

Câu 1 (4,0 điểm). Cho $A = (-\infty; m]$, $B = [3 - m; 10)$. Tìm m để $B \setminus A$ có ít nhất 5 số nguyên?

Câu 2 (4,0 điểm). Năm ngoái tổng dân số của hai tỉnh A và B là 4 triệu người. Dân số tỉnh A năm nay tăng 1,2 % còn tỉnh B tăng 1,1 %, tổng dân số của hai tỉnh năm nay là 4 045 000 người. Tính dân số của mỗi tỉnh năm nay?

Câu 3 (4,0 điểm). Mặc dù Bún bò Huế là một đặc sản của ẩm thực Huế nhưng lại là món ăn rất được yêu thích của người dân TP. Hồ Chí Minh. Hương vị đặc biệt của món ăn này chủ yếu là ở vị cay nồng, mùi sả đặc trưng của nước lèo. Vốn là một hương vị Huế không lẫn vào đâu được và chính điều đó khiến người ăn cứ nhớ mãi về món ăn này.



Quán nhà bạn An dùng 2 chiếc nồi hình trụ có bán kính đáy nồi là 0,3m, chiều cao nồi là 0,8m để nấu nước lèo bún bò Huế. Sau khi vớt xương và các gia vị thì lượng nước lèo trong nồi chiếm 90% thể tích nồi

- Tính thể tích lượng nước lèo trong 2 nồi nhà bạn An nấu, biết lượng nước lèo ở 2 nồi là như nhau (ghi kết quả đến cm^3).
- Để bán bún bò, mỗi lần bán 1 tô bún, mẹ bạn An dùng cái vá có dạng nửa hình cầu bán kính 6,5cm và múc đúng 1 vá đầy cho mỗi tô. Giả sử mẹ bạn An múc hết sạch lượng nước lèo đã nấu, hỏi sau khi bán hết bún bò thì quán nhà bạn An thu được bao nhiêu tiền? Biết giá 1 tô bún bò là 35 000 đồng.

Biết rằng: công thức tính thể tích hình trụ là $V = 3,14 \cdot r^2 h$

và công thức tính thể tích hình cầu là $V = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot R^3$.

Câu 4 (4,0 điểm). Một siêu thị chạy chương trình khuyến mãi cho nước tăng lực có giá niêm yết là 9000 (đồng/lon) như sau:

- Nếu mua 1 lon thì không giảm giá.
- Nếu mua 2 lon thì lon thứ hai được giảm 500 đồng

- Nếu mua 3 lon thì lon thứ hai được giảm 500 đồng và lon thứ ba được giảm giá 10%.

- Nếu mua trên 3 lon thì lon thứ hai được giảm 500 đồng, lon thứ ba được giảm 10% và những lon thứ tư trở đi đều được giảm thêm 2% trên giá đã giảm của lon thứ ba.

a) Khánh mua 3 lon nước tăng lực trên thì phải thanh toán số tiền là bao nhiêu?

b) Hòa phải trả 422500 đồng để thanh toán khi mua những lon nước tăng lực trên. Hòa đã mua bao nhiêu lon nước?

Câu 5 (4,0 điểm). Trong một khoảng thời gian nhất định, tại một địa phương. Đài khí tượng thủy văn đã thống kê được: số ngày có mưa: 10 ngày; số ngày có gió to: 8 ngày; số ngày lạnh: 6 ngày; số ngày có mưa và gió to: 5 ngày; số ngày có mưa và lạnh: 4 ngày; số ngày lạnh và có gió to: 3 ngày; số ngày có mưa, lạnh và có gió to: 1 ngày.

Hỏi trong khoảng thời gian đó, địa phương trên có bao nhiêu ngày có thời tiết xấu ? giả sử rằng ngày thời tiết xấu là ngày có mưa hoặc có gió hoặc lạnh.

----- **HẾT** -----

Học sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh:Số báo danh:.....

Chữ kí của giám thị 1:Chữ kí của giám thị 2:.....

THANG ĐIỂM VÀ ĐÁP ÁN THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN KHỐI 10

Câu 1 (4,0 điểm). Cho $A = (-\infty; m]$, $B = [3 - m; 10)$. Tìm m để $B \setminus A$ có ít nhất 5 số nguyên.

Lời giải:

+ Nếu $m < 3 - m \Leftrightarrow m < \frac{3}{2}$ thì $B \setminus A = [3 - m; 10)$. Tập này chứa ít nhất 5 số nguyên khi

$3 - m \leq 5 \Leftrightarrow m \geq -2$. Kết hợp điều kiện đang xét ta được $-2 \leq m < \frac{3}{2}$.

+ Nếu $m \geq 3 - m \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{2}$ thì $B \setminus A = (m; 10)$. Tập này chứa ít nhất 5 số nguyên khi $m < 5$.

Kết hợp điều kiện đang xét ta được $\frac{3}{2} \leq m < 5$.

Vậy điều kiện cần tìm là $-2 \leq m < 5$.

Câu 2 (4,0 điểm). Năm ngoái tổng dân số của hai tỉnh A và B là 4 triệu người. Dân số tỉnh A năm nay tăng 1,2 % còn tỉnh B tăng 1,1 %, tổng dân số của hai tỉnh năm nay là 4 045 000 người. Tính dân số của mỗi tỉnh năm nay?

Lời giải:

Gọi dân số năm ngoái của tỉnh A là x (x nguyên dương), $x < 4$ triệu.

Gọi dân số năm ngoái của tỉnh B là y (y nguyên dương), $y < 4$ triệu

Vì dân số năm ngoái của hai tỉnh năm ngoái là 4 triệu do đó ta có phương trình (1)

$$x + y = 4$$

Vì dân số năm nay của tỉnh A năm nay tăng 1,2%, tỉnh B tăng 1,1 %

do đó ta có phương trình (2) là:

$$\frac{1,2x}{100} + \frac{1,1y}{100} = 0,045$$

Theo bài ra ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ \frac{1,2x}{100} + \frac{1,1y}{100} = 0,045 \end{cases} ;$$

Giải hệ phương trình ta được:
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy dân số của tỉnh A năm nay là 1 012 000 người, tỉnh B năm nay là 3 033 000 người.

Câu 3 (4,0 điểm). Mặc dù Bún bò Huế là một đặc sản của ẩm thực Huế nhưng lại là món ăn rất được yêu thích của người dân TP. Hồ Chí Minh. Hương vị đặc biệt của món ăn này chủ yếu là ở vị cay nồng, mùi sả đặc trưng của nước lèo. Vốn là một hương vị Huế không lẫn vào đâu được và chính điều đó khiến người ăn cứ nhớ mãi về món ăn này.



Quán nhà bạn An dùng 2 chiếc nồi hình trụ có bán kính đáy nồi là 0,3m, chiều cao nồi là 0,8m để nấu nước lèo bún bò Huế. Sau khi vớt xương và các gia vị thì lượng nước lèo trong nồi chiếm 90% thể tích nồi

- Tính thể tích lượng nước lèo trong 2 nồi nhà bạn An nấu, biết lượng nước lèo ở 2 nồi là như nhau (*ghi kết quả đến cm^3*).
- Để bán bún bò, mỗi lần bán 1 tô bún, mẹ bạn An dùng cái vá có dạng nửa hình cầu bán kính 6,5cm và múc đúng 1 vá đầy cho mỗi tô. Giả sử mẹ bạn An múc hết sạch lượng nước lèo đã nấu, hỏi sau khi bán hết bún bò thì quán nhà bạn An thu được bao nhiêu tiền? Biết giá 1 tô bún bò là 35 000 đồng.

Biết rằng: công thức tính thể tích hình trụ là $V = 3,14.r^2h$

$$\text{và công thức tính thể tích hình cầu là } V = \frac{4}{3}.3,14.R^3.$$

Lời giải

a) Đổi $0,3m = 30cm$, $0,8m = 80cm$

Thể tích 2 nồi nước lèo nhà bạn An nấu

$$2.3,14.30^2.80.90\% = 406944 (cm^3)$$

b) Thể tích 1 vá nước lèo là

$$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 6,5^3 \approx 574,88 cm^3$$

+ Số tô bún bò nhà bạn An bán được: $406944 : 574,88 \approx 707,9 \approx 707$ (tô)

+ Sau khi bán hết bún bò thì quán nhà bạn An thu được số tiền là:

$$707.35\,000 = 24\,745\,000 (\text{đồng})$$

Câu 4 (4,0 điểm). Một siêu thị chạy chương trình khuyến mãi cho nước tăng lực có giá niêm yết là 9000 (đồng/lon) như sau:

- Nếu mua 1 lon thì không giảm giá.
 - Nếu mua 2 lon thì lon thứ hai được giảm 500 đồng
 - Nếu mua 3 lon thì lon thứ hai được giảm 500 đồng và lon thứ ba được giảm giá 10%.
 - Nếu mua trên 3 lon thì lon thứ hai được giảm 500 đồng, lon thứ ba được giảm 10% và những lon thứ tư trở đi đều được giảm thêm 2% trên giá đã giảm của lon thứ ba.
- a) Khánh mua 3 lon nước tăng lực trên thì phải thanh toán số tiền là bao nhiêu?
- b) Hòa phải trả 422500 đồng để thanh toán khi mua những lon nước tăng lực trên.
- Hòa đã mua bao nhiêu lon nước.

Lời giải:

a) Khánh mua 3 lon nước tăng lực trên thì phải thanh toán số tiền là bao nhiêu?

Số tiền phải thanh toán cho 3 lon nước tăng lực là:

$$9000 + (9000 - 500) + 90\% \cdot 9000 = 25600 \text{ (đồng)}$$

b) Gọi số lon nước Hòa đã mua là x ($x \in \mathbb{N}^*$, lon)

Theo đề bài ta có phương trình:

$$25600 + 98\% \cdot (90\% \cdot 9000) \cdot (x - 3) = 422500$$

$$\Leftrightarrow 25600 + 7938(x - 3) = 422500$$

$$\Leftrightarrow 7938x = 420714$$

$$\Leftrightarrow x = 53 \text{ (nhận)}$$

Vậy Hòa đã mua 53 (lon).

Câu 5 (4,0 điểm). Trong một khoảng thời gian nhất định, tại một địa phương. Đài khí tượng thủy văn đã thống kê được: số ngày có mưa: 10 ngày; số ngày có gió to: 8 ngày; số ngày lạnh: 6 ngày; số ngày có mưa và gió to: 5 ngày; số ngày có mưa và lạnh: 4 ngày; số ngày lạnh và có gió to: 3 ngày; số ngày có mưa, lạnh và có gió to: 1 ngày.

Hỏi trong khoảng thời gian đó, địa phương trên có bao nhiêu ngày có thời tiết xấu ? giả sử rằng ngày thời tiết xấu là ngày có mưa hoặc có gió hoặc lạnh.

Lời giải:

Ký hiệu A là tập hợp những ngày có mưa, B là tập hợp những ngày có gió to, C là tập hợp những ngày lạnh.

Theo giả thiết ta có: $n(A) = 10$, $n(B) = 8$, $n(C) = 6$,

$$n(A \cap B) = 5, \quad n(A \cap C) = 4, \quad n(B \cap C) = 3, \quad n(A \cap B \cap C) = 1.$$

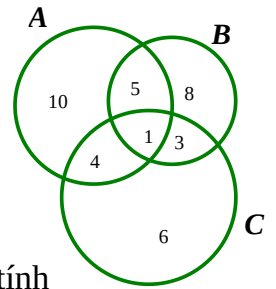
Để tìm số ngày thời tiết xấu ta sử dụng biểu đồ Ven (hình vẽ). Ta cần tính $n(A \cup B \cup C)$.

Ta có:

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\ &= 10 + 8 + 6 - (5 + 4 + 3) + 1 = 13 \end{aligned}$$

Vậy số ngày thời tiết xấu là 13 ngày.

---HẾT---



Ngày thi: 28/9/2024 – Thời gian: 120 phút

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 02 trang)

Câu 1 (4 điểm):

a) Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ và $-\frac{3\pi}{2} < \alpha < -\pi$. Tính $\cos 2\alpha$, $\sin \frac{\alpha}{2}$.

b) Với mọi $x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$). Chứng minh rằng: $\tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{1 + \sin 2x}{\cos 2x}$.

Câu 2 (3 điểm): Cho tứ diện $ABCD$. Gọi O là điểm bên trong tam giác BCD , M là điểm trên AO . Hãy tìm giao tuyến giữa hai mặt phẳng (MCD) và (ABD) .

Câu 3 (3 điểm): Một gia đình dự định trồng rau và hoa trên một mảnh đất có diện tích 8 ha. Nếu trồng 1 ha rau thì cần 20 ngày công và thu lợi 3 triệu. Nếu trồng hoa thì cần 30 ngày công và thu lợi 4 triệu. Biết rằng, gia đình chỉ có thể sử dụng không quá 180 ngày công cho công việc trồng rau và hoa. Tìm số lợi nhuận cao nhất từ việc gia đình trồng rau và hoa nói trên?

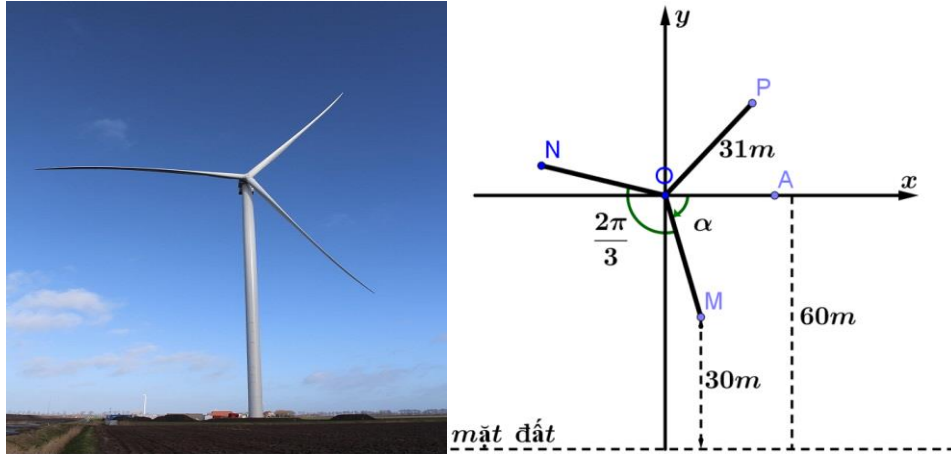
Câu 4 (3 điểm): Có 10 tấm bìa khác nhau ghi 10 chữ “NƠI”, “NÀO”, “CÓ”, “Ý”, “CHÍ”, “NƠI”, “ĐÓ”, “CÓ”, “CON”, “ĐƯỜNG”. Một người xếp ngẫu nhiên 10 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để xếp các tấm bìa được dòng chữ “NƠI NÀO CÓ Ý CHÍ NƠI ĐÓ CÓ CON ĐƯỜNG”.

Câu 5 (3 điểm): Bạn Hà cần làm một khung ảnh hình chữ nhật sao cho phần trong của khung là hình chữ nhật có kích thước $17\text{cm} \times 25\text{cm}$, độ rộng viền xung quanh là x (cm) (tham khảo hình vẽ).

Hỏi bạn Hà cần phải làm độ rộng viền khung ảnh tối đa bao nhiêu cm để diện tích của cả khung ảnh lớn nhất là 513cm^2 ?



Câu 6 (4 điểm): Trong hình bên dưới, ba điểm M, N, P nằm ở đầu các cánh quạt của tua-bin gió. Biết các cánh quạt dài $31m$, độ cao của điểm M so với mặt đất là $30m$, khoảng cách từ trục quay của tua-bin tới mặt đất là $60m$. Biết góc giữa các cánh quạt là $\frac{2\pi}{3}$ và số đo góc (OA, OM) là α như hình vẽ



- Tính $\sin \alpha$ và $\cos \alpha$.
- Tính chiều cao của các điểm N và P so với mặt đất (theo đơn vị mét). Làm tròn kết quả đến hàng phần chục.

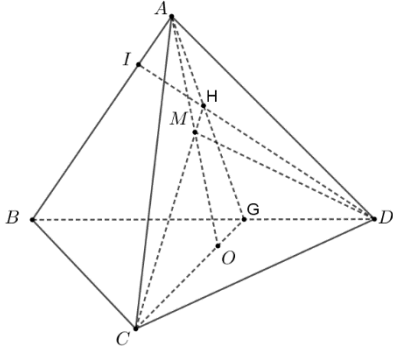
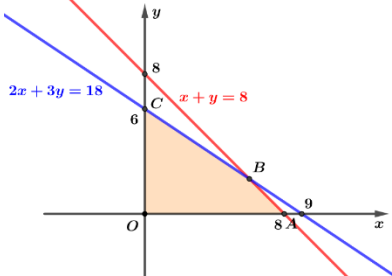
----- **HẾT** -----

Học sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh:Số báo danh:

Chữ kí của giám thị 1:Chữ kí của giám thị 2:

THANG ĐIỂM ĐÁP ÁN THI HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG MÔN TOÁN KHỐI 11

1a) Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ và $-\frac{3\pi}{2} < \alpha < -\pi$. Tính $\cos 2\alpha, \sin \frac{\alpha}{2}$.	2 điểm	
$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 = -\frac{7}{25}$.	0.5	
$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = -\frac{3}{5}$.	0.5	
$-\frac{3}{5} = 1 - 2\sin^2 \frac{\alpha}{2} \Leftrightarrow \sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin \frac{\alpha}{2} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$.	1	
b) Với mọi $x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$. Chứng minh rằng: $\tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{1 + \sin 2x}{\cos 2x}$.	2 điểm	
$VT = \tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x} = \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} = \frac{(\cos x + \sin x)^2}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{1 + \sin 2x}{\cos 2x} = VP$.	0.5x4	
Câu 2 (3 điểm): Cho tứ diện $ABCD$. Gọi O là điểm bên trong tam giác BCD , M là điểm trên AO .		
		
$D \in (MCD) \cap (ABD)$ (1)	0.5	
Gọi $G = CO \cap BD, H = MC \cap AG$	0.5	
$H \in AG, AG \subset (ABD); H \in CM, CM \subset (MCD)$. Suy ra $H \in (MCD) \cap (ABD)$ (2)	1.5	
$(1)(2) \Rightarrow (MCD) \cap (ABD) = DH$	0.5	
Câu 3 (3 điểm): Gọi $x, y (x \geq 0, y \geq 0)$ lần lượt là số ha đất trồng rau và hoa.		
Diện tích đất trồng canh tác không vượt quá 8 ha nên ta có: $x + y \leq 8$.	0.25	
Số ngày công sử dụng không vượt quá 180 ngày nên $20x + 30y \leq 180$.	0.25	
Từ đó, ta có hệ bất phương trình: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 8 \\ 20x + 30y \leq 180 \end{cases} \quad (1)$		1
Miền nghiệm của hệ bất phương trình trên là miền trong của tứ giác $OABC$, kể cả 4 cạnh của tứ giác đó, với $O(0;0), A(8;0), B(6;2), C(0;6)$ Ta có: $T(0,0) = 0; T(8;0) = 21; T(6;2) = 26; T(0;6) = 24$		1

[illegible]

Câu 1. (4,0 điểm) Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt[3]{5x+3} \cdot \sqrt{2x-1}}{x-1}$

Câu 2. (4,0 điểm) Một công ty tuyển dụng nhân viên với hợp đồng 10 năm và nhân viên được chọn trả lương theo 1 trong 2 phương án sau:

Phương án 1: Lương khởi điểm 8 triệu đồng /1 tháng và cứ sau 1 quý (1 quý = 3 tháng) lương sẽ tăng thêm 500.000 đồng / 1 tháng so với lương tháng của quý trước đó

Phương án 2: Lương khởi điểm 8 triệu đồng /1 tháng và cứ sau 1 quý (1 quý = 3 tháng) lương sẽ tăng thêm 5% so với lương tháng của quý trước đó.

Hỏi khi kết thúc hợp đồng thì nhân viên nhận tổng tiền lương phương án nào nhiều hơn và nhiều hơn bao nhiêu?

Câu 3. (4,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $AB \perp BC$, $SA = AB = 3a$, $BC = 4a$. Tính

a) Khoảng cách giữa 2 đường thẳng AB và SC .

b) Gọi α số đo của góc nhị diện $[A, SC, B]$. Tính $\cos \alpha$.

Câu 4. (4,0 điểm) Một máy bay có 5 động cơ gồm 3 động cơ bên cánh phải và 2 động cơ bên cánh trái. Mỗi động cơ bên cánh phải có xác suất bị hỏng là 0,09; mỗi động cơ bên cánh trái có xác suất bị hỏng là 0,05. Các động cơ hoạt động độc lập với nhau. Máy bay chỉ thực hiện được chuyến bay an toàn nếu có ít nhất 2 động cơ làm việc. Tính xác suất để máy bay thực hiện được chuyến bay an toàn.

Câu 5. (4,0 điểm) Một sợi dây có chiều dài $28m$ được cắt thành 2 đoạn để làm thành một hình vuông và một hình tròn. Tính chiều dài theo đơn vị m của đoạn dây làm thành hình vuông được cắt ra sao cho tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất.

----- HẾT -----

Học sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh:Số báo danh:.....

Chữ kí của giám thị 1:Chữ kí của giám thị 2:.....

ĐÁP ÁN ĐỀ HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG KHỐI 12

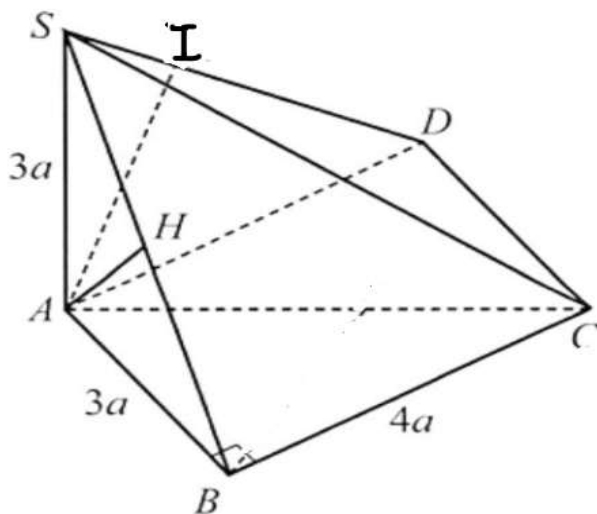
Câu	Đáp án	Điểm
1	Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt[3]{5x+3} \cdot \sqrt{2x-1}}{x-1}$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{64 - (5x+3)^2 (2x-1)^3}{(x-1)(32 + 16\sqrt[3]{5x+3}\sqrt{2x-1} + \dots (\sqrt[3]{5x+3}\sqrt{2x-1})^5)}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-20^4 - 140x^3 - 2x^2 - 49x - 73}{32 + \sqrt[3]{5x+3}\sqrt{2x-1} + \dots (\sqrt[3]{5x+3}\sqrt{2x-1})^5} = -29/12$	4,0 điểm
2	Một công ty tuyển dụng nhân viên với hợp đồng 10 năm và nhân viên được chọn trả lương theo 1 trong 2 phương án sau: Phương án 1: lương khởi điểm 8 triệu đồng /1 tháng và cứ sau 1 quý (1 quý = 3 tháng) lương sẽ tăng thêm 500000 đồng / 1 tháng so với lương tháng của quý trước đó Phương án 2: lương khởi điểm 8 triệu đồng /1 tháng và cứ sau 1 quý (1 quý = 3 tháng) lương sẽ tăng thêm 5% so với lương tháng của quý trước đó. Hỏi khi kết thúc hợp đồng thì nhân viên nhận tổng tiền lương phương án nào nhiều hơn và nhiều hơn bao nhiêu. Đáp án Tổng tiền phương án 1: $S = \frac{40(2.24 + 39.1.5)}{2} = 2130 \text{ triệu}$ Tổng tiền phương án 2: $S = \frac{24(1 - 1,05^{40})}{1 - 1,05} = 2899,194582 \text{ triệu}$ Vậy phương án 2 nhiều hơn $2899,194582 - 2130 = 769,1945818$ triệu	4,0 điểm

Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $AB \perp BC$, $SA = AB = 3a$, $BC = 4a$. Tính

a) Khoảng cách giữa 2 đường thẳng AB và SC .

b) Gọi α số đo của góc nhị diện $[A, SC, B]$. Tính $\cos \alpha$.

Đáp án



3

a)

Lấy điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành

Gọi I là hình chiếu của A trên $SD \Rightarrow AI \perp SD$.

Vì $AB \perp BC \Rightarrow ABCD$ là hình chữ nhật $\Rightarrow CD \perp AD$, mà $CD \perp SA$

Suy ra $CD \perp (SAD)$ nên $CD \perp AI$. Do đó, $AI \perp (SDC)$.

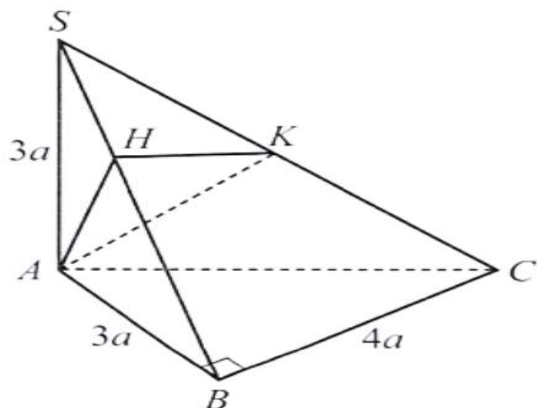
Vì $AB \parallel (SCD)$ nên $d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = AI$.

Xét $\triangle SAD$ vuông tại A có: $AI = \frac{SA \cdot AD}{SD} = \frac{3a \cdot 4a}{\sqrt{(3a)^2 + (4a)^2}} = 2,4a$.

Vậy $d(AB, SC) = 2,4a$.

b)

4,0
điểm



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SC .

Ta có $BC \perp (SAB)$ nên $BC \perp AH$.

Mà $AH \perp SB$ nên $AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC$.

Mà $SC \perp AK$ nên $SC \perp (AHK) \Rightarrow SC \perp HK$.

$\Rightarrow$ Góc $\widehat{AKH}$ là góc phẳng nhị diện của $[A, SC, B]$, hay $\widehat{AKH} = \alpha$.

Ta có: ΔSAB vuông tại A có: $AH = \frac{SA \cdot AB}{SB} = \frac{3a \cdot 3a}{3a\sqrt{2}} = \frac{3a}{\sqrt{2}}$.

ΔSAC vuông tại A có: $AK = \frac{SA \cdot AC}{SC} = \frac{3a \cdot 5a}{\sqrt{(3a)^2 + (5a)^2}} = \frac{15a}{\sqrt{34}}$.

ΔAHK vuông tại H (vì $AH \perp (SBC)$ mà $HK \subset (SBC)$)

$$\Rightarrow HK = \sqrt{AK^2 - AH^2} = \sqrt{\left(\frac{15a}{\sqrt{34}}\right)^2 - \left(\frac{3a}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{6a}{\sqrt{17}}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \cos \widehat{AKH} = \frac{HK}{AK} = \frac{\frac{6a}{\sqrt{17}}}{\frac{15a}{\sqrt{34}}} = \frac{2\sqrt{2}}{5}.$$

4	Một máy bay có 5 động cơ gồm 3 động cơ bên cánh phải và 2 động cơ bên cánh trái . Mỗi động cơ bên cánh phải có xác suất bị hỏng là 0,09; mỗi động cơ bên cánh trái có xác suất bị hỏng là 0,05. Các động cơ hoạt động độc lập với nhau. Máy bay chỉ thực hiện được chuyến bay an toàn nếu có ít nhất 2 động cơ làm việc. Tính xác suất để máy bay thực hiện được chuyến bay an toàn. Đáp án +) Gọi A là biến cố máy bay thực hiện được chuyến bay an toàn $\Rightarrow \bar{A}$ biến cố máy bay thực hiện được chuyến bay không an toàn, $\bar{A}$ xảy ra các TH sau: +) TH1: Cả 5 động cơ đều bị hỏng $\Rightarrow P_1(\bar{A}) = (0,09)^3 \cdot (0,05)^2$ +) TH2: Có 1 động cơ ở cánh phải hoạt động, các động cơ còn lại đều bị hỏng $\Rightarrow P_2(\bar{A}) = (0,09)^2 \cdot 0,91 \cdot (0,05)^2$ +) TH3: Có 1 động cơ ở cánh trái hoạt động, các động cơ còn lại đều bị hỏng $\Rightarrow P_3(\bar{A}) = (0,09)^3 \cdot (0,05) \cdot 0,95$ $\Rightarrow P(\bar{A}) = P_1(\bar{A}) + P_2(\bar{A}) + P_3(\bar{A}) = (0,09)^3 \cdot (0,05)^2 + (0,09)^2 \cdot 0,91 \cdot (0,05)^2 + (0,09)^3 \cdot (0,05) \cdot 0,95$ Do đó $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 0,9999451225$	4 điểm
5	Một sợi dây có chiều dài $28m$ được cắt thành 2 đoạn để làm thành một hình vuông và một hình tròn. Tính chiều dài theo đơn vị m của đoạn dây làm thành hình vuông được cắt ra sao cho tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất. Gọi l ($0 < l < 28$) là chiều dài đoạn dây làm thành hình vuông. Khi đó đoạn dây làm hình tròn có chiều dài là $28 - l$ Cạnh của hình vuông là $\frac{l}{4}$, bán kính hình tròn là $\frac{28-l}{2\pi}$ Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn: $S(l) = \frac{l^2}{16} + \frac{1}{4\pi}(28-l)^2 \Rightarrow S'(l) = \frac{1}{8} - \frac{1}{2\pi}(28-l)$	4 điểm

	$S'(l) = 0 \Leftrightarrow l = \frac{112}{4 + \pi}$ Lập BBT ta có S đạt GTNN bằng $\frac{196}{4 + \pi}$ khi $l = \frac{112}{4 + \pi}$	
--	--	--