



ÔN TẬP CHƯƠNG I

A. Lý thuyết

Các bước xét tính đơn điệu của hàm số $y = f(x)$

Bước 1. Tìm tập xác định của D hàm số.

Bước 2. Tính đạo hàm $f'(x)$ của hàm số. Tìm các điểm $x_1, x_2, \dots, x_n$ thuộc D mà tại đó đạo hàm $f'(x)$ bằng 0.

Bước 3. Sắp xếp các điểm $x_1, x_2, \dots, x_n$ theo thứ tự tăng dần, xét dấu $f'(x)$ và lập bảng biến thiên.

Bước 4. Nêu kết luận về các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

A. Lý thuyết

Các bước tìm cực trị của hàm số $y = f(x)$

Bước 1. Tìm tập xác định của D hàm số.

Bước 2. Tính đạo hàm $f'(x)$ của hàm số. Tìm các điểm $x_1, x_2, \dots, x_n$ thuộc D mà tại đó đạo hàm $f'(x)$ bằng 0 hoặc đạo hàm không tồn tại.

Bước 3. Xét dấu $f'(x)$

Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x qua điểm x_i ($i = 1; 2; 3; \dots$) thì hàm số đạt cực tiểu tại x_i .

Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x qua điểm x_i ($i = 1; 2; 3; \dots$) thì hàm số đạt cực đại tại x_i .

A. Lý thuyết

Các bước tìm GTLN, GTNN trên một đoạn $[a; b]$

Bước 1. Tìm các điểm $x_1, x_2, \dots, x_n$ thuộc $(a; b)$ mà tại đó đạo hàm $f'(x)$ bằng 0 hoặc không tồn tại.

Bước 2. Tính $f(a); f(x_1); f(x_2); \dots; f(x_n); f(b)$.

Bước 3. Gọi M là số lớn nhất và m là số nhỏ nhất trong các giá trị tìm được ở Bước 2.

Khi đó: $M = \max_{[a; b]} f(x), m = \min_{[a; b]} f(x)$

A. Lý thuyết

Tìm đường tiệm cận:

1. Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, ($c \neq 0$; $ad - bc \neq 0$) có:

Tiệm cận đứng: $x = -\frac{d}{c}$

Tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{c}$

2. Hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ có: Tiệm cận đứng: $x = -\frac{e}{d}$

Ta có: $A = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$, $B = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax]$ hoặc $A = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$, $B = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - ax]$

Khi đó, tiệm cận xiên là: $y = Ax + B$

A. Lý thuyết

Các bước khảo sát hàm số:

Bước 1: Tìm tập xác định của hàm số

Bước 2: Xét sự biến thiên của đồ thị hàm số

Tìm đạo hàm y' , xét dấu y' , xác định khoảng đơn điệu, cực trị (nếu có) của hàm số.

Tìm giới hạn tại vô cực, giới hạn vô cực của hàm số và các đường tiệm cận của đồ thị hàm số (nếu có).

Lập bảng biến thiên của hàm số.

Bước 3: Vẽ đồ thị của hàm số

Xác định các điểm cực trị (nếu có), giao điểm của đồ thị với các trục tọa độ (nếu có và dễ tìm)

Vẽ các đường tiệm cận của đồ thị hàm số (nếu có)

Vẽ đồ thị hàm số.

B. Bài tập:

Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đạt c

Xét hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4}$.

• Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{4\}$.

B. Hàm số đạt c

• Đạo hàm $y' = \frac{(2x-4)(x-4) - x^2 + 4x - 1}{(x-4)^2} = \frac{x^2 - 8x + 15}{(x-4)^2}$.

C. Hàm số đạt c

Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x = 3$ hoặc $x = 5$.

D. Hàm số đạt c

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	3	4	5	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	2	$+\infty$	6	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = 5$, giá trị cực tiểu là $y = 6$.

B. Bài tập:

Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 2: Cho hàm số $y = 7x^3 + 9x^2 - 3x - 4$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Giá trị cực đại $y = 1$.
- B. Giá trị cực tiểu $y = \frac{1}{7}$.
- C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{7}$.
- D. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

$$y' = 21x^2 + 18x - 3$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{7} \\ x = -1 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{7}$	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y						

Diagram showing the behavior of the function y relative to the critical points (CT) and local extrema (CĐ):

- An arrow points from the y row to the $x = -1$ column, labeled "CĐ" (Cực Đại - Local Maximum).
- An arrow points from the y row to the $x = \frac{1}{7}$ column, labeled "CT" (Cực Tiểu - Local Minimum).

B. Bài tập:

Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{-2x - 3}{4 - x}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -4)$ và nghịch biến trên $(-4; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 4)$ và nghịch biến trên $(4; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -4)$ và $(-4; +\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 4)$ và $(4; +\infty)$.

B. Bài tập:

Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{x^2 + 2x + 3}$ trên đoạn $[-2; 3]$ là

A. $\sqrt{3}$.

Đáp án đúng là: C

B. $\sqrt{30}$.

Xét hàm số $y = \sqrt{x^2 + 2x + 3}$.

C. $\sqrt{2}$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

D. 0.

Đạo hàm $y' = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+3}}$. Trên khoảng $(-2; 3)$, $y' = 0$ khi $x = -1$.

Ta có $y(-2) = \sqrt{3}$, $y(-1) = \sqrt{2}$, $y(3) = 3\sqrt{2}$.

Vậy $\min_{[-2; 3]} y = \sqrt{2}$ tại $x = -1$.

B. Bài tập:

Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{3-2x}{5x+1}$. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình

A. $y = \frac{-1}{5}$.

B. $x = \frac{-1}{5}$.

C. $x = \frac{-2}{5}$.

D. $y = \frac{-2}{5}$.

Đáp án đúng là: B

Xét hàm số $y = \frac{-2x+3}{5x+1}$.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{5} \right\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{5}^-} y = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{5}^-} \frac{-2x+3}{5x+1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{5}^+} y = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{5}^+} \frac{-2x+3}{5x+1} = +\infty$.

Vậy đường thẳng $x = -\frac{1}{5}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{-2x+3}{5x+1}$

B. Bài tập:

Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-		-	+
y	1 ↘ $-\infty$	2 ↘ -3	↗ 3	

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 5.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 3$ nên có 2 đường TCN

$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = -\infty$ nên có 1 TCD

B. Bài tập:

Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 7: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^3 + 3x^2 - 3}{x^2 - 1}$ là

A. $y = 2x + 3$.

B. $y = 2x + 1$.

C. $y = x + 3$.

D. $y = x + 1$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^3 + 3x^2 - 3}{x^2 - 1} : x \right) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^3 + 3x^2 - 3}{x^2 - 1} - 2x \right) = 3$$

$$\Rightarrow TCX : y = 2x + 3$$

B. Bài tập:

Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

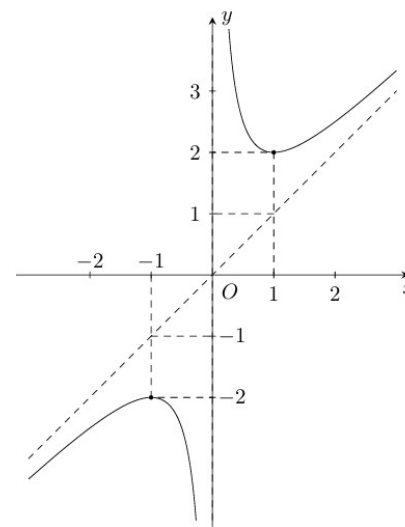
Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ như sau:

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên đi qua điểm nào dưới đây

$TCX : y = x$ đi qua P (2;2)

A. M (1;2). B. N (-1;2).

C. P (2;2). D. Q (1;-1).



B. Bài tập:

Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 9: Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{2-x}$ có tâm đối xứng là điểm có tọa độ

A. $H(2; -1)$.

B. $K(-2; 1)$.

C. $N(2; 1)$.

D. $I(-2; -1)$.

TCD: $x = 2$

TCN: $y = -1$

Nên tâm đối xứng có tọa độ là $H(2; -1)$

B. Bài tập:

Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 10: Đường cong sau đây là của đồ thị hàm số nào?

A. $y = x^3 - x^2 + x + 1$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

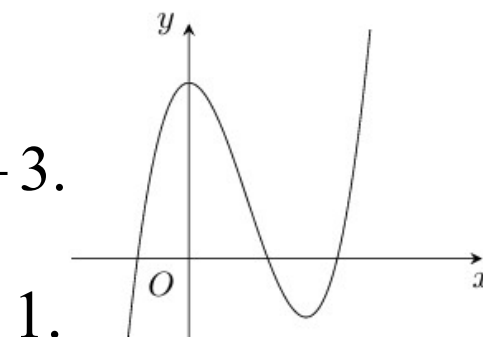
C. ☒ Đồ thị hàm số bậc ba, có hai nghiệm là $x = 0$ và $x = a > 0$

Câu A tính đạo hàm, cho đạo hàm bằng 0 thì vô nghiệm

Câu C tính đạo hàm, cho đạo hàm bằng 0 ra nghiệm kép

Câu D là bậc hai

Câu B tính đạo hàm, cho đạo hàm bằng 0 ra $x = 0$ và $x = 2$.



B. Bài tập:

Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

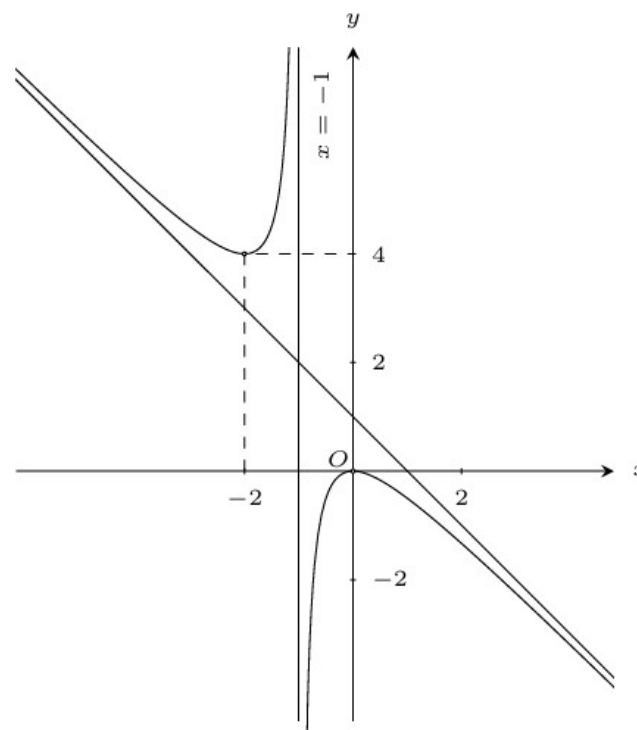
Câu 11: Đường cong sau đây là của đồ thị hàm số nào?

A. $y = -3x^3 - 3x + 2.$

B. $y = \frac{x-1}{x+1}.$

C. $y = \frac{-x^2}{x+1}.$

D. $y = x^3 + 3x - 2.$



B. Bài tập:

Phần 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 12: Bảng biến thiên ở hình vẽ là của đồ thị hàm số nào?

A. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

C. $y = \frac{x+1}{1-x}$.

D. $y = \frac{2x+1}{2x+3}$.

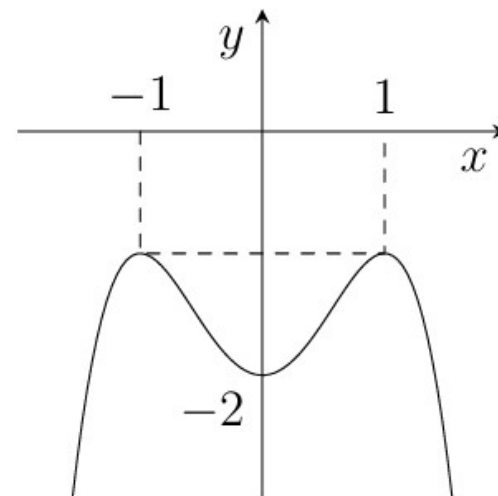
x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	1 ↘ $-\infty$		$+\infty$ ↘ 1

Ta có TCD $x = 1$ và TCN $y = 1$ nên chọn câu A.

B. Bài tập:

Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có hình vẽ như sau:



- a) Hàm số đã cho có 2 cực trị. **Sai**
- b) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$. **Đúng**
- c) Hàm số có giá trị cực tiểu là $x = -2$. **Sai**
- d) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(-2; 0)$. **Sai**

B. Bài tập:

Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-3; 2)$ và có bảng biến thiên như sau:

x	-3	-1	1	2	
y'	+	0	-	0	+
y	-5	0	-2	3	

a) Hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(-3; 2)$. **Đúng**

b) Giá trị cực đại của hàm số bằng 0. **Đúng**

c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(-3; 2)$ bằng 0. **Sai**

d) Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -2. **Đúng**

B. Bài tập:

Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 2}$.

a) Hàm số đã cho có 2 cực trị. **Đúng**

b) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$. **Đúng**

c) Hàm số có giá trị cực tiểu là $x = -2$. **Sai**

d) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(-2; 0)$. **Đúng**

B. Bài tập:

Phần 2: Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

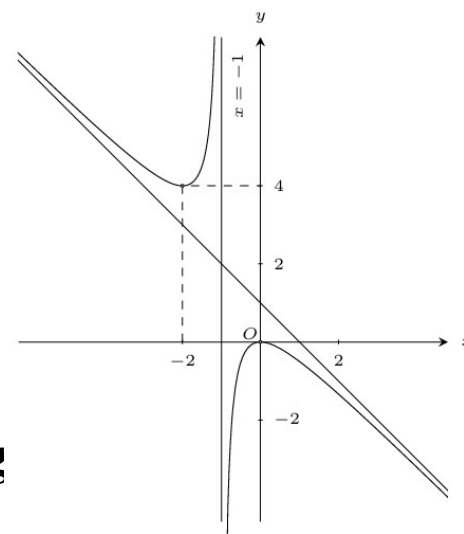
Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như sau:

a) Hàm số đã cho có 2 cực trị. **Đúng**

b) Điểm cực đại của hàm số là -2 . **Sai**

c) $\frac{n}{m} = -1$. **Sai**

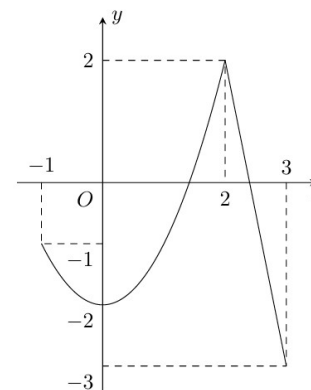
d) Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là $I(-1; 2)$. **Đúng**



B. Bài tập:

Phần 3: Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình sau đây:



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$

Giá trị của $2M - 3m$ bằng bao nhiêu?

Đáp số: 13. Ta có: $M = 2, m = -3$

Vậy $2M - 3m = 13$

B. Bài tập:

Phần 3: Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 2: Hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax + b}{x + c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$).

Khi đó $ab - c$ bằng bao nhiêu?

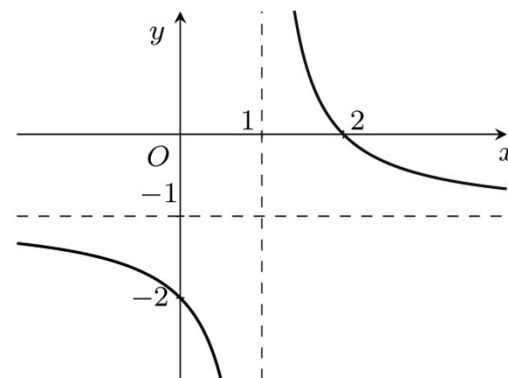
Đáp số: - 1.

Ta có TCN $y = -1 = a$ nên $a = -1$

TCD $x = 1 = -c$ nên $c = -1$

Đồ thị đi qua điểm A (0; -2) nên ta có $-2 = -b$. Vậy $b = 2$.

Khi đó $ab - c = -1$.



B. Bài tập:

Phần 3: Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 3: Trong một nhà hàng, mỗi tuần để chế biến x phần ăn (x lấy giá trị trong khoảng 30 đến 120) thì chi phí trung bình (đơn vị: nghìn đồng) của một phần ăn được cho bởi công thức:

$$\bar{C}(x) = 2x - 230 + \frac{7200}{x}$$

Hỏi số phần ăn là bao nhiêu sao cho chi phí trung bình của một phần ăn là thấp nhất?

Đáp số: 60.

x	30	60	120
$\bar{C}'(x)$	-	0	+
$\bar{C}(x)$	70	10	70

B. Bài tập:

Phần 3: Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 4: Cho một hình trụ nội tiếp kính đáy bằng 5 cm (Hình 1). Đường thẳng nối đỉnh và tâm hình phẳng như Hình 2. Với h là chi

Giá trị của $5h - 3$ bằng nhiều?

Đáp số: 17.

Xét hàm số $V(h) = \frac{25\pi h(12-h)^2}{144}$ với $h \in (0; 12)$.

Ta có $V'(h) = \frac{25\pi(12-h)(12-3h)}{144}$.

Trên khoảng $(0; 12)$, ta có $V'(h) = 0$ khi $h = 4$.

Bảng biến thiên:

h	0	4	12	
V'(h)		+	0	-
V(h)	0	$\frac{400\pi}{9}$	0	

Căn cứ vào bảng biến thiên, ta thấy trên khoảng $(0; 12)$, hàm số $V(h)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{400\pi}{9}$ tại $h = 4$.

Vậy $h = 4$ cm thì khối trụ có thể tích lớn nhất.

B. Bài tập:

Phần 3: Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 5: Một thanh sắt dài $AB = 100$ m được cắt thành hai phần AC và CB với $AC = x$ (m). Đoạn AC được uốn thành một hình vuông có chu vi bằng AC và đoạn CB được uốn thành tam giác đều có chu vi bằng CB . Tổng diện tích của hình vuông và tam giác nhỏ nhất là bao nhiêu? (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Đáp số: 271,9.

A —

Gọi a, b lần lượt là cạnh của hình vuông và tam giác đều

$$\text{Ta có: } 4a = x \Leftrightarrow a = \frac{x}{4}; \quad 3b = 100 - x \Leftrightarrow b = \frac{100 - x}{3}$$

Tổng diện tích của hình vuông và tam giác đều là:

$$S = \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{100 - x}{3}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Từ đó tính giá trị nhỏ nhất của S là 271,9

B. Bài tập:

Phần 3: Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 6: Máng trượt của một cầu trượt cho trẻ em (Hình a) được uốn từ một tấm kim loại có bề rộng 80 cm, mặt cắt được mô tả ở Hình b. Nhà thiết kế khuyến cáo, diện tích mặt cắt càng lớn thì càng đảm bảo an toàn cho trẻ em. Với x đạt giá trị bao nhiêu thì cầu trượt đảm bảo an toàn nhất cho trẻ em?

▲

$$2x + y = 80 \Leftrightarrow y = 80 - 2x$$

$$\text{Diện tích } S = xy = x \cdot (80 - 2x)$$

Từ đó tìm giá trị lớn nhất của hàm số S nên ta có $x = 20$.



a)

y cm
b)

Đáp số: 20.