



CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Đại số 10 – Ban Cơ bản



KIỂM TRA BÀI CŨ

LOGO

Câu hỏi 1:

Nhắc lại giá trị lượng giác của các cung đối nhau, cung bù nhau, cung phụ nhau?

Câu hỏi 2:

Dùng MTCT tính giá trị biểu thức $\cos(a - b)$ và $\cos a \cos b + \sin a \sin b$ với a, b nhận các giá trị do hs tự chọn (đơn vị radian)

KIỂM TRA BÀI CŨ



a				
b				
$\cos(a - b)$				
$\cos a \cos b + \sin a \sin b$				

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

KIỂM TRA BÀI CŨ

LOGO

Cung đối nhau:

$$\cos(-x) = \cos x$$

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\tan(-x) = -\tan x$$

$$\cot(-x) = -\cot x$$

Cung bù nhau:

$$\sin(\pi - x) = \sin x$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos x \quad (1)$$

$$\tan(\pi - x) = -\tan x$$

$$\cot(\pi - x) = -\cot x$$

Cung phụ nhau:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \quad (2)$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \tan x$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos x = \cos \pi \cos x + \sin \pi \sin x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x = \cos \frac{\pi}{2} \cos x + \sin \frac{\pi}{2} \sin x$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$



CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

Đại số 10 – Ban Cơ bản



CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

LOGO

I. Công thức cộng

II. Công thức nhân đôi

**III. Công thức biến đổi tích
thành tổng, tổng thành tích**

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

LOGO

I. CÔNG THỨC CỘNG



$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b \quad (1)$$

?H1. Trong CT (1) nếu thay b bởi $(-b)$ thì thu được kết quả gì?

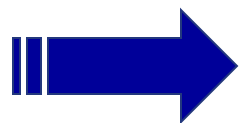
$$\cos(a - (-b)) = \cos a \cos(-b) + \sin a \sin(-b)$$
$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

?H2. Trong CT (1) nếu thay a bởi $\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$ thì thu được kết quả gì?

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

LOGO

I. CÔNG THỨC CỘNG



$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b \quad (1)$$

$$\cos[a - (-b)] = \cos a \cos(-b) + \sin a \sin(-b)$$

$$\Leftrightarrow \cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos\left[\frac{\pi}{2} - (a + b)\right] = \cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) \cos b + \sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) \sin b$$

?H2. Trong CT (1) nếu thay

a bởi $\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$ thì thu được
kết quả gì?

$$\Leftrightarrow \sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC



I. CÔNG THỨC CỘNG



$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

?H3. Cmr:

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

Ta có: $\sin(a - b) = \sin[a + (-b)]$

$$= \sin a \cos(-b) + \cos a \sin(-b)$$

$$= \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

?H4. Với đk biểu thức có nghĩa, Cmr:

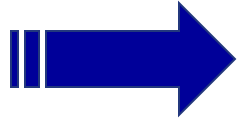
$$\frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} = \tan(a + b)$$

$$VT = \frac{\frac{\sin a}{\cos a} + \frac{\sin b}{\cos b}}{1 - \frac{\sin a}{\cos a} \cdot \frac{\sin b}{\cos b}}$$

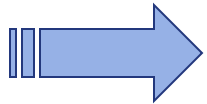
$$= \frac{\sin a \cos b + \cos a \sin b}{\cos a \cos b - \sin a \sin b} = \frac{\sin(a + b)}{\cos(a + b)} = VP$$

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

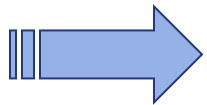
I. CÔNG THỨC CỘNG



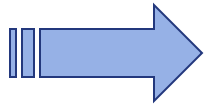
$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$



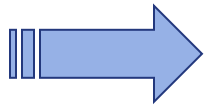
$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$



$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$



$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$



$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$



$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

Với đk các biểu thức đều có nghĩa

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

LOGO

I. CÔNG THỨC CỘNG

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b \quad (1)$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \quad (2)$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b \quad (3)$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b \quad (4)$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b} \quad (5)$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} \quad (6)$$

*“Cos thì cos cos, sin sin
Sin thì sin cos, cos sin rõ ràng
Cos thì đổi dấu hỡi nàng
Sin thì giữ dấu xin chàng nhớ cho”*

*“tang tổng thì tổng tang ta
Chia một trừ với tích tang, dễ òm”*

Với điều kiện các biểu thức đều có nghĩa

Các CT trên biểu thị $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$, $\tan(a \pm b)$ theo các giá trị LG của góc a và b nên được gọi là CT cộng.

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

I. CÔNG THỨC CỘNG

Ví dụ 1.

a) Tính giá trị của biểu thức (không sử dụng MTCT): $A = \cos \frac{7\pi}{12}; \quad B = \tan 15^\circ$

b) Rút gọn biểu thức:

$$C = \sin(a+b) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) \cdot \sin(-b)$$

$$\begin{aligned} a) \quad A &= \cos \frac{7\pi}{12} = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} (1 - \sqrt{3}) \end{aligned}$$

$$B = \tan 15^\circ = \tan(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \cdot \tan 30^\circ} = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$b) \quad C = \sin a \cos b + \cos a \sin b - \cos a \sin b = \sin a \cos b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b \quad (1)$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \quad (2)$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b \quad (3)$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b \quad (4)$$

$$\tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b} \quad (5)$$

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} \quad (6)$$

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

I. CÔNG THỨC CỘNG

* Trong công thức (1) thay $a = 0$, ta có:

$$\cos(-b) = \cos 0 \cdot \cos b + \sin 0 \cdot \sin b = \cos b$$

$$\sin(-b) = \sin 0 \cdot \cos b - \cos 0 \cdot \sin b = -\sin b$$

* Trong công thức (1) thay $a = \frac{\pi}{2}$ ta có:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - b\right) = \cos \frac{\pi}{2} \cdot \cos b + \sin \frac{\pi}{2} \cdot \sin b = \sin b$$

* Trong công thức (3) thay $a = \pi$ ta có:

$$\sin(\pi - b) = \sin \pi \cdot \cos b - \cos \pi \cdot \sin b = \sin b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b \quad (1)$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \quad (2)$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b \quad (3)$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b \quad (4)$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b} \quad (5)$$

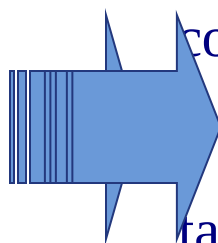
$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} \quad (6)$$

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

LOGO

I. CÔNG THỨC CỘNG

$$\begin{aligned}\sin(a+b) &= \sin a \cos b + \cos a \sin b \\ \cos(a+b) &= \cos a \cos b - \sin a \sin b \\ \tan(a+b) &= \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}\end{aligned}$$



II. CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI

$$\begin{aligned}\sin 2a &= 2 \sin a \cos a \\ \cos 2a &= \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a \\ \tan 2a &= \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}\end{aligned}$$

**Từ các công thức trên cho $b = a$
thu được kết quả gì?**

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

LOGO

I. CÔNG THỨC CỘNG

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b \quad (1)$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \quad (2)$$

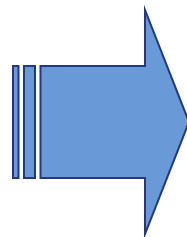
$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b \quad (3)$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b \quad (4)$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b} \quad (5)$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} \quad (6)$$

II. CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI



$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$= 2 \cos^2 a - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

**“sin cặp thì cặp sin cô
cos hai lấy hiệu bình cô sin bình
tg nhị là nhị tg anh
phép chia của một trừ bình tg thôi”**

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

LOGO

I. CÔNG THỨC CỘNG

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b \quad (1)$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \quad (2)$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b \quad (3)$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b \quad (4)$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b} \quad (5)$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} \quad (6)$$

II. CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI

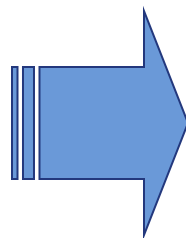
$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$= 2 \cos^2 a - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$



***Hệ quả:**



$$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$$

$$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$$

Công thức hạ bậc

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

LOGO

I. CÔNG THỨC CỘNG

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b \quad (1)$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \quad (2)$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b \quad (3)$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b \quad (4)$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b} \quad (5)$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} \quad (6)$$

II. CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$= 2 \cos^2 a - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

$$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$$

$$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$$

Ví dụ 2. Tính: $\sin \frac{\pi}{8}$

BG. Ta có:

$$\left. \begin{aligned} \sin^2 \frac{\pi}{8} &= \frac{1 - \cos \frac{\pi}{4}}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} \\ \text{Do } 0 < \frac{\pi}{8} < \frac{\pi}{2} &\Rightarrow \sin \frac{\pi}{8} > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

LOGO

PHIẾU HỌC TẬP

Nhiệm vụ 1: Chứng minh rằng:

$$\sin^4 a + \cos^4 a = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2a; \quad \forall a$$

Nhiệm vụ 2: Cho $\sin a = \frac{3}{5} \left(\frac{\pi}{2} < a < \pi \right)$

Tính: $\sin 2a$; $\cos 2a$; $\tan 2a$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b \quad (1)$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \quad (2)$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b \quad (3)$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b \quad (4)$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b} \quad (5)$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} \quad (6)$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$= 2 \cos^2 a - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

$$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$$

$$\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$$

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC



PHIẾU HỌC TẬP

NV 1: Ta có: $\sin^4 a + \cos^4 a = (\sin^2 a + \cos^2 a)^2 - 2\sin^2 a \cdot \cos^2 a$
 $= 1 - \frac{1}{2}(2\sin a \cdot \cos a)^2 = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2a; \quad \forall a$

NV 2: Ta có: $\cos^2 a = 1 - \sin^2 a = \frac{16}{25}$
 $\left. \begin{array}{l} \\ \text{Do } \frac{\pi}{2} < a < \pi \Rightarrow \cos a < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \cos a = -\frac{4}{5}$

$$\sin 2a = 2\sin a \cdot \cos a = -\frac{24}{25}$$

$$\tan 2a = \frac{\sin 2a}{\cos 2a} = -\frac{24}{7}$$

$$C \neq: \tan a = \frac{\sin a}{\cos a} = -\frac{3}{4}$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = \frac{7}{25}$$

$$\tan 2a = \frac{2\tan a}{1 - \tan^2 a} = -\frac{24}{7}$$

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC



PHIẾU HỌC TẬP

NV 2: Cách khác:

$$\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a = \frac{7}{25}$$

$$\sin^2 2a = 1 - \cos^2 2a = \frac{576}{625}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sin^2 2a = 1 - \cos^2 2a = \frac{576}{625} \\ \text{Do } \frac{\pi}{2} < a < \pi \Rightarrow \pi < 2a < 2\pi \Rightarrow \sin 2a < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \sin 2a = -\frac{24}{25}$$

TRẮC NGHIỆM

LOGO

Hãy nối mỗi dòng ở cột phải với một dòng ở cột trái để được một công thức đúng.

$$\cos a \cos b + \sin a \sin b \quad (1)$$

$$\cos a \cos b - \sin a \sin b \quad (2)$$

$$\sin a \cos b - \cos a \sin b \quad (3)$$

$$2 \sin a \cos a \quad (4)$$

$$\frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b} \quad (5)$$

$$\frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} \quad (6)$$

$$2 \sin^2 a - 1 \quad (7)$$

$$2 \cos^2 a - 1 \quad (8)$$

$$(A) \sin(a - b)$$

$$(B) \tan(a - b)$$

$$(C) \cos 2a$$

$$(D) \cos(a + b)$$

$$(E) \sin 2a$$

TRẮC NGHIỆM

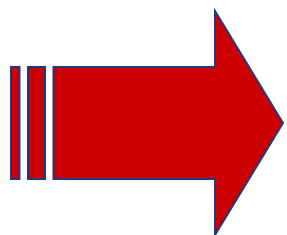


Giá trị của biểu thức:

$$A = \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \text{ bằng bao nhiêu?}$$

A) $A = -1$

B) $A = 0$



C) $A = 1$

D) $A = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Vì: $A = \sin\left[\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) + \left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)\right] = \sin \frac{\pi}{2} = 1$

TRẮC NGHIỆM

LOGO

Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A) $\tan 3a - \tan 2a - \tan a = \tan^2 a \cdot \tan 2a$

B) $\tan 3a - \tan 2a - \tan a = \cot a \cdot \tan 2a \cdot \tan 3a$

C) $\tan 3a - \tan 2a - \tan a = -\tan a \cdot \tan 2a \cdot \tan 3a$

D

$\tan 3a - \tan 2a - \tan a = \tan a \cdot \tan 2a \cdot \tan 3a$

Vì

$$\begin{aligned}\tan 3a - \tan 2a - \tan a &= \tan(2a + a) - (\tan 2a + \tan a) \\&= \frac{\tan 2a + \tan a}{1 - \tan 2a \tan a} - (\tan 2a + \tan a) \\&= (\tan 2a + \tan a) \left(\frac{1}{1 - \tan 2a \tan a} - 1 \right) \\&= \frac{\tan 2a + \tan a}{1 - \tan 2a \tan a} (1 - 1 + \tan 2a \tan a) = \tan 3a \tan 2a \tan a\end{aligned}$$

HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

- **Nắm vững công thức cộng, công thức nhân đôi, công thức hạ bậc.**
- **Đọc trước phần III.**
- **Làm các bài tập: 1,2,3,5,6 (sgk trang 153-154)**

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC



I. CÔNG THỨC CỘNG



$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

?H3. Cmr:

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

Ta có: $\sin(a - b) = \sin[a + (-b)]$

$$= \sin a \cos(-b) + \cos a \sin(-b)$$

$$= \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

?H4. Với đk biểu thức có nghĩa, Cmr:

$$\frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} = \tan(a + b)$$

$$VP = \frac{\sin(a + b)}{\cos(a + b)} = \frac{\sin a \cos b + \cos a \sin b}{\cos a \cos b - \sin a \sin b}$$

$$= \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} = VT$$