CÔNG THỨC
LƯỢNG GIÁC

Đại số 10 – Ban Cơ bản

LOGO

KIỂM TRA BÀI CŨ

LOGO

Câu hỏi 1:

Nhắc lại giá trị lượng giác của các cung đối nhau, cung bù nhau, cung phụ nhau?

Câu hỏi 2:

Dùng MTCT tính giá trị biểu thức $\cos(a - b)$ và $\cos a\cos b + \sin a\sin b$ với a, b nhận các giá trị do hs tự chọn (đơn vị radian)

KIỂM TRA BÀI CŨ

a				
b				
$\cos(a - b)$				
$\cos a\cos b + \sin a\sin b$				

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

KIỂM TRA BÀI CŨ

LOGO

Cung đối nhau:

$$\cos(-x) = \cos x$$

$$\sin(-x) = -\sin x$$

$$\tan(-x) = -\tan x$$

$$\cot(-x) = -\cot x$$

Cung phụ nhau:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \quad (2)$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \tan x$$

Cung bù nhau:

$$\sin(\pi - x) = \sin x$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos x \quad (1)$$

$$\tan(\pi - x) = -\tan x$$

$$\cot(\pi - x) = -\cot x$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos x = \cos\pi\cos x + \sin\pi\sin x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x = \cos\frac{\pi}{2}\cos x + \sin\frac{\pi}{2}\sin x$$

$$\cos(a - b) = \cos a\cos b + \sin a\sin b$$

CÔNG THỨC
LƯỢNG GIÁC

Đại số 10 – Ban Cơ bản

LOGO

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

LOGO

I. Công thức cộng

II. Công thức nhân đôi

III. Công thức biến đổi tích thành tổng, tổng thành tích

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

LOGO

I. CÔNG THỨC CỘNG

$$\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b \quad (1)$$

?H1. Trong CT (1) nếu thay b bởi (-b) thì thu được kết quả gì?

$$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$$

?H2. Trong CT (1) nếu thay *a* bởi $\left(\frac{\pi}{2}-a\right)$ thì thu được kết quả gì?

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

LOGO

I. CÔNG THỨC CỘNG

$$\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b \quad (1)$$

$$\cos\left[a-(-b)\right]=\cos a\cos(-b)+\sin a\sin(-b)$$

$$\Leftrightarrow \cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$$

$$\cos\left[\frac{\pi}{2}-(a+b)\right]=\cos\left(\frac{\pi}{2}-a\right)\cos b+\sin\left(\frac{\pi}{2}-a\right)\sin b$$

$$\Leftrightarrow \sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b$$

?H2. Trong CT (1) nếu thay *a* bởi $\left(\frac{\pi}{2}-a\right)$ thì thu được kết quả gì?

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

I. CÔNG THỨC CỘNG

$$\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b$$

$$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$$

$$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b$$

?H3. Cmr:

$$\sin(a-b)=\sin a\cos b-\cos a\sin b$$

Ta có: $\sin(a-b)=\sin\left[a+(-b)\right]$

$$=\sin a\cos(-b)+\cos a\sin(-b)$$

$$=\sin a\cos b-\cos a\sin b$$

?H4. Với đk biểu thức có nghĩa,Cmr:

$$\frac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\tan b}=\tan(a+b)$$

$$VT=\frac{\frac{\sin a}{\cos a}+\frac{\sin b}{\cos b}}{1-\frac{\sin a}{\cos a}\cdot\frac{\sin b}{\cos b}}$$

$$=\frac{\sin a\cos b+\cos a\sin b}{\cos a\cos b-\sin a\sin b}=\frac{\sin(a+b)}{\cos(a+b)}=VP$$

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

I. CÔNG THỨC CỘNG

$$\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b$$

$$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$$

$$\sin(a-b)=\sin a\cos b-\cos a\sin b$$

$$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b$$

$$\tan(a-b)=\frac{\tan a-\tan b}{1+\tan a\tan b}$$

$$\tan(a+b)=\frac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\tan b}$$

Với đk các biểu thức đều có nghĩa

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

LOGO

I. CÔNG THỨC CỘNG

$$\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b \quad (1)$$

$$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b \quad (2)$$

$$\sin(a-b)=\sin a\cos b-\cos a\sin b \quad (3)$$

$$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b \quad (4)$$

$$\tan(a-b)=\frac{\tan a-\tan b}{1+\tan a\tan b} \quad (5)$$

$$\tan(a+b)=\frac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\tan b} \quad (6)$$

"Cos thời cos cos, sin sin
Sin thời sin cos, cos sin rõ ràng
Cos thì đổi dấu hỡi nàng
Sin thì giữ dấu xin chàng nhớ cho"

"tang tổng thì tổng tang ta
Chia một trừ với tích tang, dễ òm"

Với điều kiện các biểu thức đều có nghĩa

Các CT trên biểu thị cos(a±b), sin(a±b), tan(a±b) theo các giá trị LG của góc a và b nên được gọi là CT cộng.

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

LOGO

I. CÔNG THỨC CỘNG

$$\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b \quad (1)$$
$$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b \quad (2)$$
$$\sin(a-b)=\sin a\cos b-\cos a\sin b \quad (3)$$
$$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b \quad (4)$$
$$\tan(a-b)=\frac{\tan a-\tan b}{1+\tan a\tan b} \quad (5)$$
$$\tan(a+b)=\frac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\tan b} \quad (6)$$

Ví dụ 1.

a) Tính giá trị của biểu thức (không sử dụng MTCT): $A=\cos\frac{7\pi}{12}$; $B=\tan 15^0$

b) Rút gọn biểu thức:

$$C=\sin(a+b)+\sin\left(\frac{\pi}{2}-a\right)\cdot\sin(-b)$$

$$a)\ A=\cos\frac{7\pi}{12}=\cos\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)=\cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{4}-\sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{4}$$
$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{4}\left(1-\sqrt{3}\right)$$

$$B=\tan 15^0=\tan\left(45^0-30^0\right)=\frac{\tan 45^0-\tan 30^0}{1+\tan 45^0\cdot\tan 30^0}=\frac{1-\frac{1}{\sqrt{3}}}{1+\frac{1}{\sqrt{3}}}=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$$

$$b)\ C=\sin a\cos b+\cos a\sin b-\cos a\sin b=\sin a\cos b$$

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

LOGO

I. CÔNG THỨC CỘNG

$$\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b \quad (1)$$

$$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b \quad (2)$$

$$\sin(a-b)=\sin a\cos b-\cos a\sin b \quad (3)$$

$$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b \quad (4)$$

$$\tan(a-b)=\frac{\tan a-\tan b}{1+\tan a\tan b} \quad (5)$$

$$\tan(a+b)=\frac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\tan b} \quad (6)$$

* Trong công thức (1) thay $a = 0$, ta có:

$$\cos(-b)=\cos 0.\cos b+\sin 0.\sin b=\cos b$$

$$\sin(-b)=\sin 0.\cos b-\cos 0.\sin b=-\sin b$$

* Trong công thức (1) thay $a=\frac{\pi}{2}$ ta có:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-b\right)=\cos\frac{\pi}{2}.\cos b+\sin\frac{\pi}{2}.\sin b=\sin b$$

* Trong công thức (3) thay $a=\pi$ ta có:

$$\sin(\pi-b)=\sin\pi.\cos b-\cos\pi.\sin b=\sin b$$

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

LOGO

I. CÔNG THỨC CỘNG

$$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b$$

$$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$$

$$\tan(a+b)=\frac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\tan b}$$

II. CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI

$$\sin 2a=2\sin a\cos a$$

$$\cos 2a=\cos^2 a-\sin^2 a=2\cos^2 a-1=1-2\sin^2 a$$

$$\tan 2a=\frac{2\tan a}{1-\tan^2 a}$$

Từ các công thức trên cho $b = a$ thu được kết quả gì?

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

LOGO

I. CÔNG THỨC CỘNG

$$\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b \quad (1)$$

$$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b \quad (2)$$

$$\sin(a-b)=\sin a\cos b-\cos a\sin b \quad (3)$$

$$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b \quad (4)$$

$$\tan(a-b)=\frac{\tan a-\tan b}{1+\tan a\tan b} \quad (5)$$

$$\tan(a+b)=\frac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\tan b} \quad (6)$$

II. CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI

$$\sin 2a=2\sin a\cdot\cos a$$

$$\cos 2a=\cos^2 a-\sin^2 a$$

$$=2\cos^2 a-1$$

$$=1-2\sin^2 a$$

$$\tan 2a=\frac{2\tan a}{1-\tan^2 a}$$

“sin cặp thì cặp sin cô
cos hai lấy hiệu bình cô sin bình
tg nhị là nhị tg anh
phép chia của một trừ bình tg thôi”

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

LOGO

I. CÔNG THỨC CỘNG

$$\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b \quad (1)$$

$$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b \quad (2)$$

$$\sin(a-b)=\sin a\cos b-\cos a\sin b \quad (3)$$

$$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b \quad (4)$$

$$\tan(a-b)=\frac{\tan a-\tan b}{1+\tan a\tan b} \quad (5)$$

$$\tan(a+b)=\frac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\tan b} \quad (6)$$

II. CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI

$$\sin 2a=2\sin a\cdot\cos a$$

$$\cos 2a=\cos^2 a-\sin^2 a$$

$$=2\cos^2 a-1$$

$$=1-2\sin^2 a$$

$$\tan 2a=\frac{2\tan a}{1-\tan^2 a}$$

***Hệ quả:**

$$\sin^2 a=\frac{1-\cos 2a}{2}$$

$$\cos^2 a=\frac{1+\cos 2a}{2}$$

Công thức hạ bậc

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

LOGO

I. CÔNG THỨC CỘNG

$$\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b \quad (1)$$

$$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b \quad (2)$$

$$\sin(a-b)=\sin a\cos b-\cos a\sin b \quad (3)$$

$$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b \quad (4)$$

$$\tan(a-b)=\frac{\tan a-\tan b}{1+\tan a\tan b} \quad (5)$$

$$\tan(a+b)=\frac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\tan b} \quad (6)$$

II. CÔNG THỨC NHÂN ĐÔI

$$\sin 2a=2\sin a\cdot\cos a$$

$$\cos 2a=\cos^2 a-\sin^2 a=2\cos^2 a-1=1-2\sin^2 a$$

$$\tan 2a=\frac{2\tan a}{1-\tan^2 a}$$

$$\sin^2 a=\frac{1-\cos 2a}{2}$$

$$\cos^2 a=\frac{1+\cos 2a}{2}$$

Ví dụ 2. Tính: $\sin\frac{\pi}{8}$

BG. Ta có:

$$\left.\begin{array}{l}\sin^2\frac{\pi}{8}=\frac{1-\cos\frac{\pi}{4}}{2}=\frac{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}=\frac{2-\sqrt{2}}{4}\\ Do\ 0<\frac{\pi}{8}<\frac{\pi}{2}\Rightarrow\sin\frac{\pi}{8}>0\end{array}\right\}\Rightarrow\sin\frac{\pi}{8}=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

LOGO

$$\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b \quad (1)$$

$$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b \quad (2)$$

$$\sin(a-b)=\sin a\cos b-\cos a\sin b \quad (3)$$

$$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b \quad (4)$$

$$\tan(a-b)=\frac{\tan a-\tan b}{1+\tan a\tan b} \quad (5)$$

$$\tan(a+b)=\frac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\tan b} \quad (6)$$

$$\sin 2a=2\sin a\cdot\cos a$$

$$\cos 2a=\cos^2 a-\sin^2 a=2\cos^2 a-1=1-2\sin^2 a$$

$$\tan 2a=\frac{2\tan a}{1-\tan^2 a}$$

$$\sin^2 a=\frac{1-\cos 2a}{2}$$

$$\cos^2 a=\frac{1+\cos 2a}{2}$$

PHIẾU HỌC TẬP

Nhiệm vụ 1: Chứng minh rằng:

$$\sin^4 a+\cos^4 a=1-\frac{1}{2}\sin^2 2a;\qquad \forall a$$

Nhiệm vụ 2: Cho $\sin a=\frac{3}{5}\left(\frac{\pi}{2}<a<\pi\right)$

Tính: $\sin 2a;\ \cos 2a;\ \tan 2a$

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

PHIẾU HỌC TẬP

NV 1: Ta có: $\sin^4 a+\cos^4 a=\left(\sin^2 a+\cos^2 a\right)^2-2\sin^2 a\cdot\cos^2 a$

$$=1-\frac{1}{2}\left(2\sin a\cdot\cos a\right)^2=1-\frac{1}{2}\sin^2 2a;\ \ \forall a$$

NV 2: Ta có: $\left.\begin{array}{l}\cos^2 a=1-\sin^2 a=\dfrac{16}{25}\\ Do\ \dfrac{\pi}{2}<a<\pi\Rightarrow\cos a<0\end{array}\right\}\Rightarrow\cos a=-\dfrac{4}{5}$

$$\sin 2a=2\sin a\cdot\cos a=-\frac{24}{25}$$

$$\cos 2a=\cos^2 a-\sin^2 a=\frac{7}{25}$$

$$\tan 2a=\frac{\sin 2a}{\cos 2a}=-\frac{24}{7}$$

$$C\neq:\ \tan a=\frac{\sin a}{\cos a}=-\frac{3}{4}$$

$$\tan 2a=\frac{2\tan a}{1-\tan^2 a}=-\frac{24}{7}$$

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

PHIẾU HỌC TẬP

NV 2: Cách khác:

$$\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a = \frac{7}{25}$$

$$\left.\begin{array}{l} \sin^2 2a = 1 - \cos^2 2a = \dfrac{576}{625} \\ Do\ \dfrac{\pi}{2} < a < \pi \Rightarrow \pi < 2a < 2\pi \Rightarrow \sin 2a < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \sin 2a = -\frac{24}{25}$$

TRẮC NGHIỆM

LOGO

Hãy nối mỗi dòng ở cột phải với một dòng ở cột trái để được một công thức đúng.

$\cos a\cos b+\sin a\sin b$	(1)	$(A)\quad \sin(a-b)$
$\cos a\cos b-\sin a\sin b$	(2)	$(B)\quad \tan(a-b)$
$\sin a\cos b-\cos a\sin b$	(3)	$(C)\quad \cos 2a$
$2\sin a\cos a$	(4)	$(D)\quad \cos(a+b)$
$\dfrac{\tan a-\tan b}{1+\tan a\tan b}$	(5)	$(E)\quad \sin 2a$
$\dfrac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\tan b}$	(6)	
$2\sin^2 a-1$	(7)	
$2\cos^2 a-1$	(8)	

TRẮC NGHIỆM

Giá trị của biểu thức:

$A=\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)+\cos\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$ **bằng bao nhiêu?**

A) $A=-1$

B) $A=0$

C) $A=1$

D) $A=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Vì: $A=\sin\left[\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)+\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)\right]=\sin\frac{\pi}{2}=1$

TRẮC NGHIỆM

LOGO

Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A) $\tan 3a - \tan 2a - \tan a = \tan^2 a \cdot \tan 2a$

B) $\tan 3a - \tan 2a - \tan a = \cot a \cdot \tan 2a \cdot \tan 3a$

C) $\tan 3a - \tan 2a - \tan a = -\tan a \cdot \tan 2a \cdot \tan 3a$

D $\tan 3a - \tan 2a - \tan a = \tan a \cdot \tan 2a \cdot \tan 3a$

Vì

$$\tan 3a - \tan 2a - \tan a = \tan(2a + a) - (\tan 2a + \tan a)$$

$$= \frac{\tan 2a + \tan a}{1 - \tan 2a \tan a} - (\tan 2a + \tan a)$$

$$= (\tan 2a + \tan a)\left(\frac{1}{1 - \tan 2a \tan a} - 1\right)$$

$$= \frac{\tan 2a + \tan a}{1 - \tan 2a \tan a}(1 - 1 + \tan 2a \tan a) = \tan 3a \tan 2a \tan a$$

HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ

- Nắm vững công thức cộng, công thức nhân đôi, công thức hạ bậc.

- Đọc trước phần III.

- Làm các bài tập: 1,2,3,5,6 (sgk trang 153-154)

CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

I. CÔNG THỨC CỘNG

$$\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b$$

$$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$$

$$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b$$

?H3. Cmr:

$$\sin(a-b)=\sin a\cos b-\cos a\sin b$$

Ta có: $\sin(a-b)=\sin\left[a+(-b)\right]$

$=\sin a\cos(-b)+\cos a\sin(-b)$

$=\sin a\cos b-\cos a\sin b$

?H4. Với đk biểu thức có nghĩa,Cmr:

$$\frac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\tan b}=\tan(a+b)$$

$$VP=\frac{\sin(a+b)}{\cos(a+b)}=\frac{\sin a\cos b+\cos a\sin b}{\cos a\cos b-\sin a\sin b}$$

$$=\frac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\tan b}=VT$$