

Phụ lục 1

Ma trận nội dung, năng lực và cấp độ tư duy và các lệnh hỏi minh họa

Môn Toán học

(Đính kèm Kế hoạch số /KH-SGDĐT ngày tháng năm 2025 của Sở GDĐT)

Chủ đề	Năng lực toán học								
	Năng lực tư duy và lập luận toán học (TD)			Năng lực giải quyết vấn đề toán học (GQ)			Năng lực mô hình hóa toán học (MH)		
	Cấp độ tư duy			Cấp độ tư duy			Cấp độ tư duy		
	Biết	Hiểu	Vận dụng	Biết	Hiểu	Vận dụng	Biết	Hiểu	Vận dụng
Phương trình, hệ phương trình và bất phương trình				I.9, II.1c	I.6				
Cấp số cộng, cấp số nhân					I.10				
Hình học không gian				I.8	III.1				
Hàm số, đạo hàm và ứng dụng đạo hàm				I.12, II.1a, II.1b	I.5	II.1d		II.2b, II.2c	III.5
Nguyên hàm và tích phân	I.1, I.2		II.2d					II.2a	III.4
Vectơ, phương pháp tọa độ trong không gian	I.4, I.7, I.11 II.4a	II.4b			II.4c				II.4d, III.3
Thống kê và xác suất					I.3	II.3c	II.3a, II.3b		II.3d III.6
<i>Chuyên đề</i>									III.2
Tổng	6	1	1	6	6	2	2	3	7

Năng lực toán học:

TD	GQ	MH
8/34	14/34	12/34

Cấp độ tư duy:

Biết	Hiểu	Vận dụng
14/34	10/34	10/34

Lớp 10,11: 7/34 (bảo đảm chiếm khoản 20% tổng số lệnh hỏi).

Lưu ý: Vị trí của các lệnh hỏi trong mỗi chủ đề có thể thay đổi cho phù hợp, nhưng phải đảm bảo năng lực toán học và cấp độ tư duy tương đương với ma trận tham khảo.

Một số câu minh họa.

Dạng thức I.

Câu I.4. (Dạng thức I_Biết_Vecto, phương pháp tọa độ trong không gian_Câu 4)

Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1)$ và $B(3;1;-2)$. Đường thẳng AB có phương trình là

A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -1; -3)$.

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(1;2;1)$ và nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB} = (2; -1; -3)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Câu I.8. (Dạng thức I_Biết_Hình học không gian_Câu 8)

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $AC \perp (SBC)$.

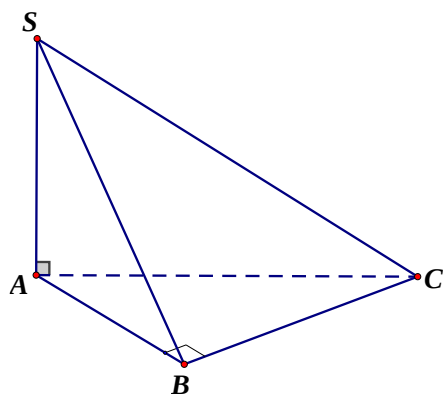
B. $BC \perp (SAC)$.

C. $BC \perp (SAB)$.

D. $AB \perp (SBC)$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$

$$\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$$

Câu I.9. (Dạng thức I_Biết_Phương trình, hệ phương trình và bất phương trình_Câu 9)

Tập nghiệm của phương trình $\sin x = 0$ là

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $S = \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

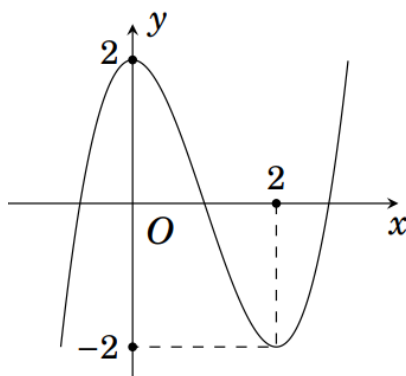
D. $S = \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Lời giải

Chọn C.

Câu I.12. (Dạng thức I_Biết_Hàm số, đạo hàm và ứng dụng đạo hàm_Câu 12)

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:



A. $x = -2$.

B. $x = 0$.

C. $x = 2$.

D. $(2; -2)$.

Lời giải

Chọn C.

Câu I.3. (Dạng thức I_Hiệu_Thống kê và xác suất_Câu 3)

Khi thống kê chiều cao (đơn vị: centimét) của 40 học sinh lớp 12A2, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm như bảng bên dưới. Hãy ước lượng chiều cao trung bình của các học sinh lớp 12A2 (làm tròn đến hàng phần chục của centimét).

Nhóm	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)
Tần số	2	8	18	11	1

A. 165,8cm.

B. 166,8cm.

C. 167,6cm.

D. 168,3cm

Lời giải

Chọn C.

Trong mỗi khoảng, giá trị đại diện là trung bình cộng của giá trị hai đầu mút.

Chiều cao trung bình của các học sinh lớp 12A2.

$$\bar{x} = \frac{2 \times 157,5 + 8 \times 162,5 + 18 \times 167,5 + 11 \times 172,5 + 1 \times 177,5}{2 + 8 + 18 + 11 + 1} = 167,625.$$

Câu I.6. (Dạng thức I_Hiệu_Phương trình, hệ phương trình và bất phương trình_Câu 6)

Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) < \log_2(x+1)$ là

A. $(-\infty; -\sqrt{2})$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(\sqrt{2}; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-1) < \log_2(x+1) \Leftrightarrow 0 < \frac{1}{x-1} < x+1 \Leftrightarrow x > \sqrt{2}$$

Câu I.10. (Dạng thức I_Hiểu_Cấp số cộng, cấp số nhân_Câu 10)

Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_3 = 18$. Số hạng thứ 4 của cấp số cộng đó là

A. 20.

B. 22.

C. 24.

D. 26.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Có } u_3 = u_1 + 2d \Rightarrow d = 8; u_4 = u_3 + d = 18 + 8 = 26.$$

Dạng thức 2.

Câu II.2. Một ô tô đang ở cách đèn tín hiệu giao thông 200m bắt đầu chuyển động thẳng nhanh dần đều theo hướng lại gần đèn tín hiệu giao thông với tốc độ $v(t) = 5t$ (m/s); trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi ô tô bắt đầu chuyển động. Đi được 6 giây người lái xe phát hiện đèn tín hiệu chuyển sang màu đỏ (dừng lại) nên phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -5$ (m/s²).

a) Quãng đường ô tô chuyển động được trong 6 giây đầu tiên là 80 m.

b) Tốc độ của ô tô tại thời điểm ô tô bắt đầu phanh gấp là 30(m/s).

c) Kể từ khi phanh gấp, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ là $v_1(t) = -5t$ (m/s); trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi ô tô bắt đầu phanh gấp.

d) Quãng đường ô tô đi được kể từ lúc bắt đầu chuyển động cho đến khi dừng lại không vượt quá 200m nên ô tô vẫn chấp hành đúng tín hiệu của đèn giao thông.

Lời giải

a) Quãng đường ô tô chuyển động được trong 6 giây đầu tiên là $S_1 = \int_0^6 5t \, dt = 90$ (m). **Sai**

(Dạng thức II_Hiểu_Nguyên hàm và tích phân_Câu 2)

b) $v(6) = 30$ (m/s). **Đúng** (Dạng thức II_Hiểu_Hàm số, đạo hàm và ứng dụng đạo hàm_Câu 2)

c) Kể từ khi phanh gấp, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ là $v_1(t) = 30 - 5t$ (m/s); trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi ô tô bắt đầu phanh gấp. **Sai** (Dạng thức II_Hiểu_Hàm số, đạo hàm và ứng dụng đạo hàm_Câu 2)

d) Gọi t_0 là thời gian tính bằng giây kể từ lúc ô tô phanh gấp đến lúc dừng lại. Ta có:
 $30 - 5 \times t_0 = 0 \Leftrightarrow t_0 = 6$

Quãng đường ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng lại là
 $S = \int_0^6 (30 - 5t) \, dt = 90$ (m).

Vậy quãng đường ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu chuyển động cho đến khi dừng lại là 180m. **Đúng** (Dạng thức II_Vận dụng_Nguyên hàm và tích phân_Câu 2)

Đáp án: a) Sai,

b) Đúng,

c) Sai,

d) Đúng.

Câu II.4. Trong không gian Oxyz (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí $I(1;3;7)$. Trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng là 3 km.

a) Phương trình mặt cầu (S) để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là $(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z+7)^2 = 9$.

b) Điểm $A(2;2;7)$ nằm ngoài mặt cầu (S).

c) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có tọa độ $B(2;2;5)$ thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

d) Nếu người dùng điện thoại di chuyển trên mặt phẳng $(P): 4x + 3y - 38 = 0$ thì không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

Lời giải

a) Phương trình mặt cầu (S) tâm $I(1;3;7)$ bán kính 3km mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-7)^2 = 9$ **Sai** (Dạng thức II_Biết_Vector, phương pháp tọa độ trong không gian_Câu 4)

b) Ta có: $IA = \sqrt{(2-1)^2 + (2-3)^2 + (7-7)^2} = \sqrt{2} < 3$ nên điểm A nằm trong mặt cầu. **Sai** (Dạng thức II_Hiểu_Vector, phương pháp tọa độ trong không gian_Câu 4)

c) Ta có: $IB = \sqrt{(2-1)^2 + (2-3)^2 + (5-7)^2} = \sqrt{6} < 3$ nên điểm B nằm trong mặt cầu, do đó người dùng điện thoại có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó. **Đúng** (Dạng thức II_Hiểu_Vector, phương pháp tọa độ trong không gian_Câu 4)

d) Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến $(P): d(I, (P)) = \frac{|4 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 0 \cdot 7 - 38|}{\sqrt{4^2 + 3^2 + 0^2}} = 5 > 3$ nên mặt phẳng (P) không cắt mặt cầu.

Vậy người dùng không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó. **Đúng** (Dạng thức II_Vận dụng_Vector, phương pháp tọa độ trong không gian_Câu 4)

Đáp án: a) Sai,

b) Sai,

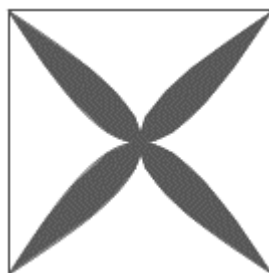
c) Đúng,

d) Đúng.

Dạng thức 3.

Câu III.4. (Dạng thức III_Vận dụng_Nguyên hàm và tích phân_Câu 4)

Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô đen như hình vẽ dưới). Tính diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch theo đơn vị decimét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

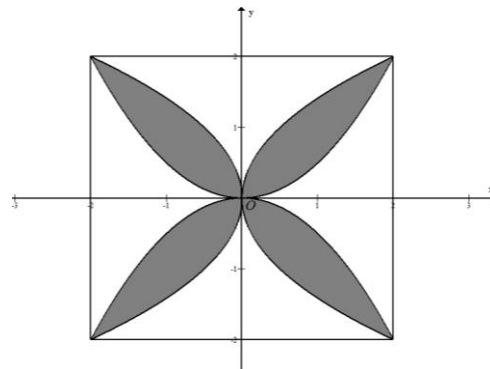


Trả lời:.....

Lời giải

Chọn hệ tọa độ như hình vẽ (1 đơn vị trên trục bằng $10\text{cm} = 1\text{dm}$), các cánh hoa tạo bởi các đường parabol có phương trình $y = \frac{x^2}{2}$, $y = -\frac{x^2}{2}$, $x = -\frac{y^2}{2}$, $x = \frac{y^2}{2}$.

Diện tích một cánh hoa (nằm trong góc phần tư thứ nhất) bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{2}$, $y = \sqrt{2x}$ và hai đường thẳng $x = 0$; $x = 2$.



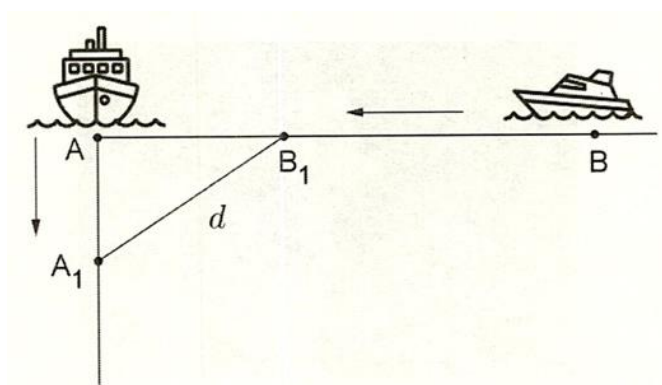
Do đó diện tích một cánh hoa bằng

$$\int_0^2 \left(\sqrt{2x} - \frac{x^2}{2} \right) dx = \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \sqrt{(2x)^3} - \frac{x^3}{6} \right) \Bigg|_0^2 = \frac{4}{3} (\text{dm}^2) \approx 1,33 (\text{dm}^2).$$

Đáp số: 1,33.

Câu III.5. (Dạng thức III_Vận dụng_Hàm số, đạo hàm và ứng dụng đạo hàm_Câu 5)

Hai con tàu A và B đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 5 hải lí. Cả hai tàu đồng thời cùng khởi hành theo hai hướng vuông góc với nhau (hình vẽ bên dưới). Tàu A chạy về hướng Nam với tốc độ 6 hải lí/giờ, còn tàu B chạy về vị trí hiện tại của tàu A với tốc độ 7 hải lí/giờ. Hỏi khoảng cách nhỏ nhất giữa hai con tàu là bao nhiêu hải lí? (làm tròn đến hàng phần trăm).



Trả lời:.....

Lời giải

Tại thời điểm t , sau khi xuất phát, khoảng cách giữa hai tàu là d . Khi đó tàu A đang ở vị trí A_1 và tàu B đang ở vị trí B_1 như hình vẽ trên.

Quãng đường tàu B đi được là $BB_1 = v_B \cdot t = 7t$.

Quãng đường tàu A đi được là $AA_1 = v_A \cdot t = 6t$.

Ta có $d^2 = AB_1^2 + AA_1^2 = (5 - BB_1)^2 + AA_1^2 = (5 - 7t)^2 + (6t)^2$.

Vậy $d = \sqrt{85t^2 - 70t + 25}$.

Đặt $f(t) = \sqrt{85t^2 - 70t + 25}$ (với $t > 0$).

Bài toán trở thành tìm $\min_{(0; +\infty)} f(t)$.

Ta có $f'(t) = \frac{170t - 70}{2\sqrt{85t^2 - 70t + 25}}$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{7}{17}$ (h).

Lập bảng biến thiên

t	0	$\frac{7}{17}$	$+\infty$
$f'(t)$		0	+
$f(t)$			

$\frac{6\sqrt{85}}{17}$

Từ bảng biến thiên, ta có $\min_{(0; +\infty)} f(t) = f\left(\frac{7}{17}\right) = \frac{6\sqrt{85}}{17} \approx 3,25$ (hải lí)

Đáp số: 3,25.

Câu III.6. (Dạng thức III_Vận dụng_Thống kê và xác suất_Câu 6)

Tất cả các học sinh của trường A đều tham gia câu lạc bộ bóng chuyền hoặc bóng rổ, mỗi học sinh chỉ tham gia đúng một câu lạc bộ. Có 60% học sinh của trường tham gia câu lạc bộ bóng chuyền và 40% học sinh của trường tham gia câu lạc bộ bóng rổ. Số học sinh nữ chiếm 65% trong câu lạc bộ bóng chuyền và 25% trong câu lạc bộ bóng rổ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xác suất chọn được học sinh nữ là bao nhiêu? (kết quả viết ở dạng số thập phân)

Trả lời:.....

Lời giải

Xét các biến cố: A : “Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ bóng chuyền”;

B : “Chọn được học sinh nữ”.

Theo giả thiết, ta có: $P(A) = 0,6$; $P(\bar{A}) = 0,4$; $P(B|A) = 0,65$; $P(B|\bar{A}) = 0,25$.

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất chọn được học sinh nữ là:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,6 \cdot 0,65 + 0,4 \cdot 0,25 = 0,49.$$

Đáp số: 0,49.