac{y^2}{36} = 1$. Độ dài trục nhỏ của (E) là

A. 36. **B.** 18. **C.** 12. **D.** 8.

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy, cho elip (E): $4x^2 + 9y^2 = 25$. Độ dài trục lớn của (E) bằng

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 4.

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy, cho elip (E): $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{9} = 1$. Các tiêu điểm của (E) là

A. $F_1(-5;0)$ và $F_1(5;0)$. **B.** $F_1(-4;0)$ và $F_1(4;0)$.
C. $F_1(-3;0)$ và $F_1(3;0)$. **D.** $F_1(-8;0)$ và $F_1(8;0)$.

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, cho elip (E): $5x^2 + 9y^2 = 45$. Tiêu cự của (E) bằng

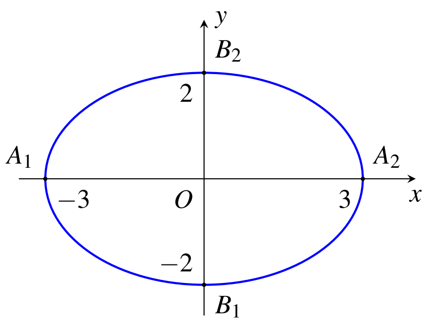
A. -2. **B.** 2. **C.** 4. **D.** -4.

Câu 6. Trong mặt phẳng Oxy, cho elip (E): $\dfrac{x^2}{100} + \dfrac{y^2}{36} = 1$. Gọi $2a$, $2c$ lần lượt là độ dài trục lớn và tiêu cự của (E). Tỉ số $\dfrac{c}{a}$ bằng

A. $\dfrac{3}{5}$. **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** $\dfrac{5}{4}$. **D.** $\dfrac{4}{5}$.

Câu 7. Trong mặt phẳng Oxy, cho elip (E) như hình vẽ bên. Xác định phương trình chính tắc của (E) đã cho.

A. $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{4} = 1$. **B.** $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$.
C. $\dfrac{x^2}{3} + \dfrac{y^2}{2} = 1$. **D.** $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9} = 1$.



Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy cho elip (E). Viết phương trình chính tắc của (E) biết (E) có độ dài trục lớn bằng 6, độ dài trục bé bằng 4.

A. $9x^2 + 4y^2 = 36$. **B.** $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$. **C.** $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9} = 1$. **D.** $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{4} = 1$.

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình chính tắc của elip (E) biết (E) có độ dài trục bé bằng 6 và tiêu cự bằng 8.

A. $(E): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. **B.** $(E): \frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{6}=1$. **C.** $(E): \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. **D.** $(E): \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình chính tắc của elip (E) biết (E) có tiêu điểm $F_1(-2;0)$ và qua $A_1(-3;0)$.

A. $(E): \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$. **B.** $(E): \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. **C.** $(E): \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$. **D.** $(E): \frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$.

Câu 11. Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol (H): $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{144}=1$. Tính độ dài trục thực của (H).

A. 24 . **B.** 10. **C.** 8. **D.** 7 .

Câu 12. Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol (H): $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{144}=1$. Tính độ dài trục ảo của (H).

A. 25 . **B.** 10. **C.** 24. **D.** 144 .

Câu 13. Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol (H): $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$. Tính tiêu cự của (H).

A. 7 . **B.** 16. **C.** 10. **D.** 9 .

Câu 14. Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol (P): $y^2=4x$. Tọa độ tiêu điểm và phương trình đường chuẩn của (P) lần lượt là

A. $F(2;0)$ và $x+1=0$. **B.** $F(1;0)$ và $x+1=0$.
C. $F(1;0)$ và $x-1=0$. **D.** $F(2;0)$ và $x-1=0$.

Câu 15. Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol (P): $y^2=2x$. Tọa độ tiêu điểm và phương trình đường chuẩn của (P) lần lượt là

A. $F\left(\frac{1}{2};0\right)$ và $x-\frac{1}{2}=0$. **B.** $F\left(-\frac{1}{2};0\right)$ và $x+\frac{1}{2}=0$.
C. $F\left(0;\frac{1}{2}\right)$ và $x-\frac{1}{2}=0$. **D.** $F\left(\frac{1}{2};0\right)$ và $x+\frac{1}{2}=0$.

Câu 16. Viết phương trình chính tắc của các hypebol biết độ dài trục thực là 10, độ dài trục ảo là 20.

A. $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{10}=1$. **B.** $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{10}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{100}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{100}=1$.

Câu 17. Viết phương trình chính tắc của hypebol có tiêu cự bằng 10 và độ dài trục ảo bằng 6.

A. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 18. Phương trình chính tắc của hypebol có hai đỉnh là $(-4;0)$, $(4,0)$ và hai tiêu điểm là $(-5;0)$, $(5;0)$ là

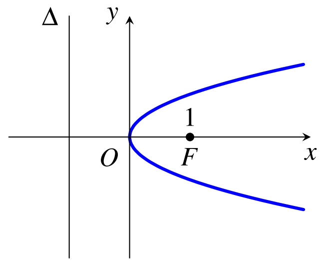
A. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{25}=1$. **B.** $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

Câu 19. Viết phương trình chính tắc của hypebol (H), biết $N\left(\sqrt{10};2\right)$ nằm trên (H) và hoành độ một giao điểm của (H) với trục Ox bằng 3.

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{36}=1$. **B.** $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{9}=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{36}=1$. **D.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 20. Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol (P) có tiêu điểm và đường chuẩn như hình vẽ bên. Xác định phương trình chính tắc của (P) đã cho.

A. $y = 2x^2$. **B.** $y^2 = 2x$. **C.** $y^2 = x$. **D.** $y^2 = 4x$.



Câu 21. Phương trình chính tắc của parabol có tiêu điểm là $(2;0)$ là

A. $y^2 = 8x$. **B.** $y^2 = 4x$. **C.** $y^2 = 2x$. **D.** $y = 2x^2$.

Câu 22. Viết phương trình chính tắc của parabol (P) có đường chuẩn $\Delta\colon x+1=0$.

A. $y^2 = 4x$. **B.** $y^2 = x$. **C.** $y^2 = 2x$. **D.** $y^2 = 8x$.

Câu 23. Mặt Trăng và các vệ tinh của Trái Đất chuyển động theo quỹ đạo là các đường elip mà tâm Trái Đất là một tiêu điểm. Biết độ dài trục lớn và độ dài trục bé của quỹ đạo Mặt Trăng là 768796km và 767726km. Tính khoảng cách lớn nhất và khoảng cách bé nhất giữa tâm Trái Đất và tâm Mặt Trăng.

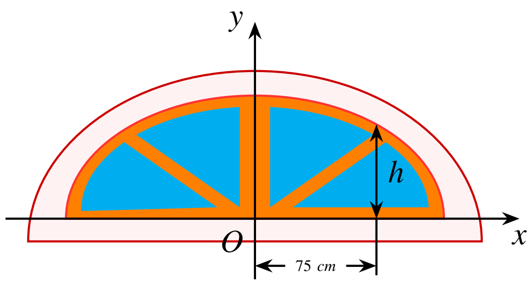
A. 404672 và 364124. **B.** 363598 và 404164. **C.** 363589 và 404137. **D.** 406472 và 364142.

Câu 24. Trong bản vẽ thiết kế, vòm của ô thoáng trong hình bên là nửa nằm phía trên trục hoành của elip có phương trình

$$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$$

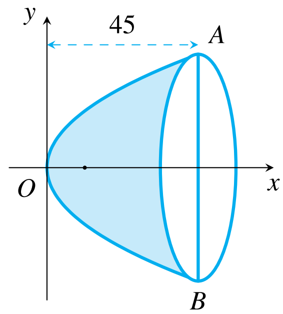
Biết rằng 1 đơn vị trên mặt phẳng toạ độ của bản vẽ thiết kế ứng với 30 cm trên thực tế. Tính chiều cao h của ô thoáng tại điểm cách điểm chính giữa của đế ô thoáng 75 cm.

A. $h = 49,8$ cm. **B.** $h = 46,8$ cm.
C. $h = 40,8$ cm . **D.** $h = 66,8$ cm.



Câu 25. Một gương lõm có mặt cắt hình parabol (hình bên), có tiêu điểm cách đỉnh 5 cm. Cho biết bề sâu của gương là 45 cm, Tính khoảng cách AB.

A. $AB = 50$ cm. **B.** $AB = 55$ cm.
C. $AB = 60$ cm. **D.** $AB = 65$ cm.



—HẾT—

Chương 10

TÍNH XÁC SUẤT THEO ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN

§1. KHÔNG GIAN MẪU VÀ BIẾN CỐ

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

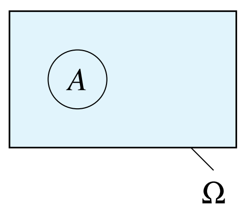
1. Phép thử ngẫu nhiên, không gian mẫu

- **Phép thử ngẫu nhiên** (gọi tắt là phép thử) là một thí nghiệm hay một hành động mà kết quả của nó không thể biết được trước khi phép thử được thực hiện.
- **Không gian mẫu** của phép thử (kí hiệu là Ω) là tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra khi thực hiện phép thử.

Chú ý : Ta chỉ xét phép thử mà không gian mẫu gồm hữu hạn kết quả.

2. Biến cố

- Biến cố là một tập con của không gian mẫu Ω, kí hiệu $A, B, C, \ldots$
- Một kết quả thuộc tập A được gọi là kết quả thuận lợi cho biến cố A.



Chú ý :

- Biến cố chắc chắn là biến cố luôn xảy ra, kí hiệu là Ω.
- Biến cố không thể là biến cố không bao giờ xảy ra, ki hiệu là $\varnothing$.

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

KN 1 Phép thử gieo đồng xu

Ví dụ 1. Xét phép thử T “Gieo một đồng xu 3 lần”.

a) Mô tả không gian mẫu. Tính số phần tử của tập không gian mẫu.

b) Xác định phần tử của các biến cố:

- A : “Ba lần gieo đều mặt sấp”.
- B : “Có đúng 2 lần gieo xuất hiện mặt sấp”.

Ví dụ 2. Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất liên tiếp cho đến khi lần đầu tiên xuất hiện mặt sấp hoặc cả năm lần ngửa thì dừng lại

a) Mô tả không gian mẫu. Tính số phần tử của tập không gian mẫu.

b) Liệt kê tất cả các kết quả thuận lợi của các biến cố

- A: “Số lần gieo không vượt quá ba”.
- B: “Có ít nhất 2 lần gieo xuất hiện mặt ngửa”.

KN 2 Phép thử gieo súc sắc

Ví dụ 3. Xét phép thử T “Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất”.

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Gọi A là biến cố “Số chấm trên mặt xuất hiện là số chấm chẵn”. Liệt kê tất cả các kết quả thuận lợi của biến cố A.

Ví dụ 4. Gieo một con xúc xắc liên tiếp hai lần.

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Gọi A là biến cố "Tổng số chấm xuất hiện lớn hơn hoặc bằng 8". Liệt kê tất cả các kết quả thuận lợi của biến cố A.

KN 3 Một số phép thử đơn giản khác

Ví dụ 5. Chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương không lớn hơn 25.

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Gọi A là biến cố "Số được chọn là số chính phương". Liệt kê tất cả các kết quả thuận lợi của biến cố A.

Ví dụ 6. Lập số tự nhiên có hai chữ số đôi một khác nhau từ các số $1,2,3,4$.

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Gọi A là biến cố: “Số lập được chia hết cho 3”. Liệt kê tất cả các kết quả thuận lợi của biến cố A.

Ví dụ 7. Một hộp chứa bốn thẻ được đánh số $1,2,3,4$. Lấy ngẫu nhiên hai thẻ.

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Liệt kê tất cả các kết quả thuận lợi của các biến cố sau

- H: "Tổng các số trên hai thẻ là số chẵn".
- K: "Tích các số trên hai thẻ là số chẵn".

C BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1 Gieo một con xúc xắc bốn mặt cân đối hai lần liên tiếp và quan sát số ghi trên đỉnh của con xúc xắc.

a) Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử.

b) Hãy viết tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố "Số xuất hiện ở lần gieo thứ hai gấp 2 lần số xuất hiện ở lần gieo thứ nhất".

2 Tung một đồng xu ba lần liên tiếp. Phát biểu mỗi biến cố sau dưới dạng mệnh đề $A = \{SSS;NSS;SNS;NNS\};B = \{SSN;SNS;NSS\}$.

3 Một hộp chứa 5 quả bóng xanh, 4 quả bóng đỏ có kích thước và khối lượng như nhau. Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp.

4 Trường mới của bạn Dũng có 3 câu lạc bộ ngoại ngữ là câu lạc bộ tiếng Anh, câu lạc bộ tiếng Bồ Đào Nha và câu lạc bộ tiếng Campuchia.

a) Dũng chọn ngẫu nhiên 1 câu lạc bộ ngoại ngữ để tìm hiểu thông tin. Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử nêu trên.

b) Dũng thử chọn ngẫu nhiên 1 câu lạc bộ ngoại ngữ để tham gia trong học kì 1 và 1 câu lạc bộ ngoại ngữ khác để tham gia trong học kì 2. Hãy mô tả không gian mẫu của phép thử nêu trên.

5 Một hợp tác xã cung cấp giống lúa của 7 loại gạo ngon ST24, MS19RMTT, ST25, Hạt Ngọc Rồng, Ngọc trời Thiên Vương, gạo đặc sản 20 Gò Công Tiền Giang, gạo lúa tôm Kiên Giang. Bác Bình và bác An mỗi người chọn 1 trong 7 loại giống lúa trên để gieo trồng cho vụ mới.

a) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố "Hai bác Bình và An chọn hai giống lúa giống nhau"?

b) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố "Có ít nhất một trong hai bác chọn giống lúa ST24"?

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Gieo ngẫu nhiên một đồng xu cân đối và đồng chất hai lần. Kí hiệu mặt ngửa là N và mặt sấp là S. Không gian mẫu của phép thử là

A. $\Omega = \{S,N\}$. **B.** $\Omega = \{SS,NN,SN,NS\}$.
C. $\Omega = \{SN,NS\}$. **D.** $\Omega = \{SS,NN\}$.

Câu 2. Gieo một đồng tiền cân đối đồng chất 3 lần. Tập không gian mẫu là

A. $\{NNN,SSS,NNS,SSN,NSN,SNS\}$.

B. $\{NN, NS, SN, SS\}$.
C. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSS, SNN\}$.
D. $\{NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN\}$.

Câu 3. Gieo ngẫu nhiên một đồng tiền cân đối và đồng chất 5 lần. Tính số phần tử không gian mẫu.

A. 64. **B.** 16. **C.** 10. **D.** 32.

Câu 4. Gieo một con xúc sắc cân đối, đồng chất. Biến cố nào sau đây là biến cố chắc chắn

A. A: "Xuất hiện mặt chẵn chấm".
B. C: "Xuất hiện mặt nhỏ hơn 7 chấm".
C. D: "Xuất hiện mặt có số chấm là một số nguyên tố".
D. B: "Xuất hiện mặt lẻ chấm".

Câu 5. Gieo một con súc sắc 2 lần. Số phần tử của không gian mẫu là

A. 36. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 18.

Câu 6. Gieo con súc sắc hai lần. Biến cố A là biến cố để sau hai lần gieo có ít nhất một mặt 6 chấm xuất hiện. Biến cố A là tập nào sau đây?

A. $A = \{(1;6),(2;6),(3;6),(4;6),(5;6),(6;6)\}$.
B. $A = \{(1;6),(2;6),(3;6),(4;6),(5;6),(6;6),(6;1),(6;2),(6;3),(6;4),(6;5)\}$.
C. $A = \{(1;6),(2;6),(3;6),(4;6),(5;6),(6;1),(6;2),(6;3),(6;4),(6;5)\}$.
D. $A = \{(1;6),(2;6),(3;6),(4;6),(5;6)\}$.

Câu 7. Gieo một con súc sắc liên tiếp hai lần. Gọi A là biến cố "kết quả hai lần gieo như nhau". Tính số phần tử của biến cố A.

A. $n(A) = 8$. **B.** $n(A) = 12$. **C.** $n(A) = 6$. **D.** $n(A) = 1$.

Câu 8. Xét phép thử tung con súc sắc 6 mặt hai lần. Số phần tử của biến cố B: "Tổng số chấm xuất hiện ở hai lần tung chia hết cho 3" là

A. $n(B) = 14$. **B.** $n(B) = 15$. **C.** $n(B) = 13$. **D.** $n(B) = 11$.

Câu 9. Minh muốn gọi điện cho Ngọc nhưng Minh quên mất chữ số cuối cùng của số điện thoại. Minh chọn ngẫu nhiên một chữ số cho chữ số cuối cùng để gọi thử. Tính số phần tử của tập không gian mẫu.

A. $n(\omega) = 9$. **B.** $n(\omega) = 10$. **C.** $n(\omega) = 1$. **D.** $n(\omega) = 11$.

Câu 10. Hộp thứ nhất chứa 4 quả bóng được đánh số từ 1 đến 4. Hộp thứ hai chứa 5 quả bóng được đánh số từ 1 đến 5. Chọn ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 quả bóng. Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố "Tổng các số ghi trên hai quả bóng không vượt quá 7"?

A. 17. **B.** 15. **C.** 13. **D.** 16.

—HẾT—

§2. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Định nghĩa cổ điển của xác suất

Công thức tính: Cho phép thử T có không gian mẫu là Ω. Giả thiết rằng các kết quả có thể của T là đồng khả năng. Khi đó, nếu E là một biến cố liên quan phép thử T thì xác suất của E được cho bởi công thức

$$\boxed{\mathrm{P}(E)=\frac{n(E)}{n(\Omega)}}$$

Trong đó, $n(\omega)$ và $n(E)$ lần lượt là số phần tử của tập không gian mẫu ω và tập biến cố E.

Nhận xét:

- $0 \leq \mathrm{P}(E) \leq 1$, với mọi biến cố E.
- Với biến cố chắc chắn (là tập Ω), ta có $\mathrm{P}(\Omega)=1$.
- Với biến cố không thể (là tập $\varnothing$), ta có $\mathrm{P}(\varnothing)=0$.

2. Nguyên lý xác suất bé

Nếu một biến cố có xác suất rất bé thì trong một phép thử biến cố đó sẽ không xảy ra.

3. Ý nghĩa thực tế của xác suất

Giả sử biến cố A có xác suất là P. Khi thực hiện phép thử n lần ($n \geq 30$) thì số lần xuất hiện của biến cố A sẽ xấp xỉ bằng $n \cdot \mathrm{P(A)}$ (khi n càng lớn thì sai số tương đối càng bé).

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

GHI NHỚ

Để tính xác suất của biến cố theo định nghĩa cổ điển, ta thực hiện 3 bước sau:

① Tính $n(\Omega)$ là số kết quả thuận lợi của tập không gian mẫu theo một trong hai cách sau:

- Liệt kê phần tử rồi đếm;
- Suy luận theo các quy tắc đếm.

② Tính $n(A)$ là số kết quả thuận lợi của tập biến cố A theo một trong hai cách sau:

- Liệt kê phần tử rồi đếm;
- Suy luận theo các quy tắc đếm.

③ Lấy tỉ số $\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}$.

KN 1 Sử dụng phương pháp liệt kê tính xác suất của biến cố

Ví dụ 1. Xét phép thử : Gieo một đồng tiền 2 lần

a) Mô tả tập không gian mẫu

b) Xác định các biến cố

- A: "Mặt sấp xuất hiện đúng một lần"
- B: "Mặt sấp xuất hiện ít nhất một lần"

c) Tính xác suất của biến cố A và B.

Ví dụ 2. Xét phép thử gieo một con súc sắc cân đối đồng chất 2 lần.

a) Mô tả tập không gian mẫu.

b) Xác định các biến cố

- A: "Số chấm xuất hiện trong 2 lần gieo đều giống nhau".
- B: "Tích số chấm xuất hiện trong 2 lần gieo là số lẻ".
- C: "Tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo là một số chia hết cho 5".

c) Tính xác suất của biến cố A , B và C.

Ví dụ 3. Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất 3 lần. Tính xác suất của biến cố sau:

a) A: "Số chấm xuất hiện trong 3 lần gieo giống nhau".

b) B: "Tích số chấm xuất hiện trong 3 lần gieo là số lẻ".

c) C: "Tổng số chấm xuất hiện trong 3 lần gieo là 5".

Ví dụ 4. Một cửa hàng bán ba loại kem: xoài, sôcôla và sữa. Một học sinh chọn mua ba cốc kem một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất để ba cốc kem chọn được thuộc hai loại.

Ví dụ 5. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có hai chữ số nhỏ hơn 20. Gọi A là biến cố: "Số được chọn chia hết cho 3". Tính xác suất của biến cố A .

Ví dụ 6. Từ một hộp chứa 5 quả cầu được đánh số $1,2,3,4,5$. Lấy ngẫu nhiên liên tiếp hai lần mỗi lần một quả cầu và xếp theo thứ tự từ trái sang phải. Tính xác suất các biến cố sau:

a) A : " Chữ số sau lớn hơn chữ số trước ".

b) B : "Chữ số trước gấp đôi chữ số sau".

c) C : "Hai chữ số bằng nhau";

d) D : " Cả hai chữ số đều là số nguyên tố ".

KN 2 Sử dụng phương pháp tổ hợp tính xác suất của biến cố

Ví dụ 7. Một chiếc hộp chứa 6 quả cầu trắng, 4 quả cầu đỏ và 2 quả cầu đen. Chọn ngẫu nhiên 6 quả cầu. Tính xác suất để chọn được 3 quả cầu trắng, 2 quả cầu đỏ và 1 quả cầu đen.

Ví dụ 8. Trong một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 8 viên bi màu đỏ, 7 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên ra 3 viên bi. Tìm xác suất để:

a) 3 viên bi lấy ra có cùng một màu.

b) 3 viên bi lấy ra có đủ ba màu.

c) 3 viên bi lấy ra có đúng 2 màu khác nhau.

Ví dụ 9. Trong một hộp kín có 18 quả bóng khác nhau: 9 trắng, 6 đen, 3 vàng.Lấy ngẫu nhiên từ hộp đồng thời 5 quả bóng . Tính xác suất của các biến cố sau

a) A: "5 quả bóng cùng màu".

b) B: "5 quả bóng có đủ 3 màu"

c) C: "5 quả bóng không có màu trắng"

Ví dụ 10. Một hộp đựng 16 thẻ được đánh số từ 1 đến 16. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 thẻ. Tính xác suất để 4 thẻ được chọn đều đánh số chẵn.

Ví dụ 11. Một hộp đựng 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để trong đó có 5 tấm mang số chia hết cho 3 và 5 tấm mang số không chia hết cho 3.

Ví dụ 12. Một lớp có 40 học sinh trong đó có 16 học sinh nam. Trong các em nam có 3 em thuận tay trái. Trong các em nữ có 2 em thuận tay trái. Chọn ngẫu nhiên hai em. Tính xác suất để trong hai em được chọn có một em nữ không thuận tay trái và một em nam thuận tay trái.

Ví dụ 13. Xếp ngẫu nhiên 5 người A, B, C, D, E vào một cái bàn dài có 5 chỗ ngồi.

a) Tính xác suất để bạn A và B ngồi chính giữa.

b) Tính xác suất để hai người A và B ngồi đầu bàn.

Ví dụ 14. Hai thầy trò đến dự một buổi hội thảo. Ban tổ chức xếp ngẫu nhiên 6 đại biểu trong đó có hai thầy trò ngồi trên một chiếc ghế dài. Tính xác suất để hai thầy trò ngồi cạnh nhau.

Ví dụ 15. Trong đợt ứng phó dịch MERS-CoV, Sở y tế thành phố đã chọn ngẫu nhiên 3 đội phòng chống dịch cơ động trong số 5 đội của Trung tâm y tế dự phòng thành phố và 20 đội của các trung tâm y tế cơ sở để kiểm tra công tác chuẩn bị. Tính xác suất để có ít nhất 2 đội của các Trung tâm y tế cơ sở được chọn.

Ví dụ 16. Học sinh A thiết kế bảng điều khiển tự mở cửa phòng học của lớp mình. Bảng gồm 10 nút, mỗi nút được ghi một số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào cùng ghi một số. Để mở cửa cần nhấn liên tiếp 3 nút khác nhau sao cho 3 số ghi trêm 3 nút đó theo thứ tự đã nhấ tạo thành một dãy số tăng và có tổng bằng 10. Học sinh B không biết quy tắc mở cửa trên, đã nhấn liên tiếp 3 nút khác nhau trên bằng điều khiển. Tính xác suất để B mở được cửa phòng đó.

Ví dụ 17. Tại một quán ăn lúc đầu có 50 khách trong đó có $2x$ đàn ông và y phụ nữ. Sau một tiếng có $y-6$ đàn ông ra về và $2x-5$ khách mới đến là nữ. Chọn ngẫu nhiên một khách. Biết rằng xác suất để chọn được một khách nữ là $\frac{9}{13}$. Tìm x và y.

Ví dụ 18. Một hội đồng có đúng 1 người là nữ. Nếu chọn ngẫu nhiên 2 người từ hội đồng thì xác suất để cả hai người đều là nam là $0,8$. Chọn ngẫu nhiên hai người từ hội đồng. Tính xác suất của biến cố có đúng 1 người nữ trong 2 người đó.

Ví dụ 19. Một hộp kín có 1 quả bóng xanh và 5 quả bóng đỏ có kích thước và khối lượng bằng nhau. Hỏi Dũng cần lấy ra từ hộp ít nhất bao nhiêu quả bóng để xác suất lấy được quả bóng xanh lớn hơn $0,5$?

KN 3 Sử dụng sơ đồ hình cây tính xác suất của biến cố

Ví dụ 20. Chọn ngẫu nhiên một gia đình có ba con và quan sát giới tính của ba người con này.

a) Vẽ sơ đồ hình cây mô tả các phần tử của không gian mẫu.

b) Tính xác suất của các biến cố sau:

- A: " Con đầu là gái".
- B: "Có ít nhất một người con trai".
- C: : "Con thứ hai là trai".
- D: " Có hai người con gái".

Ví dụ 21. Gieo một đồng tiền cân đối ba lần.

a) Vẽ sơ đồ hình cây mô tả các phần tử của không gian mẫu.

b) Tính xác suất của các biến cố :

- A: "Trong ba lần gieo có hai lần sấp, một lần ngửa".
- B: "Trong ba lần gieo có ít nhất một lần sấp".

Ví dụ 22. Trên một dãy phố có ba quán ăn A, B, C. Hai bạn Văn và Hải mỗi người chọn ngẫu nhiên một quán để ăn trưa.

a) Vẽ sơ đồ hình cây mô tả các phần tử của không gian mẫu.

b) Tính xác suất của các biến cố sau:

- E: "Hai người cùng vào một quán".
- F: " Cả hai người không chọn quán C".

Ví dụ 23. Màu hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình là màu vàng và màu xanh tương ứng với hai loại gen là gen trội A và gen lặn a . Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình là hạt trơn và hạt nhăn tương ứng với hai loại gen là gen trội B và gen lặn b . Biết rằng, cây con lấy ngẫu nhiên một gen từ cây bố và một gen từ cây mẹ. Phép thử là cho lai hai loại đậu Hà Lan, trong đó cả cây bố và cây mẹ đều có kiểu gen là (Aa, Bb) và kiểu hình là hạt màu vàng và trơn. Giả sử các kết quả có thể là đồng khả năng. Tính xác suất để cây con có kiểu hình là hạt màu xanh và nhăn.

KN 4 Sử dụng biến cố đối

Khi đề bài yêu cầu tính xác suất của biến cố A, nhưng việc đếm số kết quả thuận lợi của biến cố A khó khăn (do phải phân chia nhiều trường hợp). Lúc này, ta có thể tìm biến cố đối của A là $\overline{A}$.

① Đếm số kết quả thuận lợi của $\overline{A}$

② Tính $P(\overline{A})$

③ Suy ra $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A})$.

Ví dụ 24. Một hộp chứa 10 tấm thẻ có kích thước như nhau và được đánh số từ 2021 đến 2030, mỗi thẻ chỉ ghi đúng một số. Chọn ra ngẫu nhiên đồng thời 3 thẻ từ hộp.

a) Tìm biến cố đối của biến cố A:" Tích các số ghi trên ba thẻ chia hết cho 5".

b) Tính xác suất của biến cố A.

Ví dụ 25. Gieo ba con xúc xắc cân đối. Tính xác suất để có ít nhất một con xuất hiện mặt 6 chấm.

Ví dụ 26. Một hộp đựng 5 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ, 7 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên cùng một lúc ra 8 viên bi. Tính xác suất của biến cố A: " 8 viên bi được chọn có đủ 3 màu".

Ví dụ 27. Một lớp có 41 học sinh trong đó có 15 bạn nam và 26 bạn nữ. Cô giáo chủ nhiệm chọn ngẫu nhiên ra bốn bạn đi trực ban.

a) Tính xác suất để cả bốn bạn đó đều là nữ.

b) Tính xác suất để có ít nhất một bạn nam.

Ví dụ 28. Có hai hòm đựng thẻ, mỗi hòm đựng 10 thẻ đánh số từ 1 đến 10. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hòm một thẻ. Tính xác suất để trong hai thẻ lấy ra

a) có ít nhất một thẻ đánh số 1.

b) tổng hai số ghi trên hai thẻ khác 19.

Ví dụ 29. Xếp ngẫu nhiên 6 người A, B, C, D, E, F vào một cái bàn dài có 6 chỗ ngồi. Tính xác suất để

a) hai người A và B ngồi cạnh nhau.

b) hai người A và B không ngồi cạnh nhau.

C BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1 Có ba chiếc hộp, hộp A chứa 1 bút xanh, 1 bút đỏ. Hộp B chứa 1 bút đỏ, 1 bút tím. Hộp C chứa 1 bút đỏ, 1 bút tím. Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp một chiếc bút.

a) Vẽ sơ đồ hình cây mô tả các kết quả có thể xảy ra.

b) Tính xác suất của biến cố E: "Trong ba bút lấy ra có đúng 1 bút đỏ".

2 Chi có một cái ô xanh, 1 cái ô trắng, 1 cái mũ xanh, 1 cái mũ trắng, 1 cái mũ đen, 1 đôi giày đen, 1 đôi giày trắng . Chi chọn ngẫu nhiên 1 cái ô, 1 cái mũ và 1 đôi giày để đến trường.

a) Vẽ sơ đồ hình cây để mô tả các kết quả có thể xảy ra.

b) Tính xác suất của biến cố "Chỉ có một trong ba thứ đồ Chi chọn có màu trắng".

3 An, Bình, Cường và hai bạn nữa xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang để chụp ảnh. Tính xác suất để:

a) An và Bình đứng ở hai đầu hàng.

b) Bình và Cường đứng ở cạnh nhau.

c) An, Bình, Cường đứng ở cạnh nhau.

4 Bốn đội bóng A, B, C, D lọt vào bán kết của một giải đấu. Ban tổ chức bốc thăm chia 4 đội thành 2 cặp đấu một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất của biến cố hai đội A và B đấu với nhau ở bán kết.

5 Có 3 bông hoa màu trắng, 4 bông hoa màu đỏ, 5 bông hoa màu vàng. Người ta chọn 4 bông hoa từ các bông hoa trên. Tính xác suất của biến cố "4 bông hoa được chọn có đủ cả ba màu".

6 Mật khẩu mở máy tính của An gồm 8 kí tự, trong đó 2 kí tự đầu là chữ số, 6 kí tự sau là chữ cái thuộc tập $\{A,B,C,D\}$. Không may An quên mất ba kí tự đầu tiên. An chọn ra hai chữ số và một chữ cái thuộc tập trên một cách ngẫu nhiên và thử máy tính. Tính xác suất để An mở được máy tính.

7 Một hộp có 5 lá thăm cùng loại được đánh số $2;4;6;8;10$. Lấy ra ngẫu nhiên từ hộp 2 lá thăm. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) A:"Tổng các số ghi trên hai lá thăm bằng 11".

b) B: "Tích các số ghi trên hai lá thăm là số tròn chục".

8 Một hộp chứa 2 quả bóng xanh và một số quả bóng trắng. Lấy ra ngẫu nhiên 2 quả bóng từ hộp. Biết rằng xác suất chọn được 2 quả bóng khác màu là $\frac{10}{21}$.

a) Tính xác suất để hai quả bóng lấy ra có cùng màu.

b) Hỏi trong hộp có bao nhiêu quả bóng?

9 Trong hộp có 20 nắp khoen bia Tiger, trong đó có 2 nắp ghi "Chúc mừng bạn đã trúng thưởng xe FORD". Bạn được chọn lên rút thăm lần lượt hai nắp khoen, tính xác suất để cả hai nắp đều trúng thưởng.

10 Có 4 hành khách lên một đoàn tàu gồm 4 toa. Mỗi hành khách độc lập với nhau và chọn ngẫu nhiên một toa. Tính xác suất để 1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai.

11 Có 8 người khách bước ngẫu nhiên vào một cửa hàng có ba quầy. Tính xác suất để 3 người cùng đến quầy thứ nhất.

12 Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Lý và 2 quyển sách Hóa. Lấy ngẫu nhiên ba quyển sách. Tính xác suất sao cho ba quyển lấy ra có ít nhất một quyển sách Toán.

13 Cho tập hợp $X = \left\{x \in \mathbb{N} | 2x^2 - 31x + 15 \leq 0\right\}$. Chọn ngẫu nhiên từ tập X ba số tự nhiên. Tính xác suất để ba số được chọn có tổng là một số lẻ.

14 Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 lập các số lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số vừa lập, tính xác suất để lấy được một số nhỏ hơn 2015.

15 Trong một buổi liên hoan có 15 cặp nam nữ, trong đó có 4 cặp vợ chồng. Chọn ngẫu nhiên 5 người để biểu diễn một tiết mục văn nghệ. Tính xác suất để 5 người được chọn không có cặp vợ chồng nào.

16 Một giáo viên muốn chọn hai câu hỏi ra đề kiểm tra 15 phút môn Toán lớp 11. Trong ngân hàng đề có 10 câu lượng giác, 6 câu toán tổ hợp, 8 câu hỏi toán xác suất.

a) Tính xác suất để hai câu hỏi rơi vào cùng một chủ đề.

b) Tính xác suất để hai câu hỏi rơi vào hai chủ đề khác nhau.

17 Một ngân hàng đề thi gồm 30 câu hỏi. Mỗi đề thi gồm 5 câu được lấy ngẫu nhiên từ ngân hàng đề thi. Thí sinh A đã học thuộc 10 câu trong ngân hàng đề thi. Tìm xác suất để thí sinh A rút ngẫu nhiên được một đề thi có ít nhất 3 câu đã thuộc.

18 Một bài thi trắc nghiệm khách quan gồm 5 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời. Tính xác suất để một học sinh làm bài thi được ít nhất 3 câu hỏi.

19 Ba bạn A, B, C viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;14]$. Tính xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3.

20 Có 5 học sinh lớp A, 5 học sinh lớp B được xếp ngẫu nhiên vào hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy 5 ghế (xếp mỗi học sinh một ghế). Tính xác suất để 2 học sinh bất kì ngồi đối diện nhau khác lớp.

21 Có 6 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 được xếp ngẫu nhiên vào 9 ghế thành một dãy. Tính xác suất để xếp được 3 học sinh lớp 12 xen kẽ giữa 6 học sinh lớp 11.

22 Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh, trong đó có An và Bình, vào hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy 5 ghế (xếp mỗi học sinh một ghế). Tính xác suất để An và Bình ngồi cạnh nhau hoặc đối diện nhau.

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Gieo một đồng tiền cân đối và đồng chất bốn lần. Xác suất để cả bốn lần xuất hiện mặt sấp là

A. $\dfrac{4}{16}$. **B.** $\dfrac{2}{16}$. **C.** $\dfrac{1}{16}$. **D.** $\dfrac{6}{16}$.

Câu 2. Gieo ba con xúc xắc. Xác suất để số chấm xuất hiện trên ba con xúc xắc như nhau là

A. $\dfrac{12}{216}$. **B.** $\dfrac{1}{216}$. **C.** $\dfrac{6}{216}$. **D.** $\dfrac{3}{216}$.

Câu 3. Rút một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá bích là

A. $\frac{1}{13}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{12}{13}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 4. Gieo hai con xúc xắc. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 11.

A. $\frac{1}{18}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{2}{25}$.

Câu 5. Gieo 1 đồng tiền đồng chất 2 lần. Xác suất để cả 2 lần đều thu được mặt sấp?

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 6. Gieo ngẫu nhiên 2 con súc sắc cân đối đồng chất. Xác suất của biến cố: "Hiệu số chấm xuất hiện trên 2 con súc sắc bằng 1" là

A. $\frac{2}{9}$. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** $\frac{5}{18}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Câu 7. Lớp 11B có 20 nam và 25 nữ. Chọn ngẫu nhiên hai học sinh để làm trực nhật. Xác suất để trong đó có ít nhất một nam là

A. $\frac{20}{33}$. **B.** $\frac{23}{33}$. **C.** $\frac{25}{33}$. **D.** $\frac{1}{20}$.

Câu 8. Một hội nghị có 15 nam và 10 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 người vào ban tổ chức. Xác suất để trong ban tổ chức có nhiều hơn hai người nam là

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{91}{460}$.

Câu 9. Một bình chứa 6 viên bi màu, trong đó có 2 bi xanh, 2 bi đỏ, 2 bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi. Xác suất để lấy được 2 viên bi khác màu là

A. $\frac{1}{15}$. **B.** $\frac{2}{15}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{4}{15}$.

Câu 10. Một thùng có 7 sản phẩm, trong đó có 4 sản phẩm loại I và 3 sản phầm loại II. Lấy ngẫu nhiên 2 sản phẩm. Xác suất để lấy được 2 sản phầm cùng loại là

A. $\frac{1}{7}$. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** $\frac{3}{7}$. **D.** $\frac{4}{7}$.

Câu 11. Một thùng có 7 sản phẩm, trong đó có 4 sản phẩm loại I và 3 sản phầm loại II. Lấy ngẫu nhiên 2 sản phẩm. Xác suất để lấy được 2 sản phầm khác loại là

A. $\frac{1}{7}$. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** $\frac{3}{7}$. **D.** $\frac{4}{7}$.

Câu 12. Một hộp chứa 5 bi xanh, 10 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 bi. Xác suất để được đúng một bi xanh là

A. $\frac{45}{91}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{200}{273}$.

Câu 13. Một hộp chứa 2 loại bi xanh và đỏ. Lấy ra ngẫu nhiên từ hộp 1 viên bi. Biết xác suất lấy được bi đỏ là 0,3. Xác suất lấy được bi xanh là

A. 0,3. **B.** 0,5. **C.** 0,7. **D.** 0,09.

Câu 14. Gọi X là tập hợp các số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp X. Tính xác suất để số được chọn chỉ chứa 3 chữ số lẻ.

A. $\frac{10}{21}$. **B.** $\frac{25}{49}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $13/25$.

Câu 15. Gọi A là tập các số có 6 chữ số khác nhau được tạo ra từ các số $\{0,1,2,3,4,5\}$. Từ A chọn ngẫu nhiên một số, xác suất số đó có số 3 và 4 đứng cạnh nhau là

A. $\frac{8}{25}$. **B.** $\frac{4}{15}$. **C.** $\frac{4}{25}$. **D.** $\frac{2}{15}$.

Câu 16. Gọi tập A là tập các số có 6 chữ số khác nhau được lập từ các số $\{1,2,3,4,5,6\}$. Từ A chọn ra một số, xác suất số đó bé hơn 432000 là

A. $\frac{17}{30}$. **B.** $\frac{17}{40}$. **C.** $\frac{23}{40}$. **D.** $\frac{13}{30}$.

Câu 17. Cho tập hợp $A = \{0;1;2;3;4;5\}$. Gọi S là tập hợp các số có 3 chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{23}{25}$. **C.** $\frac{2}{25}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Câu 18. Cho tập hợp $A = \{2;3;4;5;6;7;8\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn mà trong mỗi số luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{3}{35}$. **C.** $\frac{17}{35}$. **D.** $\frac{18}{35}$.

Câu 19. Một hộp đựng 10 chiếc thẻ được đánh số từ 0 đến 9. Lấy ngẫu nhiên ra 3 chiếc thẻ, tính xác suất để 3 chữ số trên 3 chiếc thẻ được lấy ra có thể ghép thành một số chia hết cho 5.

A. $\frac{8}{15}$. **B.** $\frac{7}{15}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Câu 20. Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên ra 8 tấm thẻ, tính xác suất để có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

A. $\frac{560}{4199}$. **B.** $\frac{4}{15}$. **C.** $\frac{11}{15}$. **D.** $\frac{3639}{4199}$.

Câu 21. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có hai chữ số. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp S. Tính xác suất để hai số được chọn có chữ số hàng đơn vị giống nhau.

A. $\frac{8}{89}$. **B.** $\frac{81}{89}$. **C.** $\frac{36}{89}$. **D.** $\frac{53}{89}$.

Câu 22. Trong một chiếc hộp có 7 viên bi trắng, 8 viên bi đỏ và 10 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra 6 viên bi. Tính xác suất của biến cố "6 viên bi lấy ra có đủ ba màu".

A. $\mathrm{P}(C) = \frac{22}{253}$. **B.** $\mathrm{P}(C) = \frac{20}{253}$. **C.** $\mathrm{P}(C) = \frac{2}{253}$. **D.** $\mathrm{P}(C) = \frac{202}{253}$.

Câu 23. Gieo một con xúc sắc đồng chất cân đối ba lần liên tiếp. Tìm xác suất của các biến cố: "Có ít nhất một mặt chẵn xuất hiện".

A. $\mathrm{P}(B) = \frac{7}{8}$. **B.** $\mathrm{P}(B) = \frac{3}{8}$. **C.** $\mathrm{P}(B) = \frac{5}{8}$. **D.** $\mathrm{P}(B) = \frac{1}{8}$.

Câu 24. Một hộp có 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp, tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đủ màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

A. $\frac{313}{408}$. **B.** $\cdot\frac{95}{408}$. **C.** $\frac{5}{102}$. **D.** $\frac{25}{136}$.

Câu 25. Một hộp có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi vàng và 4 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 viên bi, tính xác suất để 4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh.

A. $\frac{1}{12}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\cdot\frac{16}{33}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 26. Một chiếc hộp đựng 7 viên bi màu xanh, 6 viên bi màu đen, 5 viên bi màu đỏ, 4 viên bi màu trắng. Chọn ngẫu nhiên ra 4 viên bi, tính xác suất để lấy được ít nhất 2 viên bi cùng màu.

A. $\frac{2808}{7315}$. **B.** $\frac{185}{209}$. **C.** $\frac{24}{209}$. **D.** $\frac{4507}{7315}$.

Câu 27. Một hộp chứa 12 viên bi kích thước như nhau, trong đó có 5 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 5; có 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4 và 3 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 3. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp, tính xác suất để 2 viên bi được lấy vừa khác màu vừa khác số.

A. $\frac{8}{33}$. **B.** $\frac{14}{33}$. **C.** $\frac{29}{66}$. **D.** $\cdot\frac{37}{66}$.

Câu 28. Một người có 10 đôi giày khác nhau và trong lúc đi du lịch vội vã lấy ngẫu nhiên 4 chiếc. Tính xác suất để trong 4 chiếc giày lấy ra có ít nhất một đôi.

A. $\frac{3}{7}$. **B.** $\frac{13}{64}$. **C.** $\frac{99}{323}$. **D.** $\frac{224}{323}$.

Câu 29. Có 13 học sinh của một trường THPT đạt danh hiệu học sinh xuất sắc trong đó khối 12 có 8 học sinh nam và 3 học sinh nữ, khối 11 có 2 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh bất kỳ để trao thưởng, tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11 và khối 12.

A. $\frac{57}{286}$. **B.** $\frac{24}{143}$. **C.** $\frac{27}{143}$. **D.** $\frac{229}{286}$.

Câu 30. Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca, tính xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ.

A. $\frac{70}{143}$. **B.** $\frac{73}{143}$. **C.** $\frac{56}{143}$. **D.** $\frac{87}{143}$.

Câu 31. Giải bóng chuyền gồm 9 đội bóng tham dự, trong đó có 6 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C và mỗi bảng có 3 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau.

A. $\frac{3}{56}$. **B.** $\frac{19}{28}$. **C.** $\frac{9}{28}$. **D.** $\frac{53}{56}$.

Câu 32. Bạn Tân ở trong một nhóm có 22 bạn học sinh. Chọn ngẫu nhiên 2 em trong lớp để đi xem văn nghệ. Xác suất để Tân được chọn là

A. 19,6%. **B.** 9,1%. **C.** 9,8%. **D.** 9,1%.

Câu 33. Cho tập hợp $A = \{2;3;4;5;6;7;8\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn mà trong mỗi số đó luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{3}{35}$. **C.** $\frac{17}{35}$. **D.** $\frac{18}{35}$.

Câu 34. Một lớp học có 30 học sinh gồm có cả nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để tham gia hoạt động của Đoàn trường. Xác suất chọn được 2 nam và 1 nữ là $\frac{12}{29}$. Tính số học sinh nữ của lớp.

A. 16. **B.** 14. **C.** 13. **D.** 17.

Câu 35. Một chi đoàn có 3 đoàn viên nữ và một số đoàn viên nam. Cần lập một đội thanh niên tình nguyện gồm 4 người. Biết xác suất để trong 4 người được chọn có 3 nữ bằng $\frac{2}{5}$ lần xác suất 4 người được chọn toàn nam. Hỏi chi đoàn đó có bao nhiêu đoàn viên?

A. 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 12.

—HẾT—