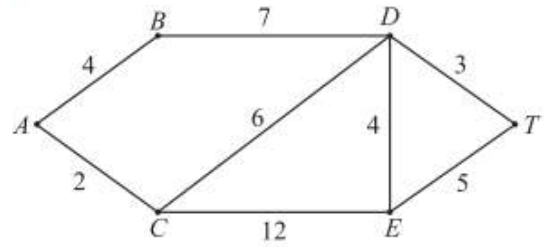


CHUYÊN ĐỀ : THUẬT TOÁN TÌM ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT

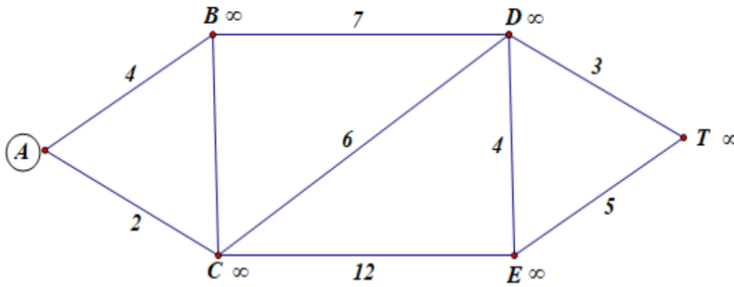
Cho đồ thị có trọng số như Hình 6.

- a) Tìm tất cả các đường đi từ A đến T (đi qua mỗi đỉnh nhiều nhất một lần) và tính độ dài của mỗi đường đi đó.
b) Từ đó, tìm đường đi ngắn nhất từ A đến T.



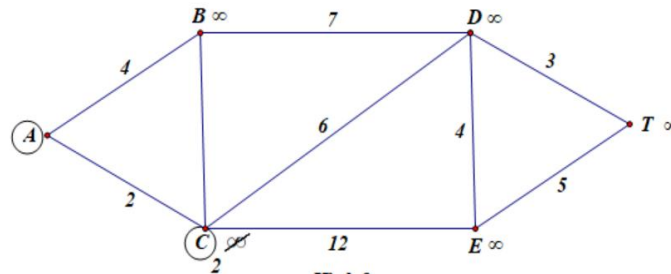
Hình 6

Giải :



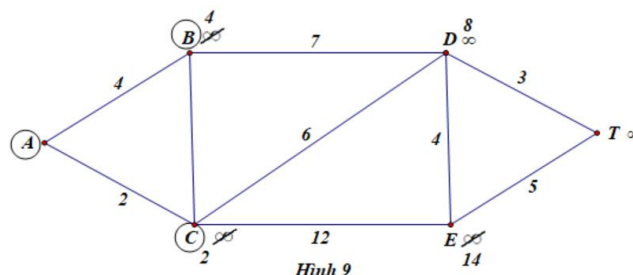
Hình 7

Bước 1. Tìm đỉnh (khác A) gần A nhất. Ta chỉ cần tìm trong các đỉnh kề với A, gồm hai đỉnh B và C. Ta tính $n_A + w_{AB} = 0 + 4 = 4$. Số này nhỏ hơn nhãn hiện tại của B (bằng ∞), nên ta đổi nhãn của B thành $n_B = 4$ (bằng l_{AB}). Tương tự, tính $n_A + w_{AC} = 0 + 2 = 2$ và đổi nhãn của C thành $n_C = 2$ (bằng l_{AC}). A thấy đỉnh C có nhãn nhỏ nhất trong các đỉnh khác A và C là đỉnh gần A nhất. Ta cố định nhãn và khoanh tròn đỉnh C (Hình 8).



Hình 8

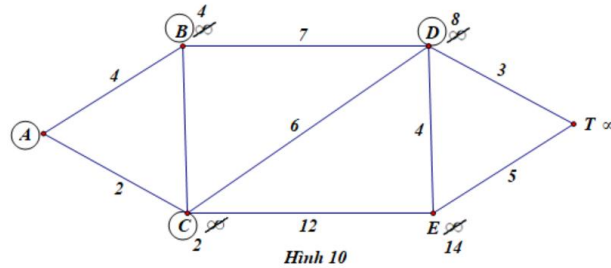
Bước 2. Tìm đỉnh (khác A) gần A thứ hai. Trước hết, xét các đỉnh kề với C (là đỉnh vừa được khoanh tròn ở cuối bước trước). Trong các đỉnh chưa khoanh tròn gồm D và E. Ta tính $n_C + w_{CD} = 2 + 6 = 8$. Số này nhỏ hơn nhãn hiện tại của D (là ∞), nên ta đổi nhãn của D thành $n_D = 8$ (bằng l_{ACD}). Tương tự, tính $n_C + w_{CE} = 2 + 12 = 14$ và đổi nhãn của E thành $n_E = 14$. Ta thấy, trong các đỉnh chưa khoanh tròn, đỉnh B có nhãn nhỏ nhất, nên nó là đỉnh gần A thứ hai. Ta cố định nhãn và khoanh tròn đỉnh B (Hình 9).



Hình 9

Bước 3. Tìm đỉnh gần A thứ ba. Trước hết trong các đỉnh chưa khoanh tròn, chỉ có đỉnh D kề với B. Tính $n_B + w_{BD} = 4 + 7 = 11$. Số này lớn hơn nhãn hiện tại tại $n_D = 8$ của D nên ta giữ nguyên nhãn này.

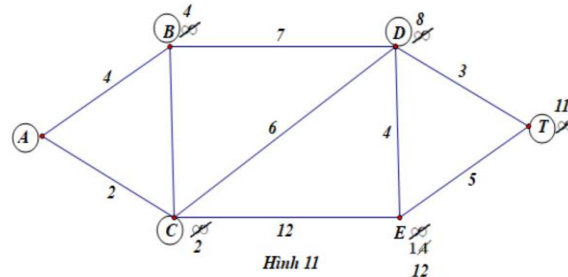
Trong các đỉnh chưa khoanh tròn, đỉnh D có nhãn nhỏ nhất, nên nó là đỉnh gần A thứ ba. Ta cố định nhãn và khoanh tròn đỉnh D (Hình 10).



Bước 4. Tìm đỉnh gần A thứ tư. Trong các đỉnh chưa khoanh tròn, xét các đỉnh kề với D , gồm E và T . Tính $n_D + w_{DE} = 8 + 4 = 12$. Số này nhỏ hơn nhãn hiện tại của E (là 14) nên ta đổi nhãn của E thành $n_E = 12$. Tính $n_D + w_{DT} = 8 + 3 = 11$. Số này nhỏ hơn nhãn hiện tại của T (là ∞), nên đổi nhãn của T thành $n_T = 11$. Trong các đỉnh chưa khoanh tròn, đỉnh T có nhãn nhỏ nhất, nên T là đỉnh gần A thứ tư. Ta cố định nhãn và khoanh tròn đỉnh T . Nhìn ngược lại lên trên ta thấy

$$n_T = 11 = w_{AC} + w_{CD} + w_{DT} = l_{ACDT}.$$

Đến đây suy ra, đường đi ngắn nhất từ A đến T là $ACDT$, với độ dài bằng 11 (Hình 11).



Thuật toán (thuật toán Dijkstra) tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh A đến đỉnh T trên một đồ thị có trọng số như sau.

Thuật toán (tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh A đến đỉnh T).

Mở đầu (cũng gọi là Bước 0)

Gán nhãn của A bằng 0, các đỉnh khác bằng ∞ . Khoanh tròn đỉnh A .

Các bước lặp

Trong mỗi bước lặp thực hiện các thao tác dưới đây:

- Gọi U là đỉnh vừa được khoanh tròn ở bước trước. Trong các đỉnh chưa khoanh tròn, xét lần lượt từng đỉnh V kề với đỉnh U , tính $n_U + w_{UV}$, rồi so sánh số này với nhãn hiện tại n_V của V . Nếu số đó nhỏ hơn thì đổi nhãn n_V bằng số đó.
- So sánh nhãn của tất cả các đỉnh chưa khoanh tròn. Đỉnh nào có nhãn nhỏ nhất thì khoanh tròn đỉnh đó (nếu có nhiều đỉnh như vậy thì khoanh một đỉnh tùy ý trong số đó).
- Nếu đỉnh T chưa được khoanh tròn thì thực hiện bước lặp tiếp theo, trái lại thì kết thúc các bước lặp.

Kết luận

Dò lại các bước lặp để viết được nhãn n_T của T dưới dạng tổng độ dài các cạnh. Từ đó nhận được đường đi ngắn nhất từ A đến T cùng với độ dài của nó.