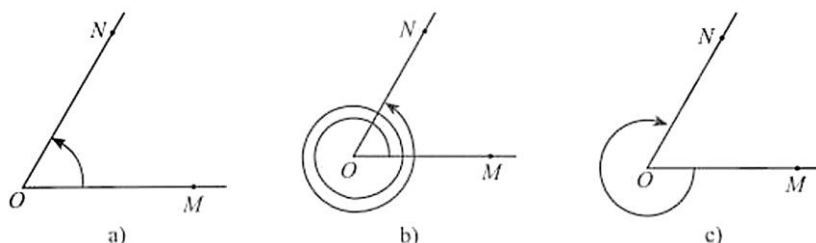


PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

Dạng 1. Đơn vị đo góc

Câu 1. Cho $\angle MON = 60^\circ$. Xác định số đo của các góc lượng giác được biểu diễn trong Hình 6 và viết công thức tổng quát của số đo góc lượng giác (OM, ON) .



Hình 6

Câu 2. Trong các khoảng thời gian từ 0 giờ đến 2 giờ 15 phút, kim phút quét một góc lượng giác là bao nhiêu độ?

Câu 3. Hoàn thành bảng sau:

Số đo độ	15°	?	0°	900°	?	?
Số đo radian	?	$\frac{3\pi}{8}$	?	?	$-\frac{7\pi}{12}$	$-\frac{11\pi}{8}$

Câu 4. Đổi số đo cung tròn sang số đo độ:

- a) $\frac{3\pi}{4}$ b) $\frac{5\pi}{6}$ c) $\frac{32\pi}{3}$ d) $\frac{3\pi}{7}$

Câu 5. Đổi số đo cung tròn sang số đo radian:

- a) 45° b) 150° c) 72° d) 75°

Câu 6. Đổi số đo của các góc sau đây sang radian:

- a) 38° ; b) -115° ; c) $\left(\frac{3}{\pi}\right)^\circ$.

Câu 7. Đổi số đo của các góc sau đây sang độ:

- a) $\frac{\pi}{12}$; b) -5 ; c) $\frac{13\pi}{9}$.

Dạng 2. Độ dài cung tròn

Câu 8. Một đường tròn có bán kính 20 cm . Tìm độ dài của các cung trên đường tròn đó có số đo sau:

- a) $\frac{\pi}{12}$; b) $1,5$; c) 35° ; d) 315° .

Câu 9. Một đường tròn có bán kính 36 m . Tìm độ dài của cung trên đường tròn đó có số đo là

- a) $\frac{3\pi}{4}$ b) 51° c) $\frac{1}{3}$

Câu 10. Bánh xe máy có đường kính kể cả lốp xe 55 cm . Nếu xe chạy với vận tốc 40 km/h thì trong một giây bánh xe quay được bao nhiêu vòng?

Câu 11. Một máy kéo nông nghiệp với bánh xe sau có đường kính là 184 cm , bánh xe trước có đường kính là 92 cm , xe chuyển động với vận tốc không đổi trên một đoạn đường thẳng. Biết rằng vận tốc của bánh xe sau trong chuyển động này là 80 vòng/phút .

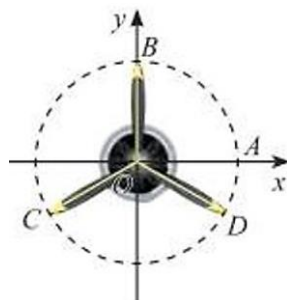
- a) Tính quãng đường đi được của máy kéo trong 10 phút .
b) Tính vận tốc của máy kéo (theo đơn vị km/giờ).
c) Tính vận tốc của bánh xe trước (theo đơn vị vòng/phút).

Câu 12. Bánh xe của người đi xe đạp quay được 11 vòng trong 5 giây .

- a) Tính góc (theo độ và radian) mà bánh xe quay được trong 1 giây .
b) Tính độ dài quãng đường mà người đi xe đã đi được trong 1 phút , biết rằng đường kính của bánh xe đạp là 680 mm .

Dạng 3. Mối liên hệ giữa góc hình học và góc lượng giác

- Câu 13.** Biểu diễn trên đường tròn lượng giác các góc lượng giác có số đo là:
 a) -1485° b) $\frac{19\pi}{4}$
- Câu 14.** Xác định các điểm M và N trên đường tròn lượng giác lần lượt biểu diễn các góc lượng giác có số đo bằng $-\frac{15\pi}{4}$ và 420° .
- Câu 15.** Trên đường tròn lượng giác, xác định điểm M biểu diễn các góc lượng giác có số đo sau:
 a) $\frac{2\pi}{3}$; b) $-\frac{11\pi}{4}$; c) 150° ; d) -225° .
- Câu 16.** Hãy tìm số đo α của góc lượng giác (Ou, Ov) với $0 \leq \alpha \leq 2\pi$, biết một góc lượng giác có cùng tia đầu và tia cuối với góc đó có số đo là:
 a) $\frac{29\pi}{4}$ b) $-\frac{128\pi}{3}$ c) $-\frac{2003\pi}{6}$ d) $18,5$
- Câu 17.** Cho góc lượng giác có số đo bằng $\frac{5\pi}{6}$.
 a) Xác định điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác đã cho.
 b) Tính các giá trị lượng giác của góc lượng giác đã cho.
- Câu 18.** Biểu diễn các góc lượng giác sau trên đường tròn lượng giác:
 a) $-\frac{17\pi}{3}$; b) $\frac{13\pi}{4}$; c) -765° .
- Câu 19.** Trên đường tròn lượng giác, hãy biểu diễn các góc lượng giác có số đo có dạng là:
 a) $\frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$); b) $k\frac{\pi}{4}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
- Câu 20.** Vị trí các điểm B, C, D trên cánh quạt động cơ máy bay trong Hình 16 có thể được biểu diễn cho các góc lượng giác nào sau đây?
 $\frac{\pi}{2} + k\frac{2\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$); $-\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$); $\frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$).



Hình 16

BÀI 2. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC LƯỢNG GIÁC**PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)****Dạng 1. Rút gọn biểu thức lượng giác**

- Câu 1.** (SGK-CTST-11-Tập 1) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\frac{1}{\tan \alpha + 1} + \frac{1}{\cot \alpha + 1}$ b) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(\pi + \alpha)$

c) $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cos(-\alpha + 6\pi) - \tan(\alpha + \pi) \cot(3\pi - \alpha).$

- Câu 2.** Rút gọn các biểu thức sau:

- a) $A = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos(2\pi - x) + \cos(3\pi + x)$
- b) $B = 2\cos x - 3\cos(\pi - x) + 5\sin\left(\frac{7\pi}{2} - x\right) + \cot\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$
- c) $C = 2\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sin(5\pi - x) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$
- d) $D = \cos(5\pi - x) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cot(3\pi - x)$

Câu 3. Tính giá trị các biểu thức sau:

- a) $A = \sin\frac{7\pi}{6} + \cos 9\pi + \tan\left(-\frac{5\pi}{4}\right) + \cot\frac{7\pi}{2}$
- b) $B = \frac{1}{\tan 368^\circ} + \frac{2\sin 2550^\circ \cos(-188^\circ)}{2\cos 638^\circ + \cos 98^\circ}$

Câu 4. Rút gọn biểu thức $A = \tan x + \frac{\cos x}{1 + \sin x}$

Câu 5. Đơn giản biểu thức $A = \sin^4 x - \cos^4 x + 2\cos^2 x$

Câu 6. Đơn giản biểu thức $C = \frac{\tan^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} + \frac{\cot^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x}$

Câu 7. Đơn giản biểu thức $D = \frac{1 - 2\sin^2 x}{2\cos^2 x - 1}$

Dạng 3. Tính giá trị lượng giác của góc lượng giác

Câu 8. Tính $\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$ và $\tan 495^\circ$.

Câu 9. Sử dụng máy tính cầm tay để tính $\cos 75^\circ$ và $\tan\left(\frac{-19\pi}{6}\right)$.

Câu 10. Cho $\tan \alpha = \frac{2}{3}$ với $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Tính $\cos \alpha$ và $\sin \alpha$.

Câu 11. Cho biết một GTLG, tính các GTLG còn lại

- a) $\cos a = \frac{4}{5}$, $270^\circ < a < 360^\circ$. b) $\sin a = \frac{5}{13}$, $\frac{\pi}{2} < a < \pi$.
- c) $\tan a = 3$, $\pi < a < \frac{3\pi}{2}$. d) $\cot 15^\circ = 2 + \sqrt{3}$.

Câu 12. Tính các giá trị lượng giác của góc α , nếu:

- a) $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ b) $\cos \alpha = \frac{2}{5}$ và $0 < \alpha < 90^\circ$;
- c) $\tan \alpha = \sqrt{3}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$; d) $\cot \alpha = \frac{1}{2}$ và $270^\circ < \alpha < 360^\circ$.
- e) $\sin \alpha = -\frac{2}{5}$; $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. g) $\cos \alpha = 0,8$; $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.
- h) $\tan \alpha = \frac{13}{8}$; $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. i) $\cot \alpha = -\frac{19}{7}$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

BÀI 3. CÁC CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Dạng 1. Công thức cộng

Câu 1. Tính $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$, $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$ biết $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Câu 2. Tính các giá trị lượng giác sau:

a) $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$ khi $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

b) $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$ khi $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

c) $\cos(a+b)\cos(a-b)$ khi $\cos a = \frac{1}{3}$, $\cos b = \frac{1}{4}$.

d) $\sin(a-b)$, $\cos(a+b)$, $\tan(a+b)$ khi $\sin a = \frac{8}{17}$, $\tan b = \frac{5}{12}$ và a, b là các góc nhọn.

Dạng 2. Công thức nhân đôi

Câu 3. Tính $\cos \frac{\pi}{8}$ và $\tan \frac{\pi}{8}$

Câu 4. Tính các giá trị lượng giác của góc 2α , biết:

a) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

b) $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{4}$ và $\pi < \alpha < 2\pi$.

Câu 5. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{2} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) - \cos \alpha$

b) $(\cos \alpha + \sin \alpha)^2 - \sin 2\alpha$.

Câu 6. Tính các giá trị lượng giác của góc α , biết:

a) $\cos 2\alpha = \frac{2}{5}$ và $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$;

b) $\sin 2\alpha = -\frac{4}{9}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$.

Dạng 3. Biến đổi tích thành tổng

Câu 7. Tính giá trị của biểu thức $\sin \frac{\pi}{24} \cos \frac{5\pi}{24}$ và $\sin \frac{7\pi}{8} \sin \frac{5\pi}{8}$.

Câu 8. Biến đổi thành tổng

a) $2\sin(a+b)\cos(a-b)$ b) $2\cos(a+b)\cos(a-b)$

c) $4\sin 3x \sin 2x \cos x$ d) $4\sin \frac{13x}{2} \cos x \cos \frac{x}{2}$

e) $\sin(x+30^\circ)\cos(x-30^\circ)$ f) $\sin \frac{\pi}{5} \sin \frac{2\pi}{5}$

g) $2\sin x \sin 2x \sin 3x$ h) $8\cos x \sin 2x \sin 3x$

i) $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\cos 2x$ k) $4\cos(a-b)\cos(b-c)\cos(c-a)$

Dạng 4. Biến đổi tổng thành tích

Câu 9. Tính $\cos \frac{7\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}$.

Câu 10. Biến đổi thành tích

$D = \sin 2x + \sin 4x + \sin 6x$

$E = 3 + 4\cos 4x + \cos 8x$

$F = \sin 5x + \sin 6x + \sin 7x + \sin 8x$

$G = 1 + \sin 2x - \cos 2x - \tan 2x$

BÀI 4. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ ĐỒ THỊ

Câu 1. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = \frac{1}{\cos x}$;

b) $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$;

c) $y = \frac{1}{2 - \sin^2 x}$.

Câu 2. Tìm tập xác định các hàm số sau:

a) $y = \frac{1 - 2x^2}{1 - \cos 2x}$

b) $y = \cos \frac{3x}{\sqrt{x^2 - 1}}$

c) $y = \sqrt{2 - 2\sin x}$

d) $y = \sqrt{\sin x - 1}$

Câu 3. Tìm m để hàm số sau xác định trên $\mathbb{R}$.

a) $y = \sqrt{2m - 3\cos x}$.

b) $y = \frac{2}{\sqrt{\sin^2 x - 2\sin x + m - 1}}$

Câu 4. Chứng minh rằng hàm số $y = \sin x$ và hàm số $y = \cot x$ là các hàm số lẻ.

Câu 5. Các hàm số dưới đây có là hàm số chẵn hay hàm số lẻ không?

a) $y = 5\sin^2 x + 1$ b) $y = \cos x + \sin x$; c) $y = \tan 2x$.

Câu 6. Xét tính chẵn lẻ của các hàm số sau

a) $y = 2\cos 3x$ b) $y = x + \sin x$ c) $y = x \cdot \cot x + \cos x$ d) $y = x^2 + \tan |x|$

Câu 7. Khảo sát sự biến thiên của các hàm số sau

a) $y = \sin x$ trên $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}\right)$

b) $y = \cos x$ trên $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}\right)$

c) $y = \cot\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ trên $\left(-\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{2}\right)$

d) $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ trên $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$

Câu 8. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất

a) $y = 2\sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) - 3$

b) $y = -5 + 2\cos^2\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

c) $y = 2\sqrt{\cos 3x} - 1$

d) $y = 4 - 2\cos 2x$.

e) $y = \sqrt{3 + \sin^{2018} x}$.

g) $y = \sin x - \cos x + 3$.

BÀI 5. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

• CHƯƠNG 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

Câu 1. Giải các phương trình sau:

a) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\sin(x + 30^\circ) = \sin(x + 60^\circ)$.

Câu 2. Giải các phương trình sau:

a) $\cos x = -3$; b) $\cos x = \cos 15^\circ$;

c) $\cos\left(x + \frac{\pi}{12}\right) = \cos \frac{3\pi}{12}$.

Câu 3. Giải các phương trình sau:

a) $\tan x = 0$; b) $\tan(30^\circ - 3x) = \tan 75^\circ$.

Câu 4. Giải các phương trình sau:

a) $\cot x = 1$; b) $\cot(3x + 30^\circ) = \cot 75^\circ$.

Câu 5. Giải các phương trình lượng giác sau:

a) $\sin 2x = \frac{1}{2}$

b) $\sin\left(x - \frac{\pi}{7}\right) = \sin \frac{2\pi}{7}$; c) $\sin 4x - \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$.

Câu 6. Giải các phương trình lượng giác sau:

a) $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$; b) $\cos 4x = \cos \frac{5\pi}{12}$; c) $\cos^2 x = 1$.

Câu 7. Giải các phương trình lượng giác sau:

a) $\tan x = \tan 55^\circ$; b) $\tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$.

Câu 8. Giải các phương trình lượng giác sau:

$$\text{a) } \cot\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4}\right) = -1; \quad \text{b) } \cot 3x = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

DẠNG. SỬ DỤNG CT BIẾN ĐỔI ĐƯA VỀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

Câu 9. Giải các phương trình sau:

$$\text{a) } \cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$\text{b) } \tan 3x + \tan x = 0$$

Câu 10. Giải các phương trình sau:

$$\text{a) } \cos^2\left(x - \frac{\pi}{5}\right) = \sin^2\left(2x + \frac{4\pi}{5}\right)$$

$$\text{b) } 4\cos^2(2x - 1) = 1$$

Câu 11. Giải các phương trình sau:

$$\text{a) } \cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$$

$$\text{b) } 8\sin 2x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x = \sqrt{2}$$

$$\text{c) } \cos 3x - \cos 5x = \sin x$$

$$\text{d) } \sin 7x - \sin 3x = \cos 5x$$

Câu 12. Giải các phương trình sau:

$$\text{a) } \cot\left(\frac{5\pi}{3} - 3x\right) - \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$\text{b) } \cot x \cdot \cot 2x = -1$$
