

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TP HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG THPT ĐÀO SƠN TÂY



TÀI LIỆU HỌC TẬP MÔN TOÁN 10
NĂM HỌC 2023 – 2024 (HỌC KÌ II)

Họ và tên:

Lớp:

Tài liệu lưu hành nội bộ

CHƯƠNG VII: BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

§1. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

1 Lý thuyết

1.1 Tam thức bậc hai

- Đa thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ với hệ số $a \neq 0$ được gọi là tam thức bậc hai biến x .
- Nghiệm của tam thức bậc hai là nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$.
- Biệt thức của tam thức bậc hai: $\Delta = b^2 - 4ac$ hoặc $\Delta' = b'^2 - ac$ với $b' = \frac{b}{2}$

1.2 Dấu của tam thức bậc hai

Xét tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

- Trường hợp 1:** $\Delta < 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$ vô nghiệm.

Bảng xét dấu của $f(x)$:

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	cùng dấu hệ số a	

- Trường hợp 2:** $\Delta = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$ có nghiệm kép $x = -\frac{b}{2a}$.

Bảng xét dấu của $f(x)$:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$f(x)$	cùng dấu a	0	cùng dấu a

- Trường hợp 3:** $\Delta > 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Bảng xét dấu của $f(x)$:

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
$f(x)$	cùng dấu a	0	trái dấu a	0	cùng dấu a

1.3 Điều kiện để tam thức bậc hai không đổi dấu trên $\mathbb{R}$

- $ax^2 + bx + c > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$
- $ax^2 + bx + c \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$
- $ax^2 + bx + c < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$
- $ax^2 + bx + c \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

2 Bài tập thực hành

Câu 1. Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 5x + 4$.

- a) Tìm nghiệm (nếu có) của $f(x)$;
- b) Xác định dấu của $f(x)$ tại $x = 0, x = 3, x = 5$.

Câu 2. Xét dấu các tam thức bậc hai:

- a) $f(x) = 2x^2 + 5x + 2$;
- b) $g(x) = -x^2 + 3x - 2$;
- c) $h(x) = -x^2 + 7x - 10$;
- d) $k(x) = x^2 + 5x + 4$;
- e) $\ell(x) = -x^2 + 5x - 8$;
- f) $m(x) = x^2 + 4x + 4$.

Câu 3. Xét dấu các tam thức bậc hai:

- a) $f(x) = 2x^2 + 5x + 2$;
- b) $g(x) = -x^2 + 3x - 2$;
- c) $h(x) = -x^2 + 7x - 10$;
- d) $k(x) = x^2 + 5x + 4$;
- e) $\ell(x) = -x^2 + 5x - 8$;
- f) $m(x) = x^2 + 4x + 4$.

Câu 4. Tìm các giá trị của tham số m để

- a) $f(x) = (2m - 8)x^2 + 2mx + 1$ là một tam thức bậc hai;
- b) $f(x) = (2m + 3)x^2 + 3x - 4m^2$ là một tam thức bậc hai nhận $x = 3$ làm một nghiệm;
- c) $f(x) = 2x^2 + mx - 3$ dương tại $x = 2$.

Câu 5. Tìm các giá trị của tham số m để

- a) $f(x) = (m^2 + 9)x^2 + (m + 6)x + 1$ là một tam thức bậc hai có một nghiệm duy nhất;
- b) $f(x) = (m - 1)x^2 + 3x + 1$ là một tam thức bậc hai có hai nghiệm phân biệt;
- c) $f(x) = mx^2 + (m + 2)x + 1$ là một tam thức bậc hai vô nghiệm.

Câu 6. Tìm m để tam thức $f(x) = x^2 - 4x + 2m + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 7. Tìm các giá trị của tham số m để:

- a) $f(x) = (m + 1)x^2 + 5x + 2$ là tam thức bậc hai không đổi dấu trên $\mathbb{R}$;
- b) $f(x) = mx^2 - 7x + 4$ là tam thức bậc hai âm với mọi $x \in \mathbb{R}$;
- c) $f(x) = 3x^2 - 4x + (3m - 1)$ là tam thức bậc hai dương với mọi $x \in \mathbb{R}$;
- d) $f(x) = (m^2 + 1)x^2 - 3mx + 1$ là tam thức bậc hai âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 8. Tìm m để

- a) tam thức bậc hai $f(x) = (m + 1)x^2 + 2mx - 4$ có hai nghiệm phân biệt;
- b) phương trình $mx^2 + (m + 1)x + 3m + 10 = 0$ vô nghiệm.

Câu 9. Tìm m để biểu thức $f(x) = x^2 + 2(m + 1)x + 4m + 4$ luôn dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 10. Tìm m để biểu thức $f(x) = x^2 - 2(m - 2)x + m^2 - m - 2$ luôn dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 11. Tìm m để biểu thức $f(x) = 2x^2 - 2(m + 1)x - 2m - 2$ không âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 12. Tìm m để biểu thức $f(x) = x^2 - (2m - 3)x - m + \frac{3}{2}$ không âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

§2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

1 Lý thuyết

- Bất phương trình bậc hai một ẩn x là bất phương trình có một trong các dạng:

$$ax^2 + bx + c < 0,$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0,$$

$$ax^2 + bx + c > 0,$$

$$ax^2 + bx + c \geq 0,$$

với $a \neq 0$

- Nghiệm của bất phương trình bậc hai là các giá trị của biến x mà khi thay vào bất phương trình ta được mệnh đề đúng.
- Giải bất phương trình bậc hai là tìm tập hợp tất cả các nghiệm của bất phương trình đó.

2 Bài tập thực hành

Câu 1. Giải các bất phương trình:

a) $x^2 - 6x + 8 > 0;$

b) $x^2 + 3x - 18 \leq 0;$

c) $-x^2 + 4 \geq 0;$

d) $-x^2 + 6x - 9 < 0;$

e) $3x^2 + 2x - 8 \leq 0;$

f) $2x^2 + 13x + 20 > 0;$

g) $3x^2 + x + 1 \leq 0;$

h) $-2x^2 - 3x + 5 \leq 0;$

i) $-9x^2 + 24x - 16 \geq 0;$

Câu 2. Giải các bất phương trình:

a) $-x^2 + 2x < 5;$

b) $x^2 - 4x > -4;$

c) $(x - 2)(3 - x) \leq 0;$

d) $0 < 2x^2 - 11x - 6;$

e) $-2(2x + 3)^2 + 4x + 30 \leq 0;$

f) $-3(x^2 - 4x - 1) \leq x^2 - 8x + 28;$

g) $2(x - 1)^2 \geq 3x^2 + 6x + 27;$

h) $2(x + 1)^2 + 9(2 - x) < 0.$

Câu 3. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = \sqrt{x^2 - x - 2};$

b) $y = \frac{2x - 1}{\sqrt{-x^2 + 3x - 2}};$

c) $y = \frac{\sqrt{x - 1}}{-x^2 + 4x - 3};$

d) $y = \frac{1}{x - 2} - \sqrt{-x^2 + 5x - 6};$

e) $y = \sqrt{15x^2 + 8x - 12};$

f) $y = \frac{1}{\sqrt{2x + 1}} - \sqrt{6x^2 - 5x - 21}.$

Câu 4. Tìm m để bất phương trình $(2 - m)x^2 + 2(m - 3)x + 1 - m \geq 0$ nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 5. Tìm m để bất phương trình $(m - 2)x^2 + 2(m - 2)x + m + 4 \leq 0$ vô nghiệm.

Câu 6. Tìm m để bất phương trình $(m - 1)x^2 - 2(m + 2)x + m \leq 0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

Câu 7. Tìm m để bất phương trình $-3x^2 + 2mx + m^2 > 0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

Câu 8. Lợi nhuận từ việc sản xuất và bán x sản phẩm thủ công của một cửa hàng được biểu diễn bởi hàm số:

$$I(x) = -0,1x^2 + 235x - 70000,$$

với I được tính bằng nghìn đồng. Hỏi với số lượng sản phẩm bán ra là bao nhiêu thì cửa hàng có lãi?

§3. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

1 Lý thuyết

1.1 Phương trình dạng $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$ với $f(x), g(x)$ là đa thức bậc I hoặc bậc II

- Bước 1: Bình phương hai vế của phương trình để trục căn thức, ta được: $f(x) = g(x)$.
- Bước 2: Chuyển vế và thu gọn để quy về phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$.
- Bước 3: Giải phương trình bậc hai tìm các nghiệm (nếu có).
- Bước 4: Thay các nghiệm (nếu có) vào phương trình ban đầu để nhận (loại).

1.2 Phương trình dạng $\sqrt{f(x)} = ax + b$ với $f(x)$ là đa thức bậc I hoặc bậc II

- Bước 1: Bình phương hai vế của phương trình để trục căn thức, ta được: $f(x) = (ax + b)^2$.
- Bước 2: Khai triển hằng đẳng thức và chuyển vế thu gọn để đưa về phương trình bậc hai.
- Bước 3: Giải phương trình bậc hai tìm các nghiệm (nếu có).
- Bước 4: Thay các nghiệm x_0 (nếu có) vào biểu thức $ax + b$ (vế phải của phương trình đầu), nếu $ax_0 + b \geq 0$ thì x_0 là nghiệm của phương trình đã cho.

2 Bài tập thực hành

Câu 1. Giải các phương trình sau:

- | | |
|---|---|
| a) $\sqrt{5x^2 - 28x - 29} = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$; | b) $\sqrt{6x^2 - 22x + 14} = \sqrt{4x^2 - 11x - 1}$; |
| c) $\sqrt{-x^2 + x + 17} = \sqrt{x^2 - 12x + 2}$; | d) $\sqrt{-x^2 - 2x + 7} = \sqrt{-x - 13}$; |
| e) $\sqrt{2x^2 + 7x + 1} = \sqrt{3x^2 + 4x - 9}$; | f) $\sqrt{-x^2 + 77x - 212} = \sqrt{x^2 + x - 2}$; |
| g) $\sqrt{x^2 + 25x - 26} = \sqrt{x - x^2}$; | h) $\sqrt{4x^2 + 8x - 37} = \sqrt{-x^2 - 2x + 3}$. |

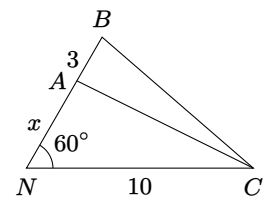
Câu 2. Giải các phương trình sau:

- | | | |
|--|-------------------------------------|---|
| a) $\sqrt{-x^2 + 7x + 13} = 5$; | b) $\sqrt{-x^2 + 3x + 7} = 3$; | c) $\sqrt{69x^2 - 52x + 4} = -6x + 4$; |
| d) $\sqrt{-x^2 - 4x + 22} = -2x + 5$; | e) $\sqrt{5x^2 - 5x} = x - 1$; | f) $\sqrt{2x^2 - 13x + 16} = 6 - x$; |
| g) $\sqrt{3x^2 - 33x + 55} = x - 5$; | h) $\sqrt{-x^2 + 3x + 1} = x - 4$. | |

Câu 3. Giải các phương trình sau:

- | | |
|--|--|
| a) $2\sqrt{x^2 + 4x - 7} = \sqrt{-4x^2 + 38x - 43}$; | b) $\sqrt{5x - 1} = 3\sqrt{x^2 - 3}$; |
| c) $\sqrt{-7x^2 - 60x + 27} + 3(x - 1) = 0$; | d) $\sqrt{3x^2 - 9x - 5} + 2x = 5$; |
| e) $\sqrt{6x^2 + 7x - 1} - \sqrt{-29x^2 - 41x + 10} = 0$; | f) $\sqrt{8 - 2x} - x + 6 = x$. |

Câu 4. Khoảng cách từ nhà An ở vị trí N đến cột điện C là 10m. Từ nhà, An đi x mét theo phương tạo với NC một góc 60° đến vị trí A sau đó đi tiếp 3m đến vị trí B như hình vẽ.



- Biểu diễn khoảng cách AC và BC theo x ;
- Tìm x để $AC = \frac{8}{9}BC$;
- Tìm x để $BC = 2AN$.

CHƯƠNG VIII: ĐẠI SỐ TỔ HỢP

§1. QUY TẮC CỘNG VÀ QUY TẮC NHÂN

1 Lý thuyết

1.1 Quy tắc cộng

- Một công việc có thể được hoàn thành bởi một trong hai hành động.
- Hành động 1 có m cách thực hiện.
- Hành động 2 có n cách thực hiện (không trùng với hành động 1).
- Khi đó công việc có $m + n$ cách thực hiện.

Ví dụ. Một lớp học có 15 nam và 20 nữ. Có bao nhiêu cách chọn một người làm lớp trưởng?

Giải

Có hai phương án chọn lớp trưởng:

- Chọn 1 nam trong 15 nam làm lớp trưởng, có 15 cách.
- Chọn 1 nữ trong 20 nữ làm lớp trưởng, có 20 cách.

Theo quy tắc cộng ta có $15 + 20 = 35$ cách chọn một học sinh làm lớp trưởng.

1.2 Quy tắc nhân

- Một công việc cần được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp.
- Hành động 1 có m cách thực hiện.
- Hành động 2 có n cách thực hiện.
- Khi đó công việc có $m \times n$ cách thực hiện.

Ví dụ. Một lớp học có 15 nam và 20 nữ. Có bao nhiêu cách chọn một cặp song ca nam nữ để tham dự văn nghệ?

Giải

Công việc chọn cặp song ca nam nữ được thực hiện bởi hai hành động liên tiếp:

- Chọn 1 nam trong 15 nam, có 15 cách.
- Chọn 1 nữ trong 20 nữ, có 20 cách.

Theo quy tắc nhân có $15 \times 20 = 300$ cách chọn một đôi song ca nam nữ.

2 Bài tập thực hành

2.1 Câu hỏi trắc nghiệm

- Câu 1.** Từ một nhóm có 6 nam và 4 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một bạn làm tổ trưởng?
(A) 6. (B) 4. (C) 10. (D) 24.
- Câu 2.** Một phòng chiếu phim có hai cửa đi vào và bốn cửa đi ra. Có tất cả bao nhiêu cách để một khán giả vào phòng chiếu phim sau đó ra về?
(A) 4. (B) 2. (C) 6. (D) 8.
- Câu 3.** Tung một con xúc xắc (xí ngẫu) ba lần liên tiếp và ghi lại kết quả (chẳng hạn nếu số chấm xuất hiện lần lượt là 1, 2, 3 thì ghi là $1 - 2 - 3$). Hỏi có bao nhiêu kết quả khác nhau có thể xảy ra?
(A) 216. (B) 36. (C) 18. (D) 532.
- Câu 4.** Tung đồng xu 5 lần liên tiếp và ghi lại kết quả (chẳng hạn dùng kí hiệu SSNSN để chỉ kết quả 5 lần tung lần lượt là sấp, sấp, ngửa, sấp, ngửa). Có bao nhiêu kết quả khác nhau có thể xảy ra?
(A) 16. (B) 32. (C) 10. (D) 25.
- Câu 5.** Ba lớp của một trường đang lên kế hoạch đi dã ngoại, mỗi lớp có thể chọn một trong năm địa điểm khác nhau để tham quan. Hỏi có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra về cách chọn địa điểm của ba lớp?
(A) 125. (B) 8. (C) 243. (D) 15.
- Câu 6.** Bạn Dương muốn đi từ Hà Nội vào Đà Nẵng để du lịch, sau đó về quê ngoại ở Quy Nhơn. Biết rằng từ Hà Nội vào Đà Nẵng có thể đi bằng ba cách: máy bay, tàu hoả hoặc xe khách. Còn đi từ Đà Nẵng vào Quy Nhơn có thể đi bằng hai cách: tàu hoả hoặc xe khách. Hỏi bạn Dương có bao nhiêu cách chọn các phương tiện để hoàn thành hành trình đi từ Hà Nội vào Quy Nhơn như kế hoạch?
(A) 5. (B) 2. (C) 6. (D) 4.

2.2 Câu hỏi tự luận

Câu 1. Trên giá sách có 6 cuốn sách Ngữ Văn khác nhau, 7 cuốn sách Toán khác nhau và 8 cuốn sách Tiếng Anh khác nhau. Từ giá sách này,

- có bao nhiêu cách lấy một cuốn sách?
- có bao nhiêu cách lấy ba cuốn sách, mỗi môn một cuốn?
- có bao nhiêu cách lấy hai cuốn sách từ hai môn khác nhau?

Câu 2. Một người đi ăn tối ở nhà hàng, anh ta chọn một món khai vị, một món chính và một món tráng miệng. Nhà hàng đưa ra danh sách: khai vị có hai món súp và ba món gỏi; món chính gồm ba món thịt bò, hai món cá và hai món tôm; tráng miệng có năm loại kem và ba loại bánh. Hỏi người đó có thể chọn được bao nhiêu thực đơn khác nhau cho bữa ăn?

Câu 3. Mã xác thực OTP (One Time Password) do một ngân hàng gửi vào điện thoại của khách hàng cho mỗi lần giao dịch là một dãy 6 kí tự từ các chữ số từ 0 đến 9. Có thể tạo ra bao nhiêu mã xác thực khác nhau như vậy?

Câu 4. Trong mặt phẳng cho 20 điểm phân biệt. Hỏi lập được bao nhiêu vectơ khác $\vec{0}$ có hai đầu mút là 2 trong số 20 điểm đã cho?

Câu 5. Dùng sáu chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 có thể lập được bao nhiêu

- mật khẩu có bốn chữ số khác nhau?
- số tự nhiên có bốn chữ số?
- số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau?
- số tự nhiên lẻ có bốn chữ số khác nhau?

Câu 6. Sử dụng 5 chữ số 0; 1; 2; 3; 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên

- a) có ba chữ số khác nhau?
- b) có ba chữ số khác nhau và bé hơn 300?
- c) có một chữ số hoặc hai chữ số khác nhau bé hơn 100?

Câu 7. Có 10 cặp vợ chồng dự tiệc. Tính số cách chọn ra một nam và một nữ trong bữa tiệc để phát biểu ý kiến, sao cho:

- a) hai người đó là một cặp vợ chồng;
- b) hai người đó không là vợ chồng.

Câu 8. Có bao nhiêu số tự nhiên

- a) có 3 chữ số khác nhau?
- b) là số lẻ có 3 chữ số khác nhau?
- c) là số có 3 chữ số và chia hết cho 5?
- d) là số có 3 chữ số khác nhau và chia hết cho 5?

§2. HOÁN VỊ - CHỈNH HỢP - TỔ HỢP

1 Lý thuyết

1.1 Hoán vị

1. Khái niệm hoán vị

- Cho tập hợp A gồm n phần tử ($n \geq 1$).
- Mỗi kết quả của việc sắp xếp thứ tự n phần tử của A được gọi là *một hoán vị của n phần tử*.

2. Số các hoán vị

- Kí hiệu P_n là số các hoán vị của n phần tử.
- Công thức: $P_n = n!$ với $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$
- Chú ý: $n!$ đọc là n - giai thừa.
- Quy ước: $0! = 1$

1.2 Chỉnh hợp

1. Khái niệm chỉnh hợp

- Cho tập hợp A gồm n phần tử ($n \geq 1$).
- Mỗi kết quả của việc lấy k phần tử khác nhau từ n phần tử của A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là *một chỉnh hợp chập k của n phần tử*.

2. Số các chỉnh hợp

- Kí hiệu A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử.
- Công thức: $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ ($1 \leq k \leq n$)
- Nhận xét: $P_n = A_n^n$

1.3 Tổ hợp

1. Khái niệm tổ hợp

- Cho tập hợp A gồm n phần tử ($n \geq 1$).
- Mỗi tập con gồm k phần tử của A được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử đã cho.

2. Số các tổ hợp

- Kí hiệu C_n^k là số các tổ hợp chập k của n phần tử.

- Công thức: $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ ($1 \leq k \leq n$)

- Chú ý: $C_n^k = C_n^{n-k}$.

2 Bài tập thực hành

2.1 Câu hỏi trắc nghiệm

Câu 1. Cho n là số tự nhiên thỏa $n \geq 5$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) $C_n^5 = \frac{n!}{(n-5)!}$. (B) $C_n^5 = \frac{(n-5)!}{5!n!}$. (C) $C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$. (D) $C_n^5 = \frac{5!}{n!}$.

Câu 2. Cho n là số tự nhiên thỏa $n \geq 6$. Chọn khẳng định đúng.

- (A) $A_n^6 = \frac{(n-6)!}{6!n!}$. (B) $A_n^6 = \frac{n!}{6!(n-6)!}$. (C) $A_n^6 = \frac{6!}{n!}$. (D) $A_n^6 = \frac{n!}{(n-6)!}$.

Câu 3. Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

- (A) 120. (B) 5. (C) 720. (D) 10.

Câu 4. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ nhóm 10 học sinh để làm tổ trực nhật?

- (A) 6. (B) 120. (C) 10. (D) 720.

Câu 5. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ nhóm 9 học sinh để phân công làm ban cán sự gồm một tổ trưởng và một thủ quỹ?

- (A) 72. (B) 2. (C) 36. (D) 9.

Câu 6. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

- (A) 12. (B) 6. (C) 24. (D) 120.

Câu 7. Cửa hàng kem có các vị vani, sô-cô-la, dâu, matcha, cà phê, chuối, sầu riêng. Lan muốn mua một cốc kem có hai vị khác nhau. Hỏi Lan có bao nhiêu cách chọn?

- (A) 2. (B) 21. (C) 7. (D) 42.

Câu 8. Sau khi biên soạn 10 câu hỏi trắc nghiệm, cô giáo có thể tạo ra bao nhiêu đề kiểm tra khác nhau bằng cách đảo thứ tự các câu hỏi đó?

- (A) 10. (B) 362880. (C) 1814400. (D) 3628800.

Câu 9. Cho 7 điểm trong mặt phẳng, có bao nhiêu đoạn thẳng có hai đầu mút là 2 trong số 7 điểm đã cho?

- (A) 21. (B) 7. (C) 42. (D) 14.

Câu 10. Cho 7 điểm phân biệt, có bao nhiêu vectơ có hai đầu mút là 2 trong số 7 điểm đã cho?

- (A) 7. (B) 21. (C) 14. (D) 42.

Câu 11. Chọn 4 trong 6 giống hoa khác nhau và trồng trên 4 mảnh đất khác nhau để thử nghiệm. Có bao nhiêu cách thực hiện khác nhau?

- (A) 15. (B) 24. (C) 720. (D) 360.

Câu 12. Bạn An có bao nhiêu cách chọn 3 quyển từ 6 quyển sách khác nhau đưa cho 3 bạn cùng lớp, mỗi bạn 1 quyển?

- (A) 3. (B) 20. (C) 120. (D) 6.

2.2 Câu hỏi tự luận

Câu 1. Một giải đấu có 6 đội bóng A, B, C, D, E, F tham gia. Các đội thi đấu vòng tròn một lượt để tính điểm và xếp hạng (vòng tròn một lượt là hai đội bất kì đều đấu với nhau một trận).

- a) Có tất cả bao nhiêu trận đấu diễn ra?
- b) Có tất cả bao nhiêu khả năng có thể xảy ra về đội vô địch và đội á quân?
- c) Có bao nhiêu khả năng về bảng xếp hạng sau khi giải đấu kết thúc? Biết rằng không có hai đội nào đồng hạng.

Câu 2. Có 5 cuốn sách Toán khác nhau và 3 cuốn sách Ngữ Văn khác nhau.

- a) Có bao nhiêu cách xếp các cuốn sách này thành một dãy trên giá sách?
- b) Có bao nhiêu cách xếp các cuốn sách này thành một dãy trên giá sách nếu yêu cầu các cuốn sách cùng môn phải được xếp cạnh nhau?

Câu 3. Một bệnh viện có 12 bác sĩ nội khoa và 10 bác sĩ ngoại khoa. Bệnh viện cần cử 5 bác sĩ vào đội y tế để cứu trợ thiên tai. Hỏi có bao nhiêu cách lựa chọn nếu

- a) cần cử 3 bác sĩ nội khoa và 2 bác sĩ ngoại khoa?
- b) cần cử ít nhất 2 bác sĩ nội khoa và ít nhất 2 bác sĩ ngoại khoa?

Câu 4. Trong một lô 100 sản phẩm, có 97 chính phẩm và 3 thứ phẩm. Từ 100 sản phẩm này, có bao nhiêu cách lấy ra 3 sản phẩm mà

- a) 3 sản phẩm được lấy bất kì?
- b) trong đó có 2 chính phẩm và 1 thứ phẩm?
- c) trong đó có ít nhất một thứ phẩm?

Câu 5. Một tổ công nhân gồm 9 người làm vệ sinh cho một toà nhà. Cần phân công 3 người lau cửa sổ, 4 người lau sàn và 2 người lau cầu thang. Hỏi tổ có bao nhiêu cách phân công?

Câu 6. Từ một tổ có 3 học sinh nam trong đó có bạn Bình và 5 học sinh nữ trong đó có bạn An, chọn 4 bạn để tham gia cuộc thi hùng biện. Hỏi có bao nhiêu cách chọn

- a) nếu chọn được hai nam và hai nữ?
- b) nếu trong số học sinh được chọn phải có bạn Bình và bạn An?
- c) nếu phải có ít nhất một trong hai bạn Bình và An?
- d) nếu trong 4 học sinh được chọn phải có cả học sinh nam và học sinh nữ?

Câu 7. Lấy hai số bất kì từ 1; 3; 5; 7; 9 và hai số bất kì từ 2; 4; 6; 8 để lập các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau.

- a) Lập được bao nhiêu số như vậy?
- b) Trong các số đó, có bao nhiêu số có chữ số hàng nghìn và hàng đơn vị là số lẻ?

Câu 8. Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7, ta lập được bao nhiêu số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau?

Câu 9. Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8, ta lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số đôi một khác nhau?

Câu 10. Bạn Nam có 5 quyển sách môn toán và 6 quyển sách môn tiếng anh (các quyển sách đều khác nhau). Hỏi có bao nhiêu cách xếp các quyển sách thành hàng ngang sao cho:

- a) các quyển sách cùng môn được xếp cạnh nhau?
- b) các quyển sách khác môn được xếp xen kẽ nhau?

Câu 11. Một tổ có 4 bạn nam và 4 bạn nữ. Có bao nhiêu cách xếp tổ đó thành hàng ngang sao cho nam, nữ xen kẽ nhau?

Câu 12. Cần sắp xếp thứ tự 8 tiết mục văn nghệ cho hội trại xuân của trường. Ban tổ chức dự kiến xếp 4 tiết mục ca nhạc ở vị trí thứ 1, thứ 2, thứ 5 và thứ 8; 2 tiết mục múa ở vị trí thứ 3 và thứ 6; 2 tiết mục hài ở vị trí thứ 4 và thứ 7. Có bao nhiêu cách xếp khác nhau thoả yêu cầu đặt ra?

Câu 13. Một nhóm hành khách gồm 2 nam và 3 nữ lên một chiếc xe bus. Trên xe hiện có 10 ghế trống, trong đó có 5 ghế cạnh cửa sổ.

- a) Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho nhóm hành khách đó?
- b) Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho họ nếu các hành khách nữ đều muốn ngồi cạnh cửa sổ?

Câu 14. 90 học sinh được trường tổ chức cho đi xem kịch ở một rạp hát. Các ghế ở nhà hát được sắp thành các hàng, mỗi hàng có 30 ghế.

- a) Có bao nhiêu cách xếp 30 học sinh để ngồi vào hàng đầu tiên?
- b) Sau khi sắp xếp xong hàng đầu tiên, có bao nhiêu cách sắp xếp 30 học sinh vào hàng thứ hai?
- c) Sau khi sắp xếp xong hai hàng đầu, có bao nhiêu cách sắp xếp 30 học sinh cuối vào hàng thứ ba?

Câu 15. Một lớp có 40 học sinh chụp ảnh tổng kết năm học. Lớp đó muốn trong bức ảnh có 18 học sinh ngồi ở hàng đầu và 22 học sinh đứng ở hàng sau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp vị trí chụp ảnh như vậy?

Câu 16. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau sao cho các chữ số có độ lớn tăng dần (từ trái sang phải)?

Câu 17. Bác An quyết định sơn ngôi nhà bốn tầng mới xây của mình bằng gam màu xanh. Hăng sơn mà bác An chọn có gam màu xanh với 10 màu xanh có mức độ đậm nhạt khác nhau.

- a) Bác An có bao nhiêu cách sơn nhà sao cho hai tầng khác nhau có màu khác nhau?
- b) Sau khi tham khảo ý kiến của mọi người, bác điều chỉnh ý định ban đầu và bây giờ muốn các tầng sơn màu nhạt dần từ thấp đến cao. Số cách sơn nhà theo yêu cầu mới là bao nhiêu?

Câu 18. Chợ Bến Thành có 4 cổng ra vào. Một người đi chợ ở chợ Bến Thành, hỏi người đó:

- a) có bao nhiêu cách vào và ra khỏi chợ?
- b) có bao nhiêu cách vào và ra khỏi chợ bằng hai cổng khác nhau?

Câu 19. Ông giám đốc vườn thú mua 10 con thú để nhốt vào 10 cái chuồng mới xây. Thế nhưng có 3 cái chuồng lại không vừa so với 5 con vật lớn nhất. Hỏi vị giám đốc có bao nhiêu cách nhốt 10 con vật, mỗi con trong một chuồng?

Câu 20. Trong các số từ 1 đến 999 999, có bao nhiêu số chứa đúng một chữ số 1 và đúng một chữ số 2?

§3. NHỊ THỨC NEWTON

1 Lý thuyết

Khai triển nhị thức Newton:

a) Với $n = 4$:

$$\begin{aligned} \bullet (a+b)^4 &= C_4^0 a^4 + C_4^1 a^3 b + C_4^2 a^2 b^2 + C_4^3 a b^3 + C_4^4 b^4 \\ &= a^4 + 4a^3 b + 6a^2 b^2 + 4ab^3 + b^4 \\ \bullet (a-b)^4 &= C_4^0 a^4 - C_4^1 a^3 b + C_4^2 a^2 b^2 - C_4^3 a b^3 + C_4^4 b^4 \\ &= a^4 - 4a^3 b + 6a^2 b^2 - 4ab^3 + b^4 \end{aligned}$$

b) Với $n = 5$:

$$\begin{aligned} \bullet (a+b)^5 &= C_5^0 a^5 + C_5^1 a^4 b + C_5^2 a^3 b^2 + C_5^3 a^2 b^3 + C_5^4 a b^4 + C_5^5 b^5 \\ &= a^5 + 5a^4 b + 10a^3 b^2 + 10a^2 b^3 + 5ab^4 + b^5 \\ \bullet (a-b)^5 &= C_5^0 a^5 - C_5^1 a^4 b + C_5^2 a^3 b^2 - C_5^3 a^2 b^3 + C_5^4 a b^4 - C_5^5 b^5 \\ &= a^5 - 5a^4 b + 10a^3 b^2 - 10a^2 b^3 + 5ab^4 - b^5 \end{aligned}$$

2 Bài tập thực hành

Câu 1. Khai triển nhị thức

$$\begin{array}{llll} \text{a) } (x+4y)^4; & \text{b) } (2x-1)^5; & \text{c) } (a+4b)^5; & \text{d) } (3-2x)^4; \\ \text{e) } (a^2-2)^5; & \text{f) } (x^3-3)^4; & \text{g) } (2+3x^2)^5; & \text{h) } (4y^2+1)^5. \end{array}$$

Câu 2. Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển nhị thức $(3x^2+2)^5$.

Câu 3. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức $(4x-5)^4$.

Câu 4. Tìm số hạng chứa x^6 trong khai triển nhị thức $(x^2+2)^4$.

Câu 5. Tìm hệ số của số hạng chứa $x^2 y^3$ trong khai triển $(x-3y)^5$.

Câu 6. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức $\left(x + \frac{1}{x}\right)^4$.

Câu 7. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức $\left(x - \frac{2}{x}\right)^4$.

Câu 8. Tìm hệ số của số hạng chứa $\frac{1}{x^3}$ trong khai triển nhị thức $\left(2x + \frac{3}{x}\right)^5$.

Câu 9. Khai triển và rút gọn biểu thức $(1+x)^5 + (1-x)^5$.

Sử dụng kết quả thu được, tính gần đúng giá trị biểu thức $A = 1,05^5 + 0,95^5$.

Câu 10. Khai triển và rút gọn biểu thức $(2+x)^4 + (2-x)^4$.

Sử dụng kết quả thu được, tính gần đúng giá trị biểu thức $B = 2,05^4 + 1,95^4$.

Câu 11. Biết trong khai triển $\left(ax + \frac{1}{x}\right)^4$, số hạng không chứa x là 24. Hãy tìm giá trị của tham số a .

Câu 12. Biết trong khai triển $(ax-1)^5$, hệ số của x^4 gấp bốn lần hệ số của x^2 . Tìm giá trị của a .

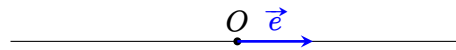
§1. TOẠ ĐỘ CỦA VECTƠ

1 Lý thuyết

1.1 Toạ độ của vectơ đối với một hệ trục toạ độ

1. Trục toạ độ

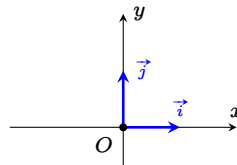
- Trục toạ độ là đường thẳng trên đó xác định điểm O làm gốc và một vectơ đơn vị $\vec{e}$.



- Kí hiệu: trục $(O; \vec{e})$

2. Hệ trục toạ độ

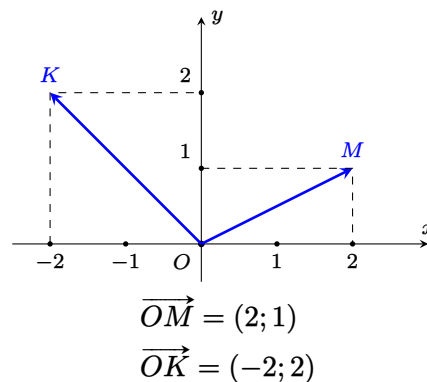
- Hệ trục toạ độ Oxy gồm hai trục $(O; \vec{i})$ và $(O; \vec{j})$ vuông góc nhau.
- Điểm O gọi là gốc toạ độ.
- Trục $(O; \vec{i})$ gọi là trục hoành, kí hiệu Ox .
- Trục $(O; \vec{j})$ gọi là trục tung, kí hiệu Oy .



3. Toạ độ của vectơ

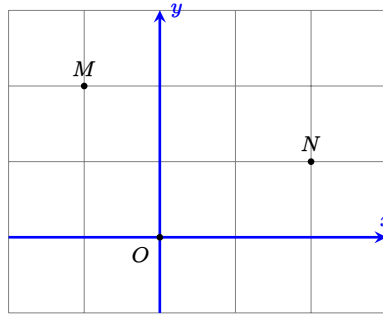
- Trong mặt phẳng Oxy , cho vectơ $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j}$.
- Khi đó ta nói toạ độ vectơ $\vec{a}$ là $(x; y)$ với x là hoành độ và y là tung độ của $\vec{a}$.
- Kí hiệu: $\vec{a} = (x; y)$.

Ví dụ.



4. Toạ độ của một điểm

- Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm M tùy ý.
- Ta nói tọa độ của điểm M là tọa độ vectơ $\overrightarrow{OM}$.
- $\overrightarrow{OM} = (x; y) \Leftrightarrow M(x; y)$
- Kí hiệu $M(x_M; y_M)$.



$M(-1; 2)$

$N(2; 1)$

1.2 Các công thức tọa độ cơ bản

1. Các công thức về vectơ

Cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2)$. Ta có:

1. $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \end{cases}$
2. $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2)$
3. $\vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1; a_2 - b_2)$
4. $k\vec{a} = (ka_1; ka_2)$ với $k \in \mathbb{R}$
5. Tích vô hướng: $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2$
6. $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 = 0$.
7. $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow a_1b_2 - a_2b_1 = 0$.
8. Độ dài vectơ: $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$.
9. Góc giữa hai vectơ: $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$ (với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$)

2. Các công thức về điểm

Cho các điểm $A = (x_A; y_A)$, $B = (x_B; y_B)$, $C = (x_C; y_C)$.

Ghi nhớ:

1. $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$
2. $AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
3. I là trung điểm của $AB \Leftrightarrow I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$
4. G là trọng tâm của $\triangle ABC \Leftrightarrow G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$

2 Bài tập thực hành

2.1 Câu hỏi trắc nghiệm

- Câu 1.** Trong mặt phẳng Oxy , cho vectơ $\vec{a} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$. Tọa độ vectơ $\vec{a}$ là
☐ (A) $(-4; 2)$. ☐ (B) $(-4; -2)$. ☐ (C) $(4; -2)$. ☐ (D) $(-2; 4)$.
- Câu 2.** Cho hai điểm $M(5; -3)$ và $N(-2; -4)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{MN}$ là
☐ (A) $(-3; 7)$. ☐ (B) $(3; -7)$. ☐ (C) $(7; 1)$. ☐ (D) $(-7; -1)$.
- Câu 3.** Cho hai điểm $A(4; -1)$ và $B(3; 4)$. Khoảng cách giữa hai điểm A và B là
☐ (A) $\sqrt{26}$. ☐ (B) 26 . ☐ (C) 98 . ☐ (D) $\sqrt{98}$.
- Câu 4.** Cho hai điểm $M(1; -2)$ và $N(-3; 4)$. Khoảng cách giữa hai điểm M và N là
☐ (A) 6 . ☐ (B) 4 . ☐ (C) $2\sqrt{13}$. ☐ (D) $3\sqrt{6}$.
- Câu 5.** Cho hai điểm $C(1; -1)$ và $D(4; 3)$. Độ dài đoạn thẳng CD là
☐ (A) 4 . ☐ (B) $\sqrt{13}$. ☐ (C) 6 . ☐ (D) 5 .
- Câu 6.** Cho hai vectơ $\vec{a} = (1; -4)$ và $\vec{b} = (0; 4)$. Tọa độ vectơ $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ là
☐ (A) $(2; -4)$. ☐ (B) $(20; -2)$. ☐ (C) $(2; -20)$. ☐ (D) $(4; -2)$.
- Câu 7.** Cho hai vectơ $\vec{m} = (4; -6)$, $\vec{n} = (3; 2)$. Tích vô hướng $\vec{m} \cdot \vec{n}$ bằng
☐ (A) $\sqrt{29}$. ☐ (B) 0 . ☐ (C) 6 . ☐ (D) -6 .
- Câu 8.** Cho hai vectơ $\vec{a} = (4; 3)$ và $\vec{b} = (1; 7)$. Góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là
☐ (A) 45° . ☐ (B) 60° . ☐ (C) 30° . ☐ (D) 90° .
- Câu 9.** Cho hai vectơ $\vec{a} = (5; -1)$ và $\vec{b} = (4; 20)$. Góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là
☐ (A) 90° . ☐ (B) 45° . ☐ (C) 60° . ☐ (D) 30° .
- Câu 10.** Cho hai điểm $A(4; -9)$ và $B(-2; -13)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
☐ (A) $(20; -2)$. ☐ (B) $(2; -20)$. ☐ (C) $(4; -2)$. ☐ (D) $(2; -4)$.
- Câu 11.** Cho tam giác MNP có $M(4; -3)$, $N(-5; -2)$, $P(-2; -4)$. Tọa độ trọng tâm tam giác MNP là
☐ (A) $(1; 3)$. ☐ (B) $(-2; -6)$. ☐ (C) $(2; 6)$. ☐ (D) $(-1; -3)$.
- Câu 12.** Cho vectơ $\vec{v} = (2; -1)$. Vectơ nào sau đây cùng phương với vectơ $\vec{v}$?
☐ (A) $\vec{0}; -\vec{1}$. ☐ (B) $\vec{b} = (2; 1)$. ☐ (C) $\vec{a} = (-4; 2)$. ☐ (D) $\vec{c} = (4; 2)$.
- Câu 13.** Cho vectơ $\vec{a} = (5; 1)$ và điểm $M(1; -2)$. Tìm tọa độ điểm N sao cho $\overrightarrow{MN} = \vec{a}$.
☐ (A) $N(-4; -3)$. ☐ (B) $N(6; -1)$. ☐ (C) $N(-1; 6)$. ☐ (D) $N(-3; -4)$.
- Câu 14.** Cho vectơ $\vec{a} = (1; -6)$ và $\vec{b} = (12; m)$. Tìm giá trị m để $\vec{a} \perp \vec{b}$.
☐ (A) $m = 2$. ☐ (B) $m = -2$. ☐ (C) $m = 3$. ☐ (D) $m = -3$.
- Câu 15.** Cho hai điểm $A(2; -1)$ và $I(-4; 5)$. Tọa độ điểm B đối xứng với A qua I là
☐ (A) $(1; -2)$. ☐ (B) $(10; -11)$. ☐ (C) $(-10; 11)$. ☐ (D) $(-1; 2)$.

2.2 Câu hỏi tự luận

Câu 1. Cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh là $A(2; 2)$, $B(6; 3)$, $C(5; 5)$.

- Tính độ dài các cạnh và số đo các góc của tam giác ABC .
- Tìm tọa độ D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

Câu 2. Cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh là $A(1; 3)$, $B(3; 1)$, $C(6; 4)$.

- a) Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC .
- b) Tính số đo góc B của tam giác ABC
- c) Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Câu 3. Cho ba điểm $A(1; 1)$, $B(2; 4)$, $C(4; 4)$.

- a) Tìm tọa độ D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.
- b) Tìm tọa độ giao điểm hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$.

Câu 4. Cho $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (3; 4)$, $\vec{c} = (7; 2)$. Tìm các số k, m để $\vec{c} = k\vec{a} + m\vec{b}$.

Câu 5. Cho $\vec{a} = (2; -2)$, $\vec{b} = (-2; 5)$. Hãy biểu diễn vectơ $\vec{v} = (-5; 3)$ qua các vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$.

Câu 6. Cho $A(1; -3)$, $B(2; 3)$, $C(3; 6)$. Chứng minh ABC là ba đỉnh của một tam giác.

Câu 7. Cho $A(-2; -1)$, $B(2; 3)$, $C(5; 6)$. Hỏi A, B, C có thẳng hàng hay không?

Câu 8. Cho $A(3; -1)$, $B(2; 3)$, $C(x; 1)$. Tìm x sao cho A, B, C thẳng hàng.

Câu 9. Cho $A(m - 1; 2)$, $B(2; 5 - 2m)$, $C(m - 3; 4)$. Tìm m để A, B, C thẳng hàng.

Câu 10. Cho tam giác ABC có trung điểm cạnh BC là $M(1; 1)$ và trọng tâm tam giác ABC là $G(2; 3)$. Tìm tọa độ đỉnh A .

Câu 11. Cho $M(2; 0)$, $N(2; 2)$, $P(-1; 3)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC . Tìm tọa độ đỉnh B .

Câu 12. Cho tam giác ABC có $C(-2; -4)$, trọng tâm $G(0; 4)$, trung điểm cạnh BC là $M(2; 0)$. Tìm tọa độ A và B .

Câu 13. Cho ba điểm $M(2; 3)$, $N(0; -4)$, $P(-1; 6)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC . Tìm tọa độ A, B, C .

Câu 14. Cho các điểm $A(2; -1)$, $B(0; 3)$, $C(4; 2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $2\vec{AD} + 3\vec{BD} - 4\vec{CD} = \vec{0}$.

Câu 15. Cho các điểm $A(0; 3)$, $B(4; 2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $2\vec{OD} + 2\vec{DA} - 2\vec{DB} = \vec{0}$.

Câu 16. Cho các điểm $A(1; -2)$, $B(0; 4)$, $C(4; 3)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\vec{CM} = 2\vec{AB} - 3\vec{AC}$.

Câu 17. Cho điểm $A(1; 2)$, $B(0; 4)$, $C(3; -2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành và tìm tọa độ tâm I của hình bình hành đó.

Câu 18. Cho điểm $M(-3; 1)$, $N(1; 4)$, $P(5; 3)$. Tìm tọa độ điểm Q sao cho $MNPQ$ là hình bình hành.

Câu 19. Cho hình bình hành $ABCD$, biết $A(1; 3)$, $B(-2; 0)$, $C(2; -1)$. Tìm tọa độ đỉnh D .

Câu 20. Cho hình bình hành $ABCD$, biết $B(4; 5)$ và $G\left(0; -\frac{13}{3}\right)$ là trọng tâm của tam giác ADC . Tìm tọa độ đỉnh D .

Câu 21. Cho hình bình hành $ABCD$, biết $A(3; 4)$, $D(10; 4)$ và $G(4; 0)$ là trọng tâm của tam giác ABC . Tìm tọa độ các đỉnh B và C .

Câu 22. Cho $A(2; -3)$, $B(3; 4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho A, B, M thẳng hàng.

Câu 23. Cho điểm $A(-2; 7)$, $B(6; -1)$. Tìm tọa độ giao điểm C của đường thẳng AB với trục tung.

Câu 24. Cho điểm $A(-1; 2)$, $B(2; -3)$. Tìm tọa độ giao điểm D của đường thẳng AB với trục hoành.

Câu 25. Cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh là $A(2; 4)$, $B(11; -2)$, $C(9; 8)$.

- a) Tìm tọa độ điểm H là chân đường cao của tam giác ABC kẻ từ A .
- b) Tính độ dài ba cạnh của tam giác ABC .
- c) Tính số đo góc C của tam giác ABC .

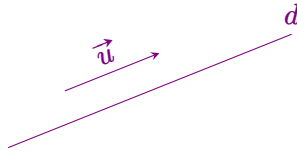
§2. ĐƯỜNG THẲNG TRONG MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ

1 Lý thuyết

1.1 Phương trình tham số của đường thẳng

1.1.1 Vectơ chỉ phương của đường thẳng

Vectơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ được gọi là vectơ chỉ phương của đường thẳng d nếu giá của $\vec{u}$ song song hoặc trùng với d .



* *Nhận xét:*

- Nếu $\vec{u}$ là 1 vectơ chỉ phương của đường thẳng d thì vectơ $k\vec{u}$ ($k \neq 0$) cũng là 1 vectơ chỉ phương của d .
- Một đường thẳng có vô số các vectơ chỉ phương.
- Một đường thẳng luôn được xác định nếu biết một điểm và một vectơ chỉ phương của đường thẳng đó.

1.1.2 Phương trình tham số của đường thẳng

- Cho đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0; y_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b)$.
- Phương trình tham số của d :
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$$

Ví dụ 1. Viết phương trình tham số của đường thẳng d biết d đi qua điểm $A(-1; 2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; -5)$.

Giải.

Phương trình tham số của d :
$$\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 5t \end{cases}$$

Ví dụ 2. Viết phương trình tham số của đường thẳng MN với $M(1; -3)$ và $N(-2; 4)$.

Giải.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (-3; 7)$.

Đường thẳng MN đi qua điểm $M(1; -3)$ và có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (-3; 7)$.

Suy ra phương trình tham số của MN :
$$\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -3 + 7t \end{cases}$$

1.1.3 Một ý nghĩa của phương trình tham số

- Với mỗi giá trị của tham số t ta tìm được tọa độ của một điểm nằm trên đường thẳng.
- Ví dụ: xét đường thẳng Δ có phương trình tham số
$$\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
- \text{ Với } t = 1 &\Rightarrow \begin{cases} x = 3 - 1 = 2 \\ y = 1 + 2 \cdot 1 = 3 \end{cases} \Rightarrow A(2; 3) \in \Delta. \\
- \text{ Với } t = -2 &\Rightarrow \begin{cases} x = 3 - (-2) = 5 \\ y = 1 + 2(-2) = -3 \end{cases} \Rightarrow B(5; -3) \in \Delta.
\end{aligned}$$

1.2 Phương trình đoạn chắn của đường thẳng

Đường thẳng Δ cắt trục Ox và Oy lần lượt tại $A(a; 0)$ và $B(0; b)$ với $a, b \neq 0$.

Khi đó phương trình của Δ có dạng $\boxed{\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1}$

Ví dụ. Viết phương trình đoạn chắn của đường thẳng d đi qua các điểm $A(3; 0)$ và $B(0; -2)$.

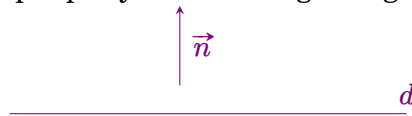
Giải

d đi qua các điểm $A(3; 0) \in Ox$ và $B(0; -2) \in Oy$ nên có phương trình đoạn chắn: $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} = 1$

1.3 Phương trình tổng quát của đường thẳng

1.3.1 Vectơ pháp tuyến của đường thẳng

Vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ được gọi là vectơ pháp tuyến của đường thẳng d nếu giá của $\vec{n}$ vuông góc với d .



* **Nhận xét:**

- Nếu $\vec{n}$ là 1 vectơ pháp tuyến của đường thẳng d thì vectơ $k\vec{n}$ ($k \neq 0$) cũng là 1 vectơ pháp tuyến của d .
- Một đường thẳng có vô số các vectơ pháp tuyến.
- Một đường thẳng luôn được xác định nếu biết một điểm và một vectơ pháp tuyến của đường thẳng đó.

1.3.2 Phương trình tổng quát của đường thẳng

- Cho đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0; y_0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{u} = (a; b)$.
- Phương trình tổng quát của d : $\boxed{a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0}$

Ví dụ 1. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d biết d đi qua điểm $M(3; -2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (5; -4)$.

Giải.

Đường thẳng d đi qua $M(3; -2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (5; -4)$.

Suy ra phương trình tổng quát của d :

$$\begin{aligned}
&5(x - 3) - 4(y + 2) = 0 \\
&\Leftrightarrow 5x - 15 - 4y - 8 = 0 \\
&\Leftrightarrow 5x - 4y - 23 = 0
\end{aligned}$$

Vậy phương trình tổng quát của d : $5x - 4y - 23 = 0$

Ví dụ 2. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ biết Δ đi qua điểm $A(-2; -4)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (6; -1)$.

Giải.

Đường thẳng Δ đi qua $A(-2; -4)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (6; -1)$.

Suy ra phương trình tổng quát của Δ :

$$6(x + 2) - 1(y + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow 6x + 12 - y - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6x - y + 8 = 0$$

Vậy phương trình tổng quát của d : $6x - y + 8 = 0$

1.3.3 Mối quan hệ giữa vectơ chỉ phương và vectơ pháp tuyến của đường thẳng

Cho đường thẳng d có phương trình tổng quát $ax + by + c = 0$.

Khi đó d có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (a; b)$ và vectơ chỉ phương $\vec{u} = (b; -a)$.

*. *Cách chuyển đổi giữa vectơ chỉ phương và vectơ pháp tuyến*

- Nếu d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b)$ thì d có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (b; -a)$ hoặc $\vec{n} = (-b; a)$.
- Quy tắc đổi: “**CHUYỂN CHỖ - ĐỔI DẤU (1 trong 2)**”

Ví dụ.

- Đường thẳng d có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; -4)$ sẽ có các vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (-4; -3)$ hoặc $\vec{u}_2 = (4; 3)$.
- Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 6)$ sẽ có các vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (6; -1)$ hoặc $\vec{n}_2 = (-6; 1)$.

1.4 Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng $\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (a_1; b_1)$ và $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (a_2; b_2)$.

- Nếu $\vec{n}_1$ không cùng phương với $\vec{n}_2$ thì $\begin{cases} \Delta_1 \parallel \Delta_2 \\ \Delta_1 \equiv \Delta_2 \end{cases}$.

Lấy điểm tùy ý $M \in \Delta_1$.

- Nếu $M \in \Delta_2$ thì $\Delta_1 \equiv \Delta_2$.
- Nếu $M \notin \Delta_2$ thì $\Delta_1 \parallel \Delta_2$.

- Nếu $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ không cùng phương thì Δ_1 và Δ_2 cắt nhau tại điểm $M(x_0; y_0)$, trong đó $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$$

Ví dụ. Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau:

- $d_1 : 2x - y + 5 = 0$ và $d_2 : -4x + 2y - 8 = 0$.
- $a : x + y - 9 = 0$ và $b : x - 2y + 3 = 0$.

Giải

a) d_1 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; -1)$, d_2 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (-4; 2)$.

Do $2.2 - (-1).(-4) = 0$ nên $\begin{cases} d_1 \parallel d_2 \\ d_1 \equiv d_2 \end{cases}$.

Lấy điểm $M(0; 5) \in d_1$, thay vào phương trình d_2 ta được: $-4.0 + 2.5 - 8 = 0 \Leftrightarrow 2 = 0$ (S).

Vậy $M \notin d_2$. Do đó $d_1 \parallel d_2$.

b) a có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1; 1)$, b có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; -2)$.

Do $1.(-2) - 1.1 = -3 \neq 0$ nên a cắt b tại điểm M có tọa độ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x + y - 9 = 0 \\ x - 2y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 9 \\ x - 2y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}.$$

Vậy a cắt b tại điểm $M(5; 4)$.

1.5 Góc giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng $\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (a_1; b_1)$ và $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (a_2; b_2)$.

Góc giữa Δ_1 và Δ_2 kí hiệu là (Δ_1, Δ_2) , được xác định qua công thức:

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|a_1.a_2 + b_1.b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

* **Chú ý.**

a) Đường thẳng d có phương trình dạng $y = kx + b$ ($k \neq 0$) thì k được gọi là hệ số góc của d .

b) Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt có hệ số góc k_1, k_2 . Khi đó $d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow k_1.k_2 = -1$.

Ví dụ. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng $d_1 : x - y + 4 = 0$ và $d_2 : x + 2y - 1 = 0$.

Giải

d_1 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1; -1)$

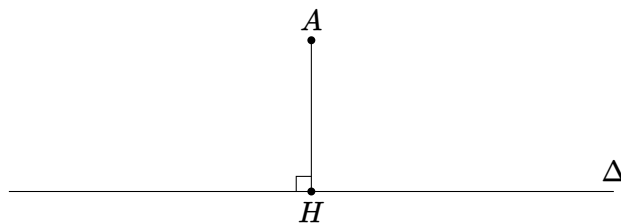
d_2 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; 2)$.

$$\cos(d_1, d_2) = \frac{|1.1 + (-1).2|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

Suy ra $(d_1, d_2) \approx 71^\circ 34'$

1.6 Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Cho điểm $A(x_0; y_0)$ và đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$.



Khoảng cách từ điểm A đến Δ , kí hiệu là $d(A, \Delta)$ được tính bởi công thức:

$$d(A, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Ví dụ. Tính khoảng cách từ điểm $M(3; -1)$ đến đường thẳng $\Delta : 3x - 4y + 2 = 0$.

Khoảng cách từ M đến Δ :

$$d(M, \Delta) = \frac{|3 \cdot 3 - 4 \cdot (-1) + 2|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{15}{5} = 3$$

2 Bài tập thực hành

2.1 Câu hỏi trắc nghiệm

Câu 1. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng $d: x + 2y - 1 = 0$?

- (A) $\vec{a} = (2; -1)$. (B) $\vec{d} = (-2; -1)$. (C) $\vec{b} = (2; 4)$. (D) $\vec{c} = (-1; 2)$.

Câu 2. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $a: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 \end{cases}$?

- (A) $\vec{b} = (2; 3)$. (B) $\vec{a} = (2; 0)$. (C) $\vec{u} = (-1; 3)$. (D) $\vec{v} = (-1; 0)$.

Câu 3. Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = -1 + t \end{cases}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của Δ ?

- (A) $\vec{u} = (3; -1)$. (B) $\vec{v} = (-1; 1)$. (C) $\vec{a} = (-1; 1)$. (D) $\vec{b} = (1; 1)$.

Câu 4. Cho đường thẳng $d: x + 6y - 3 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của d ?

- (A) $\vec{v} = (1; -6)$. (B) $\vec{u} = (1; 6)$. (C) $\vec{b} = (6; 1)$. (D) $\vec{a} = (6; -1)$.

Câu 5. Cho đường thẳng $d: x + 6y - 3 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của d ?

- (A) $\vec{u} = (1; 6)$. (B) $\vec{b} = (6; 1)$. (C) $\vec{v} = (1; -6)$. (D) $\vec{a} = (6; -1)$.

Câu 6. Cho đường thẳng $d: x + 2y - 1 = 0$. Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-1; 3)$ và song song với d là

- (A) $2x - y + 5 = 0$. (B) $x + 2y + 2 = 0$. (C) $x + 2y - 5 = 0$. (D) $2x - y - 2 = 0$.

Câu 7. Cho hai đường thẳng $d_1: x + y - 2 = 0$ và $d_2: x + y - 3 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $d_1 \perp d_2$.
(B) $d_1 \parallel d_2$.
(C) d_1 và d_2 cắt nhau nhưng không vuông góc với nhau.
(D) $d_1 \equiv d_2$.

Câu 8. Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -9 - 2t \end{cases}$. Phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của d ?

- (A) $2x + y - 2 = 0$. (B) $2x + 3y + 1 = 0$. (C) $x - 2y + 3 = 0$. (D) $2x + y - 1 = 0$.

Câu 9. Cho hai đường thẳng $d_1: \sqrt{3}x - y + 2 = 0$ và $d_2: x - \sqrt{3}y - 2 = 0$. Số đo góc giữa d_1 và d_2 bằng

- (A) 30° . (B) 150° . (C) 60° . (D) 45° .

Câu 10. Khoảng cách từ điểm $A(-1; 2)$ đến đường thẳng $\Delta: 2x - y + 1 = 0$ là

- (A) $\frac{\sqrt{5}}{5}$. (B) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. (C) 5. (D) $\frac{3}{5}$.

2.2 Câu hỏi tự luận

- Câu 1.** Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua hai điểm $A(1; -3)$ và $B(-6; 3)$.
- Câu 2.** Viết phương trình tổng quát của đường thẳng a đi qua hai điểm $M(-3; -5)$ và $N(-6; -2)$.
- Câu 3.** Viết phương trình tổng quát của đường thẳng b là trung trực của đoạn EF với $E(2; -4)$, $F(6; -10)$.
- Câu 4.** Cho tam giác ABC có $A(1; -2)$, $B(-3; 4)$ và $C(7; 2)$.
- Viết phương trình tổng quát của đường thẳng AC .
 - Viết phương trình tổng quát của đường trung tuyến AM .
 - Viết phương trình tổng quát của đường cao CH .
 - Viết phương trình tổng quát của đường trung trực đoạn AB .
- Câu 5.** Cho đường thẳng $a : y = -2x + 3$, viết phương trình tham số và phương trình tổng quát của đường thẳng a .
- Câu 6.** Cho đường thẳng $\Delta : x + 3y - 1 = 0$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d qua $K(1; -2)$ và song song với Δ .
- Câu 7.** Cho đường thẳng $d : x + y - 1 = 0$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ qua $I(-5; 2)$ và vuông góc với d .
- Câu 8.** Cho tam giác ABC có $A(1; -10)$, $B(2; 5)$, $C(3; 1)$.
- Viết phương trình tổng quát đường thẳng d đi qua điểm B và song song với AC .
 - Viết phương trình tổng quát đường thẳng Δ đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với BC .
- Câu 9.** Cho đường thẳng $d : x + y + 1 = 0$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ và vuông góc với d .
- Câu 10.** Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(1; 0)$ và song song với đường thẳng $\Delta : 4x + 2y + 1 = 0$.
- Câu 11.** Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $A(-3; 2)$ và có hệ số góc $k = -\frac{1}{3}$.
- Câu 12.** Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau:
- $d : \begin{cases} x = -1 - 5t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$ và $d' : \begin{cases} x = -6 + 5t' \\ y = 2 - 4t' \end{cases}$.
 - $d : \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$ và $d' : 2x + 4y - 10 = 0$.
 - $d : x + y - 2 = 0$ và $d' : 2x + y - 3 = 0$.
- Câu 13.** Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:
- $M(2; 3)$ và $\Delta : 8x - 6y + 7 = 0$.
 - $M(0; 1)$ và $\Delta : 4x + 9y - 20 = 0$.
- Câu 14.** Tìm góc giữa hai đường thẳng:

a) $d_1 : x + 2y + 4 = 0$ và $d_2 : 2x - y + 6 = 0$.

b) $d_1 : x - 3y + 3 = 0$ và $d_2 : 3x + y - 1 = 0$.

Câu 15. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a) $A(2; 2)$ và $\Delta : 3x + 2y - 23 = 0$.

b) $A(-3; 4)$ và $\Delta : x - y = 3$.

Câu 16. Tìm tọa độ điểm đối xứng của A qua đường thẳng d trong mỗi trường hợp sau:

a) $A(1; 3)$ và $d : 4x + y - 24 = 0$.

b) $A(3; 7)$ và $d : 2x - y - 9 = 0$.

c) $A(3; -3)$ và $d : 2x + 3y - 10 = 0$.

d) $A(-3; -3)$ và $d : 2x + y = 1$.

Câu 17. Tìm giao điểm của hai đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$ và $d' : x + y - 2 = 0$.

Câu 18. Cho đường thẳng $d : 2x - y + 1 = 0$ và hai điểm $A(-1; 2)$, $B(4; 0)$.

a) Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên d .

b) Tìm điểm C trên trục tung sao cho trọng tâm tam giác ABC thuộc đường thẳng d .

c) Với điểm C vừa tìm được ở ý b), hãy tính diện tích tam giác ABC .

Câu 19. Cho điểm $M(2; 1)$ và đường thẳng $d : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 2t \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm N nằm trên d sao cho $MN = \sqrt{2}$.

Câu 20. Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$.

a) Tìm điểm M nằm trên Δ và cách điểm $A(0; 1)$ một khoảng bằng 5.

b) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng Δ với đường thẳng $x + y + 1 = 0$.

c) Tìm điểm M trên Δ sao cho AM ngắn nhất.

Câu 21. Viết phương trình tổng quát đường thẳng Δ song song với $d : 2x + y - 5 = 0$ và cách điểm O một khoảng bằng $\sqrt{5}$.

Câu 22. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $a : 6x + 8y - 11 = 0$ và $b : 6x + 8y - 1 = 0$.

Câu 23. Tìm tọa độ điểm M thuộc trục hoành sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$ bằng $\sqrt{10}$.

Câu 24. Cho hai điểm $A(-3; 0)$ và $B(1; -2)$ và đường thẳng $d : x + y - 1 = 0$.

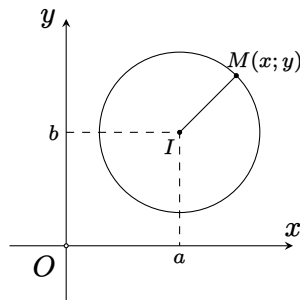
a) Chứng minh A và B nằm cùng phía so với đường thẳng d .

b) Lấy M di động trên đường thẳng d . Tính giá trị nhỏ nhất của chu vi tam giác ABM .

§2. ĐƯỜNG TRÒN TRONG MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ

1 Lý thuyết

1.1 Phương trình đường tròn loại 1



Trong mặt phẳng Oxy , phương trình đường tròn tâm $I(a; b)$ bán kính R có dạng:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

Ví dụ 1. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm $I(1; -9)$ và tiếp xúc đường thẳng $\Delta : 3x - 4y + 1 = 0$.

Lời giải.

$$\text{Do } (C) \text{ tiếp xúc với } \Delta \text{ nên } R = d(I, \Delta) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot (-9) + 1|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{40}{5} = 8.$$

Phương trình đường tròn:

$$(x - 1)^2 + (y + 9)^2 = 64$$

Ví dụ 2. Viết phương trình đường tròn tâm $I(1; 1)$ và đi qua điểm $M(4; 5)$.

Lời giải.

Bán kính của đường tròn:

$$R = IM = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

Phương trình đường tròn cần tìm:

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 25$$

Ví dụ 3. Viết phương trình đường tròn (C) đường kính AB với $A(1; -2), B(-3; -4)$.

Giải.

Gọi I là tâm đường tròn (C) .

Suy ra I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(-1; -3)$.

$$\overrightarrow{AB} = (-4; -2) \Rightarrow AB = \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{5}.$$

$$\text{Suy ra bán kính } R = \frac{AB}{2} = \sqrt{5}.$$

$$\text{Phương trình đường tròn } (C) : (x + 1)^2 + (y + 3)^2 = 5.$$

1.2 Phương trình đường tròn loại 2

Trong mặt phẳng Oxy , phương trình $\boxed{x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0}$

với điều kiện $a^2 + b^2 - c > 0$ là pt đường tròn tâm $I(a; b)$ bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.

Ví dụ 1. Cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$. Xác định tọa độ tâm và bán kính của (C) .

Giải

Ta có: $a = 2, b = -1, c = 1$.

(C) có tâm $I(2; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = \sqrt{2^2 + (-1)^2 - 1} = 2$.

Ví dụ 2. Viết phương trình đường tròn (C) đi qua 3 điểm $A(1; 2), B(5; 2), C(1; -3)$.

Giải

Phương trình (C) có dạng: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

Ta có:

$$A(1; 2) \in (C) \Rightarrow -2a - 4b + c = -5 \quad (1).$$

$$B(5; 2) \in (C) \Rightarrow -10a - 4b + c = -29 \quad (2).$$

$$C(1; -3) \in (C) \Rightarrow -2a + 6b + c = -10 \quad (3).$$

$$\text{Từ (1), (2), (3) ta suy ra: } \begin{cases} a = 3 \\ b = -\frac{1}{2} \\ c = -1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } (C) : x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$$

1.3 Phương trình tiếp tuyến của đường tròn

1.3.1 Ôn lại kiến thức

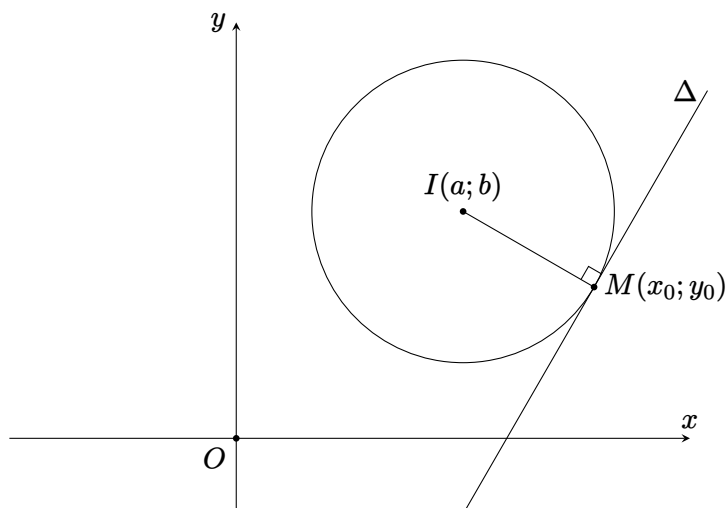
Cho đường tròn (C) tâm I , bán kính R .

Cho đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm M thuộc (C) .

Khi đó ta có:

a) $IM \perp \Delta$ tức $\overrightarrow{IM}$ là vectơ pháp tuyến của Δ .

b) $d(I, \Delta) = R$.



1.3.2 Công thức phương trình tiếp tuyến tại một điểm

Phương trình tiếp tuyến của đường tròn tâm $I(a; b)$ tại điểm $M(x_0; y_0)$ nằm trên đường tròn là

$$(a - x_0)(x - x_0) + (b - y_0)(y - y_0) = 0$$

Chú ý. Cho đường thẳng $d: ax + by + c = 0$.

- $\Delta \parallel d \Rightarrow \Delta$ có phương trình dạng: $ax + by + c' = 0$ ($c' \neq c$).
- $\Delta \perp d \Rightarrow \Delta$ có phương trình dạng: $bx - ay + c' = 0$.

Ví dụ. Lập phương trình tiếp tuyến với $(C): (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 10$ biết:

- tiếp tuyến tiếp xúc đường tròn tại điểm $M(-1; 4)$.
- tiếp tuyến có hệ số góc $k = 3$.
- tiếp tuyến song song với $d_1: x + 3y + 1 = 0$
- tiếp tuyến vuông góc với $d_2: 3x + y - 2 = 0$.

Giải

(C) có tâm $I(-2, 1)$ và bán kính $R = \sqrt{10}$.

a) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M(-1; 4)$:

$$\begin{aligned} &(-2 + 1)(x + 1) + (1 - 4)(y - 4) = 0 \\ \Leftrightarrow &-(x + 1) - 3(y - 4) = 0 \\ \Leftrightarrow &-x - 1 - 3y + 12 = 0 \\ \Leftrightarrow &-x - 3y + 11 = 0 \end{aligned}$$

b) Do hệ số góc $k = 3$ nên phương trình Δ có dạng $y = 3x + b \Leftrightarrow 3x - y + b = 0$.

Do Δ tiếp xúc (C) nên $d(I, \Delta) = R$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow &\frac{|3 \cdot (-2) - 1 + c|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \sqrt{10} \\ \Leftrightarrow &\frac{|c - 7|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} \\ \Leftrightarrow &|c - 7| = 10 \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} c = 17 \\ c = -3 \end{cases} \end{aligned}$$

Với $c = 17$, $\Delta: 3x - y + 17 = 0$

Với $c = -3$, $\Delta: 3x - y - 3 = 0$

c) Do $\Delta \parallel d_1: x + 3y + 1 = 0$ nên phương trình Δ có dạng $x + 3y + c = 0$ ($c \neq 1$)

Do Δ tiếp xúc với (C) nên $d(I, \Delta) = R$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow &\frac{|-2 + 3 + c|}{\sqrt{1 + 9}} = \sqrt{10} \\ \Leftrightarrow &|c + 1| = 10 \\ \Leftrightarrow &c = 9 \vee c = -11 \end{aligned}$$

Với $c = 9$, $\Delta: 3x - y + 9 = 0$

Với $c = -11$, $\Delta: 3x - y - 11 = 0$

d) Do $\Delta \perp d_2: 3x + y - 2 = 0$ nên phương trình Δ có dạng $x - 3y + c = 0$

Do Δ tiếp xúc với (C) nên $d(I, \Delta) = R$

$$\Leftrightarrow \frac{|-2-3+c|}{\sqrt{1^2+3^2}} = \sqrt{10}$$

$$\Leftrightarrow |c-5| = 10$$

$$\Leftrightarrow \Leftrightarrow \begin{cases} c = 15 \\ c = -5 \end{cases}$$

Với $c = 15$, $\Delta : x - 3y + 15 = 0$

Với $c = -5$, $\Delta : x - 3y - 5 = 0$

2 Bài tập thực hành

2.1 Câu hỏi trắc nghiệm

Câu 1. Đường tròn $(C) : x^2 + (y + 4)^2 = 16$ có tọa độ tâm I và bán kính R là
 (A) $(0; -4), R = 16$. (B) $(0; 4), R = 16$. (C) $I(0; -4), R = 4$. (D) $I(0; 4), R = 4$.

Câu 2. Đường tròn $(C) : x^2 + y^2 + 4x - 8y + 2 = 0$ có tọa độ tâm I là
 (A) $(-4; 8)$. (B) $(4; -8)$. (C) $(2; -4)$. (D) $(-2; 4)$.

Câu 3. Đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 8x - 9 = 0$ có bán kính bằng
 (A) 5. (B) 25. (C) $\sqrt{7}$. (D) 7.

Câu 4. Phương trình nào sau đây là phương trình của một đường tròn?
 (A) $x^2 + 2y^2 - 4x + 6y - 5 = 0$. (B) $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 12 = 0$.
 (C) $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 20 = 0$. (D) $x^2 + y^2 + 2xy + 4 = 0$.

2.2 Câu hỏi tự luận

Câu 1. Viết phương trình đường tròn (C)

- có tâm $I(2; -3)$ và đi qua $M(-3; 4)$.
- có tâm $I(1; -5)$ và đi qua gốc tọa độ.
- có đường kính AB với $A(3; -1), B(1; -5)$.
- có đường kính CD với $C(6; -3), D(4; -1)$.

Câu 2. Viết phương trình đường tròn (C)

- có tâm $I(1; -3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta : 4x - 3y + 12 = 0$.
- có tâm $I(2; 3)$ và tiếp xúc với trục hoành.
- có tâm $I(-3; 5)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta : 8x - 6y - 10 = 0$.
- có tâm $I(-1; -2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $y = 3$.

Câu 3. Viết phương trình đường tròn đi qua 3 điểm:

- $A(-1; 6), B(7; 4), C(2; 9)$
- $A(-5; -3), B(0; -2), C(-5; -7)$
- $A(-4; -6), B(-1; -5), C(-5; -3)$
- $A(-2; -3), B(-8; -1), C(-10; -3)$

Câu 4. Viết phương trình tiếp tuyến với đường tròn $(C) : (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 25$ tại điểm $M(4; 2)$ thuộc đường tròn (C) .

Câu 5. Viết phương trình tiếp tuyến với đường tròn $(C) : (x - 1)^2 + y^2 = 17$ tại điểm $A(5; 1)$ thuộc đường tròn (C) .

Câu 6. Viết phương trình tiếp tuyến với đường tròn $(C) : x^2 + y^2 + 2x - 2y - 18 = 0$ tại điểm $B(1; -3)$ thuộc đường tròn (C) .

Câu 7. Viết phương trình tiếp tuyến với đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 2x + 6y - 15 = 0$ tại điểm $M(-2; 1)$ thuộc đường tròn (C) .

Câu 8. Viết phương trình tiếp tuyến Δ với đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 4x + 6y + 3 = 0$ biết Δ song song với đường thẳng $d : 3x - y + 2019 = 0$.

Câu 9. Viết phương trình tiếp tuyến Δ với đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0$ biết Δ vuông góc với đường thẳng $d : 3x - y + 4 = 0$.

Câu 10. Một cái cổng hình bán nguyệt rộng 6, 8m và cao 3, 4m. Mặt đường dưới cổng được chia thành hai làn cho xe ra vào.

- a) Viết phương trình mô phỏng của cái cổng;
- b) Một chiếc xe tải rộng 2, 4m và cao 2, 5m đi đúng làn đường quy định có thể đi qua cổng được hay không?

Câu 11. Cho đường tròn $(C) : (x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 25$ và điểm $A(-1; 3)$.

- a) Xác định vị trí tương đối của điểm A với đường tròn (C) (điểm A nằm ngoài, nằm trong hay nằm trên đường tròn).
- b) Đường thẳng d thay đổi đi qua A cắt đường tròn tại hai điểm M, N . Viết phương trình đường thẳng d sao cho MN ngắn nhất.

Câu 12. Cho điểm $M(1; 1)$ và đường thẳng $\Delta : 3x + 4y + 3 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm M và cắt Δ tại hai điểm N, P sao cho tam giác MNP đều.

§3. BA ĐƯỜNG CONIC TRONG MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ

1 Lý thuyết cần nhớ

1.1 Elip

1.1.1 Định nghĩa elip

Cho hai điểm cố định F_1, F_2 có khoảng cách $F_1F_2 = 2c$ ($c > 0$).

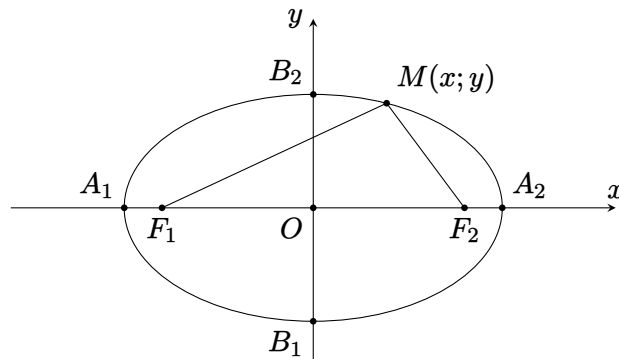
Elip là tập hợp các điểm M trong mặt phẳng sao cho $MF_1 + MF_2 = 2a$ với $a > c$.

F_1, F_2 được gọi là hai tiêu điểm của elip.

- Độ dài $F_1F_2 = 2c$ được gọi là tiêu cự của elip.

1.1.2 Phương trình chính tắc của elip

Phương trình chính tắc của elip (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $b = \sqrt{a^2 - c^2}$.



Đặc điểm

- Tiêu điểm: $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$.
- Tiêu cự: $F_1F_2 = 2c$.
- Trục lớn: $A_1A_2 = 2a$.
- Trục nhỏ: $B_1B_2 = 2b$.
- Đỉnh: $A_1(-a; 0), A_2(a; 0), B_1(0; -b), B_2(0; b)$.
- Tâm đối xứng: gốc O .

1.2 Hyperbol

1.2.1 Định nghĩa hyperbol

Cho hai điểm cố định F_1, F_2 có khoảng cách $F_1F_2 = 2c$ ($c > 0$).

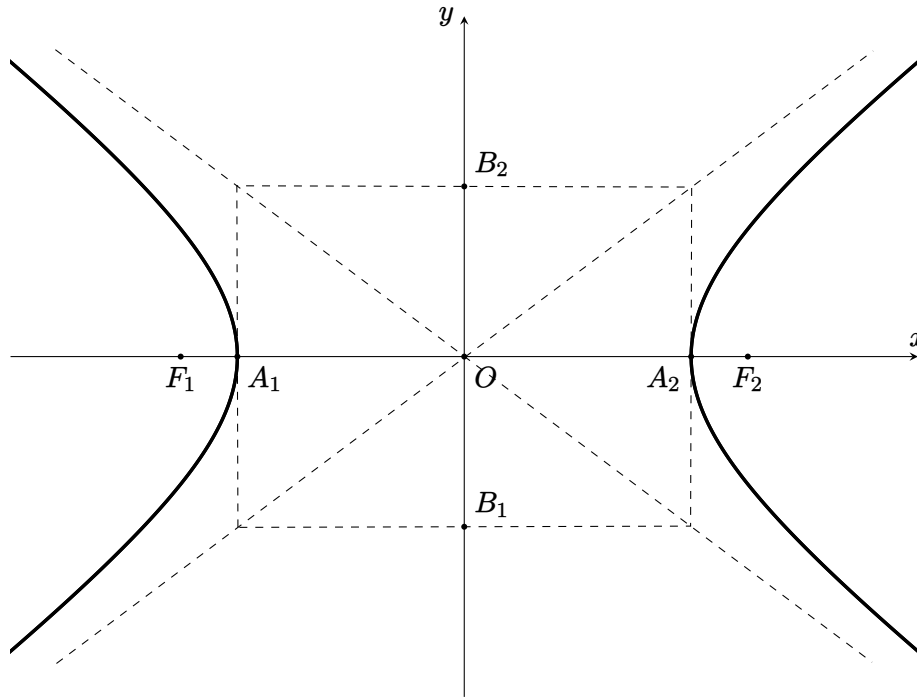
Hyperbol là tập hợp các điểm M trong mặt phẳng sao cho $|MF_1 - MF_2| = 2a$ với $a < c$.

F_1, F_2 được gọi là hai tiêu điểm của elip.

- Độ dài $F_1F_2 = 2c$ được gọi là tiêu cự của elip.

1.2.2 Phương trình chính tắc của hyperbol

Phương trình chính tắc của hyperbol (H): $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $b = \sqrt{c^2 - a^2}$.



Đặc điểm

- Tiêu điểm: $F_1(-c; 0)$, $F_2(c; 0)$.
- Tiêu cự: $F_1F_2 = 2c$.
- Trục thực: $A_1A_2 = 2a$.
- Trục ảo: $B_1B_2 = 2b$.
- Đỉnh: $A_1(-a; 0)$, $A_2(a; 0)$.
- Tâm đối xứng: gốc O .

1.3 Parabol

1.3.1 Định nghĩa parabol

Cho một điểm cố định F và một đường thẳng Δ cố định không đi qua F .

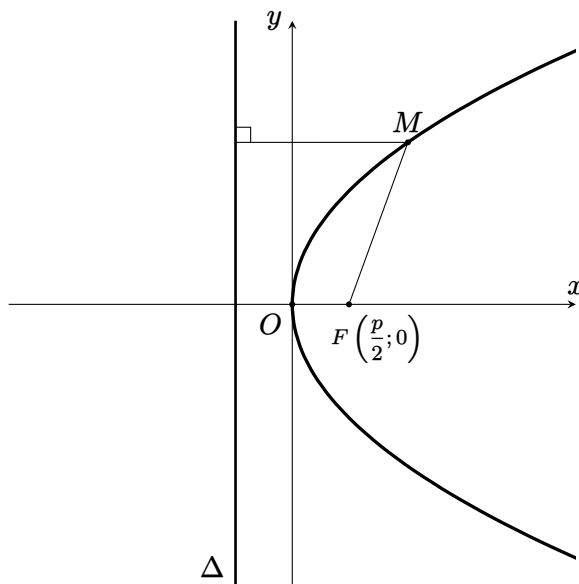
Parabol là tập hợp các điểm M cách đều cả F lẫn Δ .

F gọi là tiêu điểm và Δ gọi là đường chuẩn của parabol.

1.3.2 Phương trình chính tắc của parabol

Cho parabol (P) có tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$ và đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{p}{2}$.

Phương trình chính tắc của parabol (P): $y^2 = 2px$



Đặc điểm

- Tiêu điểm: $F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$
- Đường chuẩn $\Delta : x = -\frac{p}{2}$.
- Đỉnh: gốc $O(0; 0)$.
- Trục đối xứng: Ox .
- Tham số tiêu: p .

2 BÀI TẬP THỰC HÀNH

2.1 Câu hỏi trắc nghiệm

Câu 1. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của elip?

- ☐ A $\frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{2^2} = 1.$
☐ B $\frac{x^2}{2^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1.$
☐ C $\frac{x^2}{6} + y^2 = 1.$
☐ D $\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1.$

Câu 2. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của hyperbol?

- ☐ A $\frac{x^2}{16} - y^2 = -1.$
☐ B $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = -1.$
☐ C $x^2 + \frac{y^2}{3^2} = 1.$
☐ D $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1.$

Câu 3. Phương trình chính tắc của elip có hai đỉnh là $(-3; 0)$, $(3; 0)$ và hai tiêu điểm là $(-1; 0)$, $(1; 0)$ là

- ☐ A $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1.$
☐ B $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{9} = 1.$
☐ C $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1.$
☐ D $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{9} = 1.$

Câu 4. Phương trình chính tắc của hyperbol có hai đỉnh là $(-4; 0)$, $(4; 0)$ và hai tiêu điểm là $(-5; 0)$, $(5; 0)$ là

- ☐ A $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1.$
☐ B $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1.$
☐ C $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1.$
☐ D $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1.$

Câu 5. Phương trình chính tắc của parabol có tiêu điểm $(2; 0)$ là

- ☐ A $y^2 = 8x.$
☐ B $y = 2x^2.$
☐ C $y^2 = 4x.$
☐ D $y^2 = 2x.$

2.2 Câu hỏi tự luận

Câu 1. Viết phương trình chính tắc của elip (E) có tiêu cự bằng 18 và độ dài trục lớn bằng 24.

Câu 2. Viết phương trình chính tắc của elip (E) có độ dài trục lớn bằng 20 và có đỉnh $B_1(0; -8)$.

Câu 3. Viết phương trình chính tắc của elip (E) có tiêu điểm $F_2(12; 0)$ và có độ dài trục nhỏ bằng 10.

Câu 4. Xác định tọa độ các đỉnh, tiêu điểm, tiêu cự, độ dài các trục của các elip sau:

a) (E) : $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

b) (E) : $9x^2 + 25y^2 = 225$.

Câu 5. Xác định tọa độ các đỉnh, tiêu điểm, tiêu cự, độ dài các trục của các elip sau:

a) (E) : $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$;

b) (E) : $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1$;

c) (E) : $9x^2 + 25y^2 = 225$;

d) $x^2 + 4y^2 = 1$.

Câu 6. Tìm tọa độ các đỉnh, các tiêu điểm, tiêu cự, độ dài các trục của các hyperbol sau:

a) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{144} = 1$;

b) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 7. Tìm tọa độ tiêu điểm, phương trình đường chuẩn của các parabol sau:

a) $y^2 = 4x$;

b) $y^2 = 2x$;

c) $y^2 = -6x$.

Câu 8. Viết phương trình chính tắc của parabol thỏa mãn các điều kiện:

a) có tiêu điểm $(8; 0)$;

b) Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn bằng 4.

Câu 9. Lập phương trình chính tắc của mỗi đường conic trong các trường hợp sau:

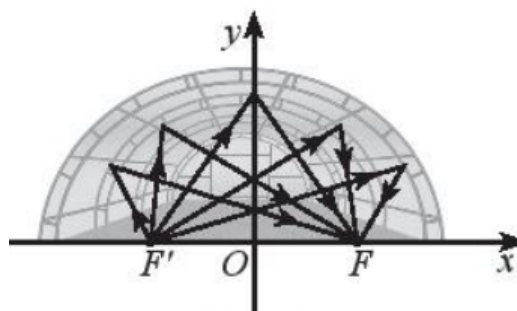
a) elip có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(11; 0)$;

b) elip đi qua hai điểm $M(0; 3)$ và $N\left(3; -\frac{12}{5}\right)$;

c) hyperbol có một tiêu điểm $F_2(2; 0)$ và đi qua điểm $A(1; 0)$;

d) parabol có tiêu điểm $F(6; 0)$.

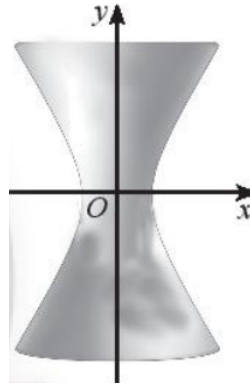
Câu 10. Một mái vòm nhà hát có mặt cắt là một nửa elip. Cho biết khoảng cách giữa hai tiêu điểm là $F'F = 100m$ và chiều dài của đường đi của một tia sáng từ F' đến mái vòm rồi phản xạ về F là 180m. Viết phương trình chính tắc của elip đó.



Câu 11. Một mái nhà vòm có mặt cắt hình nửa elip cao 6m và rộng 16m.

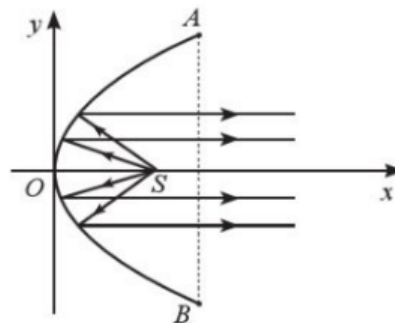
- Hãy chọn hệ tọa độ thích hợp và viết phương trình chính tắc của elip nói trên;
- Tính khoảng cách thẳng đứng từ một điểm cách chân vách 4m lên đến mái vòm.

Câu 12. Một tháp triển lãm có mặt cắt hình hyperbol có phương trình $\frac{x^2}{18^2} - \frac{y^2}{36^2} = 1$.



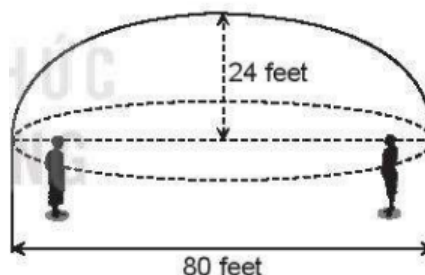
Cho biết chiều cao của tháp là 80m và khoảng cách từ nóc tháp đến tâm đối xứng của hyperbol bằng khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy. Tính bán kính nóc và bán kính đáy của tháp.

Câu 13. Hình vẽ bên dưới mô phỏng mặt cắt ngang của một chiếc đèn có dạng parabol trong mặt phẳng Oxy .



Hình parabol có chiều rộng giữa hai mép vành là $AB = 40$ cm và chiều sâu $h = 30$ cm (h là khoảng cách từ O đến AB). Bóng đèn nằm ở tiêu điểm S . Viết phương trình chính tắc của parabol đó.

Câu 14. Hình vẽ bên dưới minh họa một Căn phòng Thì thầm với mặt cắt ngang là một hình bán elip. Khi một âm thanh khẽ phát ra từ một tiêu điểm của phòng thì thầm thì âm thanh đó có thể được nghe thấy tại tiêu điểm còn lại.



Biết phòng thì thầm có chiều cao 24 feet và chiều rộng 80 feet. Hỏi hai người nói thầm qua lại với nhau thì mỗi người sẽ cách trung tâm của phòng bao nhiêu mét? Biết 1 feet = 0,3048 m.

§1. KHÔNG GIAN MẪU VÀ BIẾN CỐ

1 Lý thuyết

1.1 Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu

- *Phép thử ngẫu nhiên* (gọi tắt là *phép thử*) là một hoạt động mà ta không thể biết trước được kết quả của nó.
- *Không gian mẫu* là tập hợp tất cả kết quả có thể xảy ra của phép thử ngẫu nhiên.
- Kí hiệu không gian mẫu: Ω .

1.2 Biến cố

- Biến cố là một sự kiện xảy ra liên quan đến một phép thử ngẫu nhiên.
- Mỗi tập con của không gian mẫu được gọi là một biến cố.
- Kí hiệu: $A, B, C, \dots$
- Mỗi kết quả thuộc biến cố A được gọi là kết quả thuận lợi cho biến cố A xảy ra.
- *Biến cố chắc chắn* là biến cố luôn luôn xảy ra, kí hiệu là Ω .
- *Không có không thể* là biến cố không bao giờ xảy ra, kí hiệu là $\emptyset$.

2 BÀI TẬP THỰC HÀNH

Câu 1. Bạn Dương muốn gọi điện cho bạn Thùy nhưng Dương quên mất chữ số cuối cùng của số điện thoại. Dương đành chọn ngẫu nhiên một chữ số cho chữ số cuối cùng để gọi thử.

- a) Mô tả không gian mẫu của phép thử.
- b) Gọi A là biến cố “Chữ số Dương chọn là số chẵn”. Viết tập hợp mô tả biến cố A .
- c) Gọi B là biến cố “Chữ số Dương chọn là số nguyên tố”. Hỏi có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố B ?

Câu 2. Tung một đồng xu cân đối và đồng chất ba lần liên tiếp.

- a) Mô tả không gian mẫu của phép thử.
- b) Mô tả biến cố A : “Lần thứ hai xuất hiện mặt ngửa”.
- c) Mô tả biến cố B : “Mặt sấp xuất hiện đúng hai lần”.

Câu 3. Một hộp chứa 8 quả bóng được đánh số lần lượt từ 1 đến 8. Thùy và Dương mỗi người lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng trong bình.

- a) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi của biến cố “Tổng hai số ghi trên hai quả bóng lấy ra bằng 8”?
- b) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi của biến cố “Tích hai số ghi trên hai quả bóng lấy ra là một số chia hết cho 3”?

§2. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

1 Lý thuyết

1.1 Xác suất của biến cố

- Cho A là biến cố của một phép thử có hữu hạn kết quả có cùng khả năng xảy ra.
- Gọi $n(\Omega)$ là số phần tử của không gian mẫu.
- Gọi $n(A)$ là số phần tử của biến cố A .
- Xác suất xảy ra của biến cố A : $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$

Nhận xét

- a) $P(\Omega) = 1$
- b) $P(\emptyset) = 0$.
- c) $0 \leq P(A) \leq 1$, với mọi biến cố A .

1.2 Biến cố đối

- Cho A là một biến cố.
- Biến cố đối của A là biến cố “Không xảy ra A ”.
- Kí hiệu: $\bar{A}$.

Nhận xét.

- a) $\bar{A} = \Omega \setminus A$.
- b) $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

1.3 Nguyên lý xác suất bé

Nếu một biến cố có xác suất rất bé thì trong một phép thử, biến cố đó xem như không xảy ra.

2 BÀI TẬP THỰC HÀNH

2.1 Câu hỏi trắc nghiệm

Câu 1. Chọn ngẫu nhiên một số trong 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số chẵn bằng

- (A) $\frac{8}{15}$. (B) $\frac{1}{2}$. (C) $\frac{7}{15}$. (D) $\frac{7}{8}$.

Câu 2. Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

- (A) $\frac{5}{22}$. (B) $\frac{1}{22}$. (C) $\frac{2}{7}$. (D) $\frac{7}{44}$.

Câu 3. Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

- (A) $\frac{1}{6}$. (B) $\frac{1}{5}$. (C) $\frac{1}{30}$. (D) $\frac{2}{5}$.

- Câu 4.** Từ một hộp chứa 16 quả cầu gồm 7 quả màu đỏ và 9 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được hai quả có màu khác nhau bằng
- (A) $\frac{21}{40}$. (B) $\frac{7}{40}$. (C) $\frac{2}{15}$. (D) $\frac{3}{10}$.
- Câu 5.** Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[40; 60]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng
- (A) $\frac{2}{5}$. (B) $\frac{3}{5}$. (C) $\frac{4}{7}$. (D) $\frac{3}{7}$.
- Câu 6.** Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[30; 50]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng
- (A) $\frac{13}{21}$. (B) $\frac{10}{21}$. (C) $\frac{11}{21}$. (D) $\frac{8}{21}$.
- Câu 7.** Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 19 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số lẻ bằng
- (A) $\frac{10}{19}$. (B) $\frac{5}{19}$. (C) $\frac{9}{19}$. (D) $\frac{4}{19}$.
- Câu 8.** Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 17 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số chẵn bằng
- (A) $\frac{9}{17}$. (B) $\frac{9}{34}$. (C) $\frac{8}{17}$. (D) $\frac{7}{34}$.
- Câu 9.** Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn là
- (A) $\frac{1}{2}$. (B) $\frac{12}{25}$. (C) $\frac{13}{25}$. (D) $\frac{313}{625}$.
- Câu 10.** Một hộp chứa 15 quả cầu gồm 6 quả màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6 và 9 quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 9. Lấy ngẫu nhiên hai quả từ hộp đó, xác suất để lấy được hai quả khác màu đồng thời tổng hai số ghi trên chúng là số chẵn bằng
- (A) $\frac{4}{35}$. (B) $\frac{9}{35}$. (C) $\frac{1}{7}$. (D) $\frac{18}{35}$.

2.2 Câu hỏi tự luận

Câu 1. Văn phòng A có 11 nhân viên nam và 14 nhân viên nữ, trong đó có chị Lan. Chọn ngẫu nhiên 5 nhân viên để làm đội văn nghệ cuối năm. Tính xác suất của các biến cố:

- Trong 5 người được chọn có 3 nhân viên nam;
- Có nhiều nhân viên nữ được chọn hơn nhân viên nam;
- Có ít nhất một người được chọn là nam.
- chị Lan được chọn.

Câu 2. Một hộp có 10 tấm thẻ có kích thước như nhau và được đánh số từ 1 đến 10, mỗi thẻ chỉ ghi đúng một số. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 thẻ từ hộp. Tính xác suất để tích các số ghi trên 3 thẻ chia hết cho 5.

Câu 3. An, Bình, Dương cùng 3 bạn khác xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang để chụp ảnh. Tính xác suất để

- An và Dương đứng ở hai đầu hàng;
- Bình và Dương đứng cạnh nhau;
- An, Bình và Dương đứng cạnh nhau.

Câu 4. Một lớp có 36 học sinh trong đó có 16 nam. Trong các em nam có 3 em thuận tay trái, trong các em nữ có 4 em thuận tay trái. Chọn ngẫu nhiên hai em. Tính xác suất để hai em được chọn có một em nữ không thuận tay trái và một em nam thuận tay trái.

Câu 5. Có ba chiếc hộp, trong đó hộp *I* có 1 viên bi đỏ, 1 viên bi xanh, 1 viên bi vàng; hộp *II* có 1 viên bi xanh, 1 viên bi vàng; hộp *III* có một viên bi đỏ và 1 viên bi xanh. Tất cả các viên bi đều cùng kích thước. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi. Sử dụng biến cố đối, tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất 1 viên bi đỏ.

Câu 6. Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca, tính xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ.

Câu 7. Có 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có 1 tấm thẻ chia hết cho 10.

Câu 8. Có 9 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 9. Chọn ngẫu nhiên ra 2 tấm thẻ. Tính xác suất để tích của 2 số trên 2 tấm thẻ là một số chẵn.

Câu 9. Có ba bó hoa. Bó thứ nhất có 8 bông hoa hồng, bó thứ hai có 7 bông hoa ly, bó thứ ba có 6 bông hoa huệ. Chọn ngẫu nhiên 7 bông hoa từ ba bó trên để cắm vào lọ hoa. Tính xác suất để trong 7 bông hoa được chọn có số hoa hồng bằng số hoa ly.

Câu 10. Một hộp có 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp, tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đủ màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

Câu 11. Một người bấm số gọi điện thoại nhưng quên hai số cuối của số điện thoại và chỉ nhớ hai chữ số đó khác nhau. Tính xác suất của biến cố “Người đó bấm thử 1 lần được đúng số điện thoại cần gọi”.

Câu 12. Có 3 bông hoa màu trắng, 4 bông hoa màu vàng và 6 bông hoa màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên 4 bông hoa từ số hoa trên. Tính xác suất để 4 bông được chọn có đủ ba màu.

Câu 13. Bốn đội bóng *A, B, C, D* lọt vào vòng bán kết của một giải đấu bóng đá. Ban tổ chức bốc thăm chia 4 đội này thành 2 cặp đấu một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất để hai đội *A* và *D* thi đấu với nhau ở trận bán kết.

Câu 14. Có ba chiếc hộp. Hộp thứ nhất chứa 5 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 5, hộp thứ hai chứa 6 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 6, hộp thứ ba chứa 7 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 7. Từ mỗi hộp rút ngẫu nhiên một tấm thẻ. Tính xác suất để tổng ba số ghi trên ba tấm thẻ bằng 15.

Câu 15. Lớp học của bạn Thùy và Dương có 28 học sinh. Cô giáo chia các bạn vào 4 tổ, mỗi tổ có 7 học sinh một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất để Thùy và Dương ở hai tổ khác nhau.