TRƯỜNG THPT BÌNH CHIỂU	**KỲ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG**
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	**NĂM HỌC: 2023-2024**
(*Đề thi có 02 trang*)	**MÔN: TOÁN LỚP 10**
	Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (*4 điểm*) Năm bạn Anh, Bình, Cúc, Dũng, Đức về quê ở năm tỉnh: Bắc Ninh, Hà Nội, Cần Thơ, Nghệ An và Tiền Giang. Khi được hỏi quê ở tỉnh nào, các bạn trả lời như sau:

Anh: Tôi quê ở Bắc Ninh, còn Dũng ở Nghệ An.

Bình: Tôi cũng quê ở Bắc Ninh, còn Cúc quê ở Tiền Giang.

Cúc: Tôi cũng quê ở Bắc Ninh, còn Dũng quê ở Hà Nội.

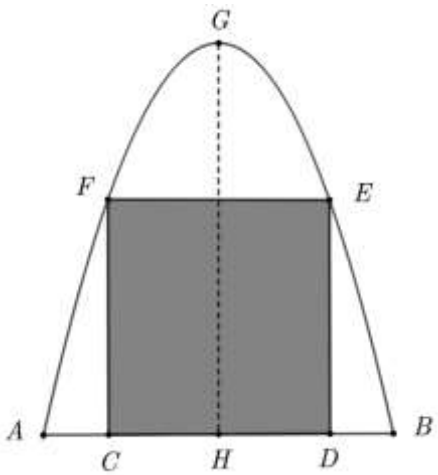
Dũng: Tôi quê ở Nghệ An, còn Đức ở Cần Thơ.

Đức: Tôi quê ở Cần Thơ, còn Anh ở Hà Nội.

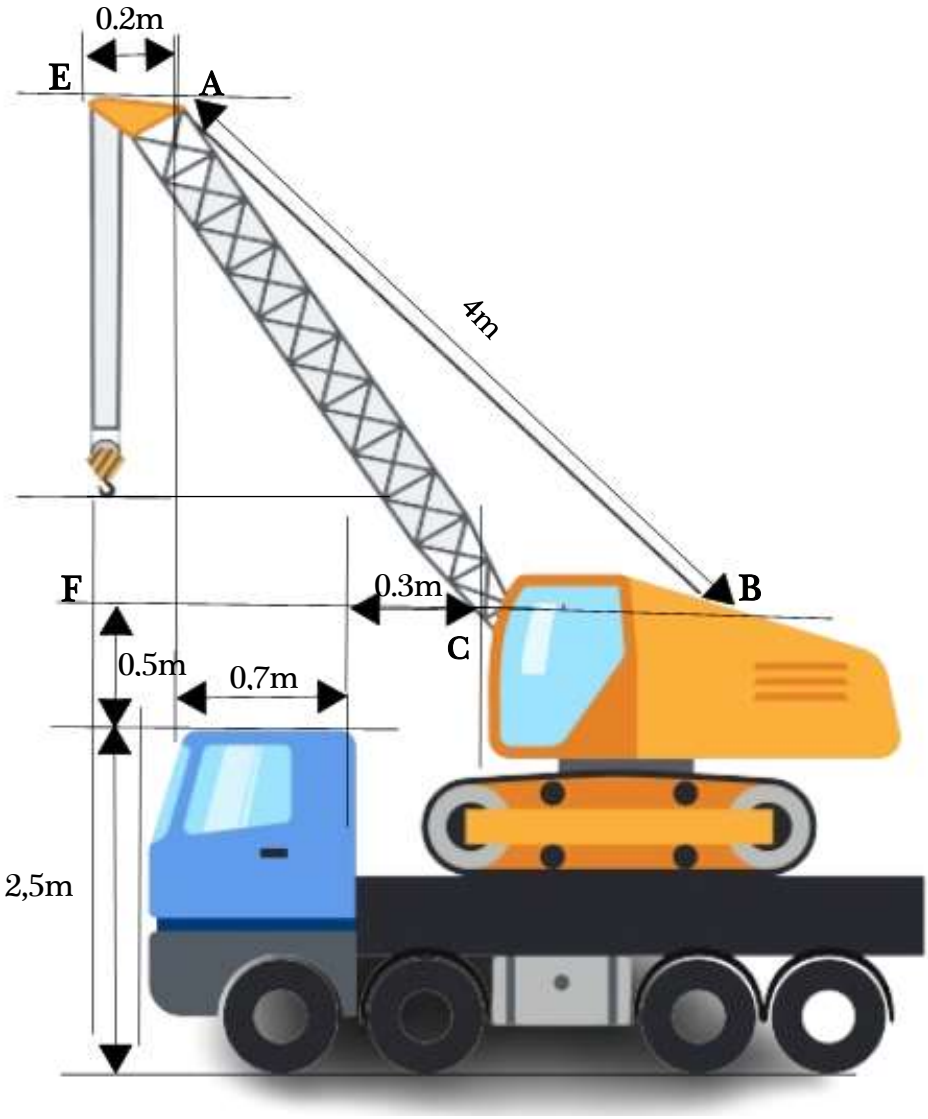
Nếu không bạn nào trả lời sai hoàn toàn thì quê của mỗi bạn ở tỉnh nào?

Câu 2 (*5 điểm*) Một công ty TNHH trong một đợt quảng cáo và bán khuyến mãi hàng hoá (một sản phẩm mới của công ty) cần thuê xe để chở 140 người và 9 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B. Trong đó xe loại A có 10 chiếc , xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu, loại B giá 3 triệu. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí vận chuyển là thấp nhất. Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng; xe B chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng.

Câu 3 (*5 điểm*) Một cái cổng hình parabol như hình vẽ. Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật CDEF tô đậm có giá 1 200 000 đồng/m^2, còn các phần để trắng làm xiên hoa có giá là 900 000 đồng/m^2. Biết diện tích của cái cổng là $\frac{32}{3}$m^2. Hỏi tổng chi phí để làm cái cổng là bao nhiêu? (*Làm tròn đến hàng trăm nghìn*).



Câu 4 (*4 điểm*) Quan sát thiết kế của cần cẩu như hình vẽ, biết rằng, dây cáp dài 10m (tính từ vị trí B đến khi chạm đất). Tính góc BAC được tạo bởi dây cáp và cần cẩu (*Kết quả làm tròn đến hàng trăm nghìn).*



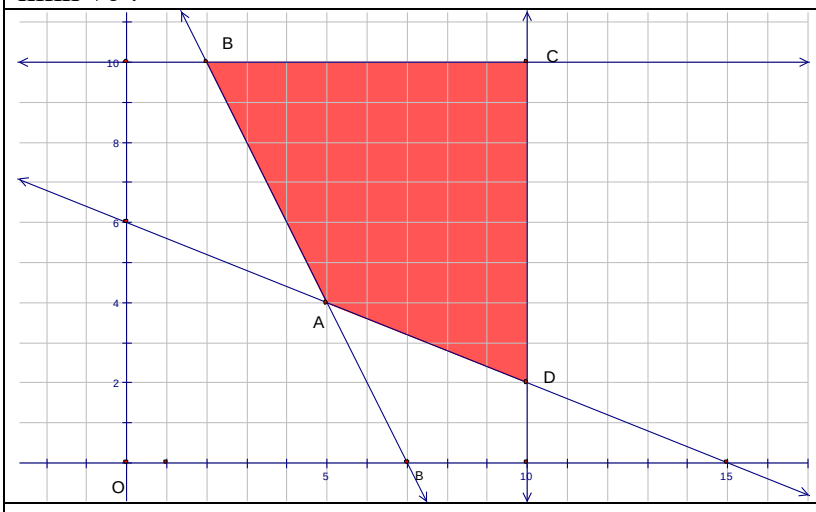
Câu 5 (2 *điểm*) Cho tam giác ABC, gọi M là điểm trên cạnh AC thỏa $\overrightarrow{MA} = -4\overrightarrow{MC}$, I là trung điểm của BM và K là một điểm thỏa $\overrightarrow{BK} = x\overrightarrow{BC}$. Tìm x để ba điểm A, I, K thẳng hàng.

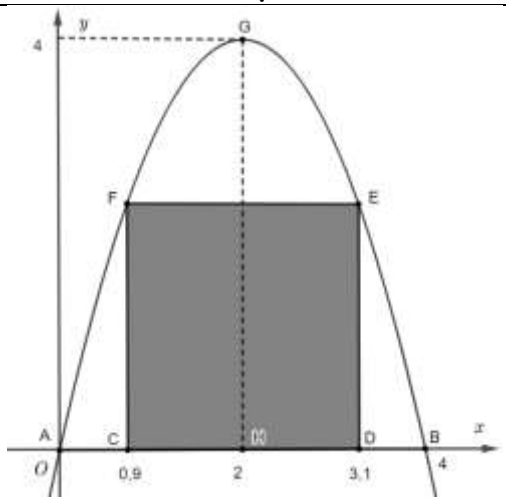
---HẾT---

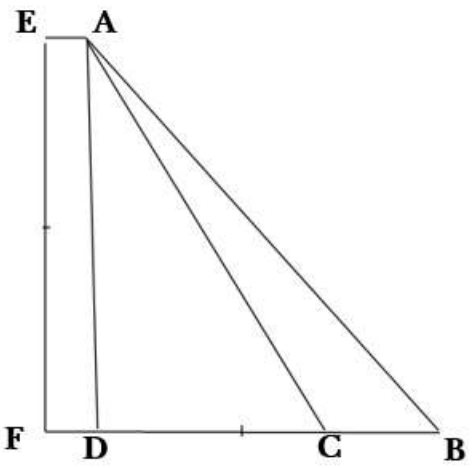
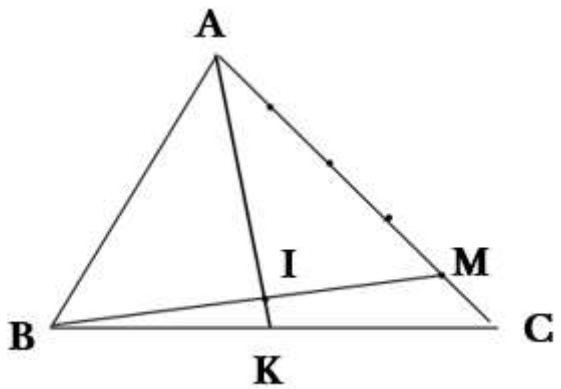
Học sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh:.....Số báo danh: .....Chữ kí của giám thị: .....

ĐÁP ÁN

Câu	
Câu 1 **4 điểm**	Giả sử Anh quê ở Bắc Ninh thì quê của Bình và Cúc đều không ở Bắc Ninh. Vậy theo Bình thì Cúc quê ở Tiền Giang. Và theo Cúc thì Dũng quê ở Hà Nội. Vì Anh quê ở Bắc Ninh nên quê của Anh không ở Hà Nội. Suy ra Đức quê ở Cần Thơ. Vậy cuối cùng còn Bình quê ở Nghệ An (vì 4 bạn kia quê ở 4 tỉnh còn lại rồi).
Câu 2 **5 điểm**	Gọi x, y lần lượt là số xe loại A, B cần dùng . Theo đề bài thì cần tìm x, y sao cho $T(x, y) = 4x + 3y$ đạt giá trị nhỏ nhất. Ta có: $\begin{cases} 20x+10y\ge 140 \\ 0,6x+1,5y\ge 9 \\ 0\le x\le 10 \\ 0\le y\le 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1y\ge 14 \\ 2x+15y\ge 30 \\ 0\le x\le 10 \\ 0\le y\le 9 \end{cases} (II)$ Miền nghiệm (S) của hệ II được biểu diễn bằng tứ giác $ABCD$ kể cả biên như hình vẽ :
	
	Ta biết rằng T nhỏ nhất đạt tại các giá trị biên của tứ giác $ABCD$, nên ta cần tìm các toạ độ các đỉnh (S). A(x, y) là nghiệm hệ: $\begin{cases} 2x+y=14 \\ 2x+5y=30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases} \Rightarrow A(5,4)$ B(x, y) là nghiệm hệ $\begin{cases} y=9 \\ 2x+y=14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ y=9 \end{cases} \Rightarrow B\left(\frac{5}{2};9\right)$ C(x, y) là nghiệm hệ $\begin{cases} x=10 \\ y=9 \end{cases} \Rightarrow C(10,9)$

	D(x, y) là nghiệm hệ $\begin{cases} 2x+5y=30 \\ x=10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow D(10,2)$ Tính giá trị T(x, y) tại các điểm biên: T(A) = 4.5+3.4 = 32 (triệu) T(B) = $4.\frac{5}{2}$+3.9 = 37 (triệu) T(C) = 4.10+3.9 = 67 (triệu) T(D) = 4.10+3.2 = 46 (triệu) Vậy T(A) = 32 triệu là nhỏ nhất nên chọn 5 xe A và 4 xe B.
Câu 3 **5 điểm**	 Gắn hệ trục toạ độ Oxy sao cho AB trùng Ox, A trùng O. Khi đó, parabol có đỉnh $G(2;4)$ và đi qua gốc toạ độ. Gọi phương trình của parabol là $y=ax^2+bx+c$. Do đó, ta có $\begin{cases} c=0 \\ \frac{-b}{2a}=2 \\ 4a+2b+c=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \\ c=0 \end{cases}$. Vậy parabol có công thức $y=-x^2+4x$. Do vậy chiều cao $CF=DE=f(0,9)=2,79m$; $CD=4-2.0,9=2,2m$. Diện tích hai cánh cổng là $S_{CDEF}=CD.CF\approx 6,14m^2$. Diện tích phần xiên hoa là $S_{xh}=S-S_{CDEF}=\frac{32}{3}-6,14\approx 4,53m^2$ Vậy tổng số tiền làm cánh cổng là $6,14.1200000+4,53.900000=11445000$ đồng Vậy chủ nhà cần trả 11 triệu 400 nghìn đồng để làm được chiếc cổng theo yêu cầu bài toán.

Câu 4 **4 điểm**	 $EF = 10-(4+0,2+0,5+2,5) = 2,8m$ $\Rightarrow AD = 2,8m$ $DC = 0,7+0,3 = 1m$ Vậy $AC = \sqrt{AD^2+DC^2} = \sqrt{(2,8)^2+1^2} = \frac{\sqrt{221}}{5} \approx 2,97m$ $DB = \sqrt{AB^2-AD^2} = \sqrt{4^2-(2,8)^2} = \frac{2\sqrt{51}}{5} \approx 2,86m$ Do đó, $CB = DB-DC = \frac{2\sqrt{51}}{5}-1 \approx 1,86m$ Vậy $\cos BAC = \dfrac{\frac{221}{25}+4^2-(1,86)^2}{2.\frac{\sqrt{221}}{5}.4} \approx 0,899$ $\Rightarrow BAC \approx 25^0 58'$
Câu 5 **2 điểm**	 $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{AB}+x\overrightarrow{BC} = (1-x)\overrightarrow{AB}+x\overrightarrow{AC}$ Để A, I, K thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = k\overrightarrow{AK} \Leftrightarrow \dfrac{\frac{1}{2}}{1-x} = \dfrac{\frac{2}{5}}{x} (x \neq 0; x \neq 1) \Leftrightarrow x = \frac{4}{9}$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG**
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH	**NĂM HỌC: 2023 - 2024**
TRƯỜNG THPT BÌNH CHIỂU	**MÔN: TOÁN 11**
(*Đề thi gồm 01 trang*)	Ngày thi: 19/01/2024 - Thời gian: 120 phút

Câu 1 (5 điểm): Giải các phương trình lượng giác sau:

a. $\sin 3x + \cos 2x + \sin x + 1 = 0$

b. $4\sin^2 x + \tan x + \sqrt{2}\left(1 + \tan x\right)\sin 3x = 1$

Câu 2 (2 điểm): Tỉ lệ tăng dân số mỗi năm của một tỉnh X từ năm 2010 đến năm 2019 là $0,4\%$. Vì thực hiện các chính sách về dân số nên tỉnh X dự kiến từ năm 2020 đến năm 2030 tỉ lệ tăng dân số mỗi năm chỉ còn lại $0,35\%$. Theo thống kê số dân tỉnh X năm 2021 nhiều hơn năm 2017 là 30400 người. Hỏi số dân tỉnh X năm 2030 khoảng bao nhiêu?

Câu 3 (6 điểm): Cho hình chóp *S.ABCD* có *ABCD* là hình thang, *AD // BC* và *AD = 3BC*. Gọi *M, K* lần lượt là trung điểm của *SC, BC*.

a) Gọi *E, O* lần lượt là trung điểm của *SB, AC* và *G, N* lần lượt là trọng tâm của ΔSAB, ΔABC. Chứng minh rằng: đường thẳng *NG* song song với mặt phẳng *(SBC)*.

b) Gọi $I = AK \cap CD$, $L = SD \cap \left(AMN\right)$. Tính tỉ số $\dfrac{SL}{SD}$.

Câu 4 (5 điểm) Có *1kg* chất phóng xạ độc hại. Biết rằng, cứ sau một khoảng thời gian T = 24000 năm thì một nửa số chất phóng xạ này sẽ bị phân rã thành chất khác không độc hại đối với sức khỏe của con người (T được gọi là chu kì bán rã)

(Nguồn: Đại số và giải tích 11, NXB GD Việt Nam, 2021)

Gọi u_n là khối lượng chất phóng xạ còn lại sau chu kì thứ *n*.

a. Tìm số hạng tổng quát u_n của dãy số $\left(u_n\right)$

b. Chứng minh rằng $\left(u_n\right)$ có giới hạn bằng 0.

c. Từ kết quả câu *b*, chứng tỏ rằng sau một số năm nào đó khối lượng phóng xạ đã cho ban đầu không còn độc hại đối với con người, biết rằng chất phóng xạ này sẽ không độc hại nữa nếu khối lượng chất phóng xạ còn lại bé hơn $10^{-6} g$.

Câu 5 (2 điểm) Cho hai số tự nhiên $n; k$ thỏa mãn: $k + 3 \le n$

Chứng minh tồn tại không quá hai giá trị của *k* sao cho $C_n^k; C_n^{k+1}; C_n^{k+2}$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng.

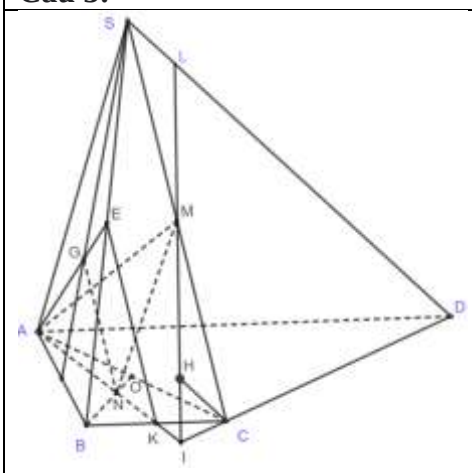
HẾT

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh:.....

ĐÁP ÁN TOAN 11

Câu 1: Giải các phương trình lượng giác sau:	**5 điểm**
a) $\sin 3x+\cos 2x+\sin x+1=0$	
$\Leftrightarrow 2\sin 2x\cos x+2\cos^2 x=0$	**0.5x2**
$\Leftrightarrow 2\cos^2 x\left(2\sin x+1\right)=0$	**0.5**
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \quad (k\in\mathbb{Z}) \\ x=\dfrac{7\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.$	**1.5**
b) $4\sin^2 x+\tan x+\sqrt{2}\left(1+\tan x\right)\sin 3x=1$	
ĐKXĐ: $x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$	**0.5**
Phương trình đã cho tương đương với:	
$\left(4\sin^2 x-2\right)+\left(\tan x+1\right)+\sqrt{2}\left(1+\tan x\right)\sin 3x=0$	
$\Leftrightarrow 2\left(\sin^2 x-\cos^2 x\right)+\left(\tan x+1\right)+\sqrt{2}\left(1+\tan x\right)\sin 3x=0$	
$\Leftrightarrow 2\left(\sin x-\cos x\right)\left(\sin x+\cos x\right)+\dfrac{\sin x+\cos x}{\cos x}+\sqrt{2}\dfrac{\sin x+\cos x}{\cos x}\sin 3x=0$	
$\Leftrightarrow \left(\sin x+\cos x\right)\left(2\sin x-2\cos x+\dfrac{1}{\cos x}+\sqrt{2}\dfrac{\sin 3x}{\cos x}\right)=0$	**0.5**
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x+\cos x=0(3) \\ 2\sin x-2\cos x+\dfrac{1}{\cos x}+\sqrt{2}\dfrac{\sin 3x}{\cos x}=0(4) \end{array}\right.$	
Giải (3) : $\sin x+\cos x=0\Leftrightarrow \sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi;k\in\mathbb{Z}$	**0.5**
Giải (4):	
$\Leftrightarrow \sin 2x-2\cos^2 x+1+\sqrt{2}\sin 3x=0$	
$\Leftrightarrow \cos 2x - \sin 2x = \sqrt{2}\sin 3x\Leftrightarrow \sin\left(\dfrac{\pi}{4}-2x\right)=\sin 3x\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{20}+\dfrac{k2\pi}{5} \\ x=\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right.;k\in\mathbb{Z}$	**0.25**
Đối chiếu điều kiện phương trình có họ nghiệm sau:	
$x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi;x=\dfrac{\pi}{20}+\dfrac{k2\pi}{5};x=\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi;k\in\mathbb{Z}$	**0.25**
Câu 2:	**2 điểm**
Gọi số dân tỉnh X năm 2010 là n (người).	

Ta có số dân tỉnh X từ năm 2010 đến năm 2019 là một cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = n$ và công bội $q = 1,004$. Số dân tỉnh X năm 2017 là $u_8 = u_1.q^7 = n.1,004^7$. Số dân tỉnh X năm 2019 là $u_{10} = u_1.q^9 = n.1,004^9$. Số dân tỉnh X từ năm 2020 đến năm 2030 là một cấp số nhân với số hạng đầu $v_1 = u_{10}.1,0035$ và công bội $q = 1,0035$. Số dân tỉnh X năm 2021 là $v_2 = v_1.q = u_{10}.1,0035^2 = n.1,004^9.1,0035^2$. Theo thống kê số dân tỉnh X năm 2021 nhiều hơn năm 2017 là 30400 người nên $n.1,004^9.1,0035^2 - n.1,004^7 = n\left(1,004^9.1,0035^2 - 1,004^7\right) = 30400$ Suy ra $n \approx 1959782$. Số dân tỉnh X năm 2030 là: $v_{11} = v_1.q^{10} = u_{10}.1,0035^{11} = n.1,004^9.1,0035^{11} \approx 2111068$ (người).	**0.5** **0.5** **0.5** **0.5**
Câu 3:	**6 điểm**
 a) $\frac{AG}{AE} = \frac{AN}{AK} = \frac{2}{3}$ (G, N lần lượt là trong tâm của tam giác SAB và tam giác ABC) Mà $EK \subset (SBC), NG \not\subset (SBC)$ Vậy $NG // (SBC)$. b) Trong mặt phẳng (SCD), $L = IM \cap SD$. Khi đó $L = SD \cap (AMN)$ Dựng $CH // SD$ $(H \in IM)$ Trong tam giác ILD có CH // LD, suy ra $\frac{IC}{ID} = \frac{CH}{DL} \Leftrightarrow \frac{IC}{ID}.\frac{DL}{CH} = 1$ (1) Tam giác MLS đồng dạng với tam giác MHC, suy ra $\frac{MS}{MC} = \frac{SL}{CH} \Leftrightarrow \frac{MS}{MC}.\frac{CH}{SL} = 1$ (2) Từ (1) và (2), suy ra $\frac{IC}{ID}.\frac{MS}{MC}.\frac{DL}{SL} = 1 \Rightarrow \frac{1}{6}.1.\frac{DL}{SL} = 1 \Rightarrow \frac{DL}{SL} = 6 \Rightarrow \frac{SL}{SD} = \frac{1}{7}$.	**1** **0.5x2** **0.5x2** **0.5** **0.5** **0.5** **0.5** **0.5**
Câu 4:	**5 điểm**

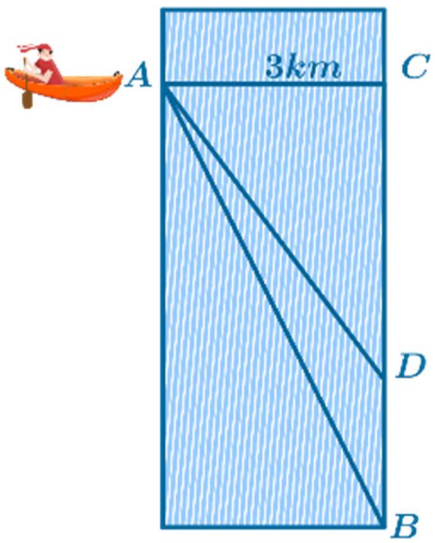
a) Tìm số hạng tổng quát u_n của dãy số (u_n)	
Khối lượng chất phóng xạ còn lại sau chu kì bán rã thứ 1 là $u_1 = \frac{1}{2}.1 = \frac{1}{2}$	**0.5**
Khối lượng chất phóng xạ còn lại sau chu kì bán rã thứ 2 là $u_2 = \frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{2^2}$	**0.5**
Khối lượng chất phóng xạ còn lại sau chu kì bán rã thứ 3 là $u_3 = \frac{1}{2^2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{2^3}$	**0.5**
Khi đó $u_n = \frac{1}{2^n}$	**0.5**
b) Chứng minh rằng (u_n) có giới hạn bằng 0	
$\lim u_n = \lim \frac{1}{2^n} = 0$	**1**
c) Từ kết quả câu *b*, chứng tỏ rằng sau một số năm nào đó khối lượng phóng xạ đã cho ban đầu không còn độc hại đối với con người, biết rằng chất phóng xạ này sẽ không độc hại nữa nếu khối lượng chất phóng xạ còn lại bé hơn $10^{-6}g$.	
Chất phóng xạ sẽ không độc hại nữa nếu khối lượng chất phóng xạ còn lại bé hơn $10^{-6}g = 10^{-9}kg$	**0.5**
Khi đó: $u_n < 10^{-9} \Leftrightarrow \frac{1}{2^n} < 10^{-9} \Leftrightarrow 2^n > 10^9 \Leftrightarrow n \geq 30$	**1.5**
Vậy sau ít nhất 30 chu kì bằng 30.24000=720000 năm thì khối lượng phóng xạ đã cho ban đầu không còn độc hại với con người.	**0.5**
Câu 5:	**2 điểm**
Ta có: $C_n^k + C_n^{k+2} = 2C_n^{k+1} \Leftrightarrow \frac{n!}{k!(n-k)!} + \frac{n!}{(k+2)!(n-k-2)!} = 2.\frac{n!}{(k+1)!(n-k-1)!}$ $\Leftrightarrow (k+1)(k+2) + (n-k)(n-k-1) = 2(k+2)(n-k)$ Đây là phương trình bậc 2 ẩn k nên có nhiều nhất 2 nghiệm.	

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TP.HCM	**KÌ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG**
TRƯỜNG THPT BÌNH CHIỂU	**NĂM HỌC 2023 - 2024**
TỔ TOÁN –TIN	*Môn: TOÁN - Lớp 12*
ĐỀ CHÍNH THỨC	*Thời gian: 120 phút (Không kể thời gian phát đề)*

Câu 1. *(3,0 điểm)* Giải phương trình: $\log_7\left(\dfrac{4x^2-4x+1}{2x}\right)+4x^2+1=6x$

Câu 2. *(3,0 điểm)* Một người vay tiền ở một ngân hàng theo hình thức lãi kép với lãi suất $0,7\%$ / tháng với tổng số tiền vay là 1 tỉ đồng. Mỗi tháng người đó đều trả cho ngân hàng một số tiền như nhau để trừ vào tiền gốc và lãi. Biết rằng đúng 25 tháng thì người đó trả hết gốc và lãi cho ngân hàng. Hỏi số tiền của người đó trả cho ngân hàng ở mỗi tháng là bao nhiêu?

Câu 3. (*3,0 điểm)* Một người đàn ông muốn chèo thuyền từ vị trí A tới điểm B về phía hạ lưu bờ đối diện càng nhanh càng tốt trên một bờ sông thẳng rộng 3km (như hình vẽ). Anh có thể chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến C và sau đó chạy đến B, hay có thể chèo trực tiếp đến B, hoặc anh ta có thể chèo thuyền đến một điểm D giữa B và C và sau đó chạy đến B. Biết anh ấy có thể chèo thuyền 6km/h, chạy bộ 8km/h và quãng đường BC=8km. Biết tốc độ dòng nước là không đáng kể so với tốc độ chèo thuyền của người đàn ông. Tính khoảng thời gian ngắn nhất (đơn vị: giờ) để người đàn ông đến B.

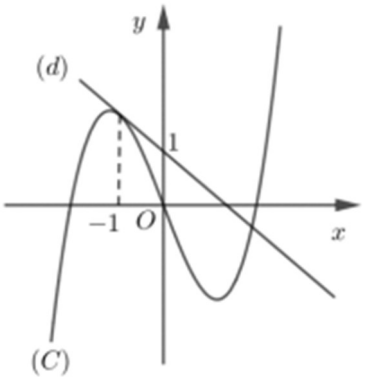


Câu 4.*(3,0 điểm)* Cho hàm số $y=\dfrac{-2x+3}{x+1}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến này cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại hai điểm A, B khác O và $5OA=4OB$.

Câu 5. *(2,0 điểm)* Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=4$, $AC=2$ và $\widehat{BAC}=120°$, SA vuông góc với mặt đáy. Gọi M,N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB,SC. Góc giữa mặt phẳng (ABC) và (AMN) bằng $60°$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng bao nhiêu ?

Câu 6. *(3,0 điểm)* Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Mặt phẳng qua AB và trung điểm M của SC cắt hình chóp theo thiết diện có chu vi bằng $7a$. Tính thể tích của khối nón có đỉnh là S và đường tròn đáy ngoại tiếp tứ giác $ABCD$.

Câu 7. *(3,0 điểm)* Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Đường thẳng $d: y=g(x)$ là tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x=-1$. Hỏi phương trình $\frac{f(x)-1}{g(x)-1}-\frac{g(x)}{f(x)}=0$ có bao nhiêu nghiệm?



------ HẾT -----

Học sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

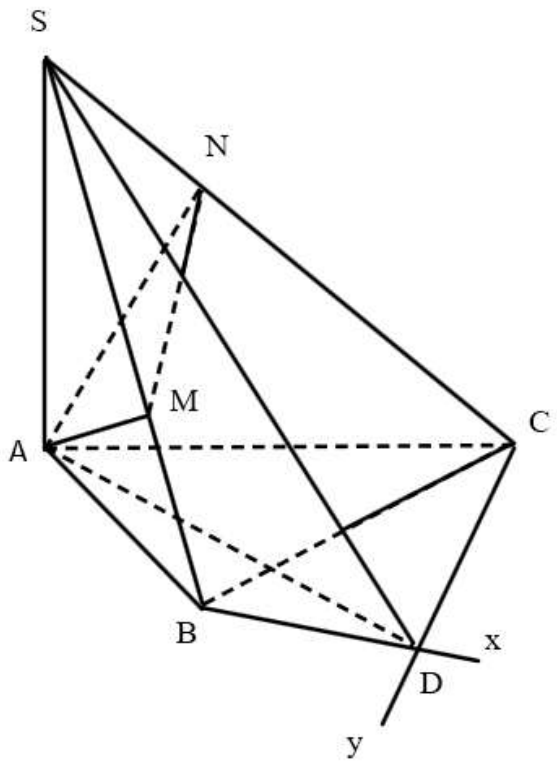
Họ tên thí sinh: …….....……..Số báo danh:……..…….……

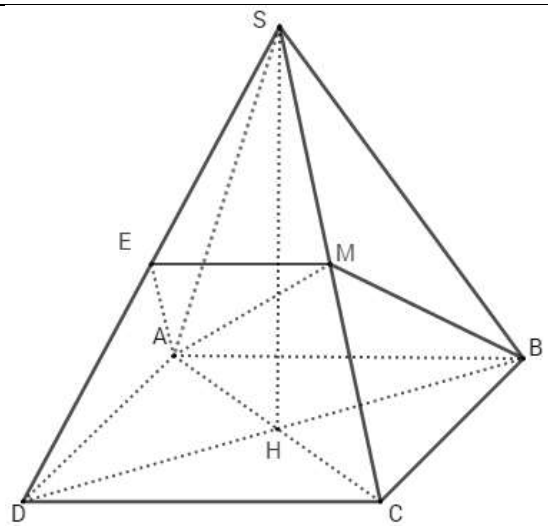
Chữ kí của giám thị 1: …….....……...Chữ kí của giám thị 2:……..…….……

ĐÁP ÁN ĐỀ HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG KHỐI 12

Câu	Đáp án	Điểm
1	Điều kiện: $x>0, x\neq\frac{1}{2}$. Ta có: $\log_7\left(\frac{4x^2-4x+1}{2x}\right)+4x^2+1=6x \Leftrightarrow \log_7\ 4x^2-4x+1\ +4x^2-4x+1=\log_7\ 2x\ +2x$. Xét hàm số $f\ t\ =\log_7 t+t$ có $f'\ t\ =\frac{1}{t\ln 7}+1>0\ \forall t>0$ nên là hàm số đồng biến trên $0;+\infty$. Do đó ta có $4x^2-4x+1=2x \Leftrightarrow 4x^2-6x+1=0 \Leftrightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{4}$.	**3,0 điểm** **(1,0X3)**
2	Gọi M là số tiền vay ban đầu. Gọi A là số tiền mà hàng tháng người đó trả cho ngân hàng. Sau tháng 1 dư nợ còn lại là: $M.1,007-A$ Sau tháng 2 dư nợ còn lại là: $(M.1,007-A).1,007-A=M.1,007^2-A.1,007-A$ Sau tháng 3 dư nợ còn lại là: $(M.1,007^2-A.1,007-A).1,007-A=M.1,007^3-A.\left[(1,007)^2+1,007+1\right]$. Sau tháng thứ n dư nợ còn lại là: $M.1,007^n-A.\left[(1,007)^{n-1}+1,007^{n-2}+...+1,007+1\right]$ Vì đúng 25 tháng thì trả hết nợ nên: $1.1,007^{25}-A.\left[(1,007)^{24}+1,007^{23}+...+1,007+1\right]=0$ $\Leftrightarrow 1,007^{25}=A.\left[(1,007)^{24}+1,007^{23}+...+1,007+1\right] \Leftrightarrow 1,007^{25}=A.\frac{1,007^{25}-1}{0,007}$. $\Leftrightarrow A=\frac{1,007^{25}.0,007}{1,007^{25}-1}\approx 0,04374151341$ tỉ đồng $\approx$ 43.741.513 đồng $\approx$ 43.740.000 đồng	**3,0 điểm**

3	Gọi $CD = x$ Thời gian đi ADB: $\frac{\sqrt{x^2+9}}{6}+\frac{8-x}{8}$ $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+9}}{6}+\frac{8-x}{8}\left(0\le x\le 8\right)$ Xét hàm số $f'(x)=\frac{x}{6\sqrt{x^2+9}}-\frac{1}{8}=0\Leftrightarrow x=\frac{9}{\sqrt{7}}$ $f(0)=\frac{3}{2}, f(8)=\frac{73}{6}, f\left(\frac{9}{\sqrt{7}}\right)=1+\frac{\sqrt{7}}{8}$ Vậy thời gian ngắn nhất là $1+\frac{\sqrt{7}}{8}$	**3,0 điểm**
4 **(3,0 điểm)**	Tập xác định $D=R\setminus\{-1\}$; $y'=\frac{-5}{(x+1)^2}<0,\forall x\ne -1$.	
	Suy ra mọi tiếp tuyến của (C) có hệ số góc âm.	1
	Gọi M(x_0;y_0) là tiếp điểm của (C) và tiếp tuyến Δ thỏa đề. Hệ số góc tiếp tuyến Δ là: $k=y'(x_0)=\frac{-5}{(x_0+1)^2}$.	
	Từ giả thiết suy ra Δ có hệ số góc $k=-\tan OAB=-\frac{OB}{OA}=-\frac{5}{4}$.	
	Do đó: $y'(x_0)=-\frac{5}{4}\Leftrightarrow\frac{-5}{(x_0+1)^2}=-\frac{5}{4}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=1\\x_0=-3\end{array}\right.$	1
	+ Với $x_0=1$ thì $y_0=\frac{1}{2}\Rightarrow$ PTTT Δ là: $y=-\frac{5}{4}(x-1)+\frac{1}{2}$ hay $y=-\frac{5}{4}x+\frac{7}{4}$.	0,5
	+ Với $x_0=-3$ thì $y_0=-\frac{9}{2}\Rightarrow$ PTTT Δ là: $y=-\frac{5}{4}(x+3)-\frac{9}{2}$ hay $y=-\frac{5}{4}x-\frac{33}{4}$.	0,5
	<u>Cách khác:</u> + Gọi Δ là tiếp tuyến thỏa đề. Phương trình tiếp tuyến Δ của đồ thị (C) tại $M(x_0;y_0)$ có dạng: $y=y'(x_0)(x-x_0)+y_0\Leftrightarrow y=\frac{-5}{(x_0+1)^2}(x-x_0)+\frac{-2x_0+3}{x_0+1}$ (d).	1
	+ $\Delta\cap \mathrm{Ox}=\mathrm{A}\Rightarrow \mathrm{A}\left(\frac{-2x_0^2+6x_0+3}{5};0\right)$	1

	$+\Delta \cap Oy = B \Rightarrow B\left(0; \dfrac{-2x_0^2+6x_0+3}{(x_0+1)^2}\right)$	
	+ 5OA=4OB $\Leftrightarrow 25\left(\dfrac{-2x_0^2+6x_0+3}{5}\right)^2 = 16.\dfrac{(-2x_0^2+6x_0+3)^2}{(x_0+1)^4}$ (*)	
	+ vì A và B không trùng với O nên $-2x_0^2+6x_0+3 \neq 0$	
	Do đó (*) $\Leftrightarrow (x_0+1)^4 = 16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 1 \\ x_0 = -3 \end{array}\right.$	
	+ Với $x_0 = 1$ thì $y_0 = \dfrac{1}{2}$ $\Rightarrow$ PTTT (Δ) là: $y = -\dfrac{5}{4}(x-1)+\dfrac{1}{2}$ hay $y = -\dfrac{5}{4}x+\dfrac{7}{4}$.	0,5
	+ Với $x_0 = -3$ thì $y_0 = -\dfrac{9}{2}$ $\Rightarrow$ PTTT (Δ) là: $y = -\dfrac{5}{4}(x+3)-\dfrac{9}{2}$ hay $y = -\dfrac{5}{4}x-\dfrac{33}{4}$. **** Nếu học sinh giải ra 4 tiếp tuyến thì trừ <u>0,25</u> điểm.***	0,5
5 **(2,0 điểm)**	**Đáp án**	**Điểm**
		0,5
	Trong (ABC) gọi D là điểm thỏa mãn $ABD = ACD = 90°$.	0,5

	Xét ΔABC có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos A$	
	Với AD là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABDC$ hay là đường tròn ngoại tiếp ΔABC.	
	Theo định lý sin trong ΔABC ta có: $AD = \dfrac{BC}{\sin 120°} = \dfrac{2\sqrt{7}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{4\sqrt{21}}{3}$.	
	Ta có: $BD \perp (SAB) \Rightarrow BD \perp AM \Rightarrow AM \perp (SBD) \Rightarrow AM \perp SD$.	
	Tương tự: $AN \perp SD \Rightarrow SD \perp (AMN)$.	
	Mặt khác: $SA \perp (ABC)$. Do đó góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (ABC) là góc giữa hai đường thẳng SA và AD.	0,5
	$\Rightarrow$ Góc giữa SA và AD là $(SA, SD) = ASD = 60°$.	
	Trong ΔSAD: $SA = \dfrac{AD}{\tan ASD} = \dfrac{4\sqrt{21}}{3} : \tan 60° = \dfrac{4\sqrt{7}}{3}$.	
	Ta có: $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}.AB.AC.\sin A = \dfrac{1}{2}.4.2.\sin 120° = 2\sqrt{3}$.	0,5
	Vậy thể tích của khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{4\sqrt{7}}{3}.2\sqrt{3} = \dfrac{8\sqrt{21}}{9}$.	
Câu	**Đáp án**	**Điểm**
6 **3,0 điểm**		0,5

	Gọi E là trung điểm SD $\Rightarrow ME//AB$ suy ra (ABM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình thang $ABME$.	1
	Gọi độ dài cạnh bên của hình chóp là x. Do chóp $S.ABCD$ là chóp đều nên $\Delta SAD = \Delta SBC \Rightarrow AE = BM$.	
	Áp dụng hệ thức trung tuyến ta có: $BM^2 = \frac{SB^2 + BC^2}{2} - \frac{SC^2}{4} = \frac{x^2 + 8a^2}{4}$.	
	Suy ra $AE = BM = \sqrt{\frac{x^2 + 8a^2}{4}}$	
	Mặt khác dễ thấy $EM = a, AB = 2a$ mà chu vi thiết diện bằng $7a$ nên ta có: $a + 2a + 2\sqrt{\frac{x^2 + 8a^2}{4}} = 7a \Rightarrow x = 2a\sqrt{2}$.	1
	Suy ra chiều cao của hình chóp: $SH^2 = SA^2 - \frac{AC^2}{4} = 6a^2 \Rightarrow SH = a\sqrt{6}$.	0,5
	Khối nón có đỉnh là S và đường tròn đáy ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ chiều cao là $SH = a\sqrt{6}$ và bán kính đường tròn đáy là $\frac{AC}{2} = a\sqrt{2}$ nên thể tích khối nón là:	
	$V = \frac{1}{3}\pi\left(a\sqrt{2}\right)^2 a\sqrt{6} = \frac{2\pi a^3\sqrt{6}}{3}$.	
7 **(3 điểm)**	***Đáp án***	**Điểm**
	Xét phương trình $\frac{f(x)-1}{g(x)-1} - \frac{g(x)}{f(x)} = 0$ $\left(f(x) \neq 0; g(x) \neq 1 \right)$	1,0
	$\Leftrightarrow f^2(x) - f(x) = g^2(x) - g(x)$ $\Leftrightarrow f^2(x) - g^2(x) = f(x) - g(x)$	
	$\Leftrightarrow \left[f(x) - g(x) \right]\left[f(x) + g(x) \right] = f(x) - g(x)$	
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f(x) = g(x) & (1) \\ f(x) = 1 - g(x) & (2) \end{array} \right.$.	
	- Xét phương trình (1): Từ đồ thị suy ra (1) có đúng 2 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = \alpha > 0. \end{array} \right.$	0,5
	- Xét phương trình (2): Xét hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) như hình vẽ và hàm số $y = -g(x) + 1$ có đồ thị là đường thẳng d' được xác định như sau:	0,5
	+ Lấy đối xứng phần đồ thị đường thẳng d qua trục Ox.	
	+ Sau đó tịnh tiến đường thẳng trên theo phương Oy lên trên 1 đơn vị.	

	Khi đó số nghiệm của (2) bằng số giao điểm của (C) với d'. Từ đồ thị suy ra có 3 giao điểm, trong đó 1 giao điểm là gốc tọa độ O.	0,5
	Do đó (2) có 3 nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm $x = 0$ (loại). Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm	0,5