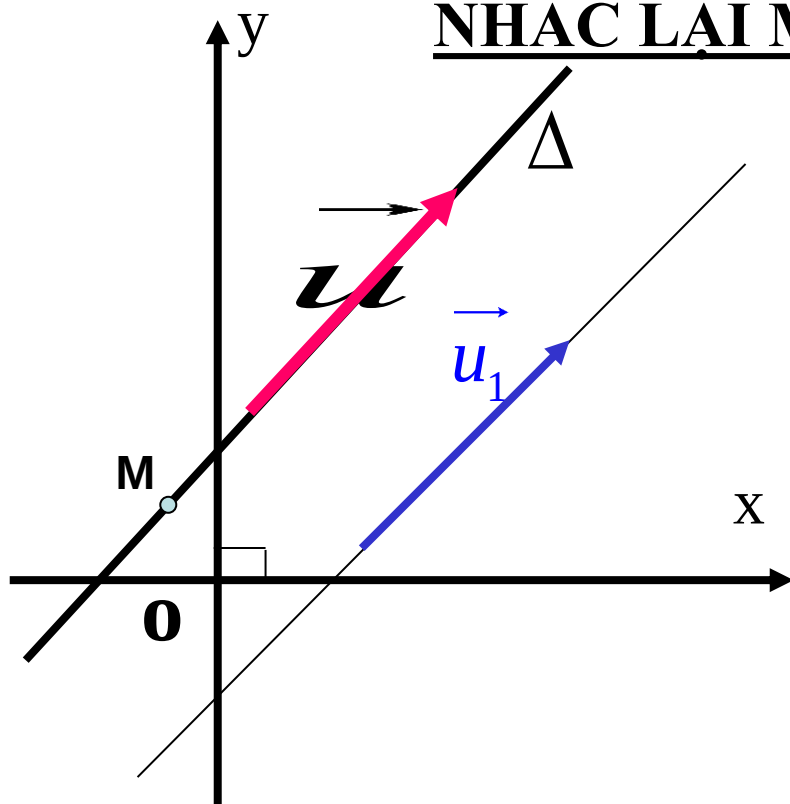


BÀI DẠY:

§3 PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN



NHẮC LẠI MỘT SỐ KIẾN THỨC



1) Vector chỉ phương của đường thẳng Δ

Vector $\vec{u} \neq \vec{0}$, có giá song song hoặc trùng với đường thẳng Δ được gọi là VTCP của đường thẳng Δ

2. Pt tham số, pt chính tắc của đường thẳng Δ

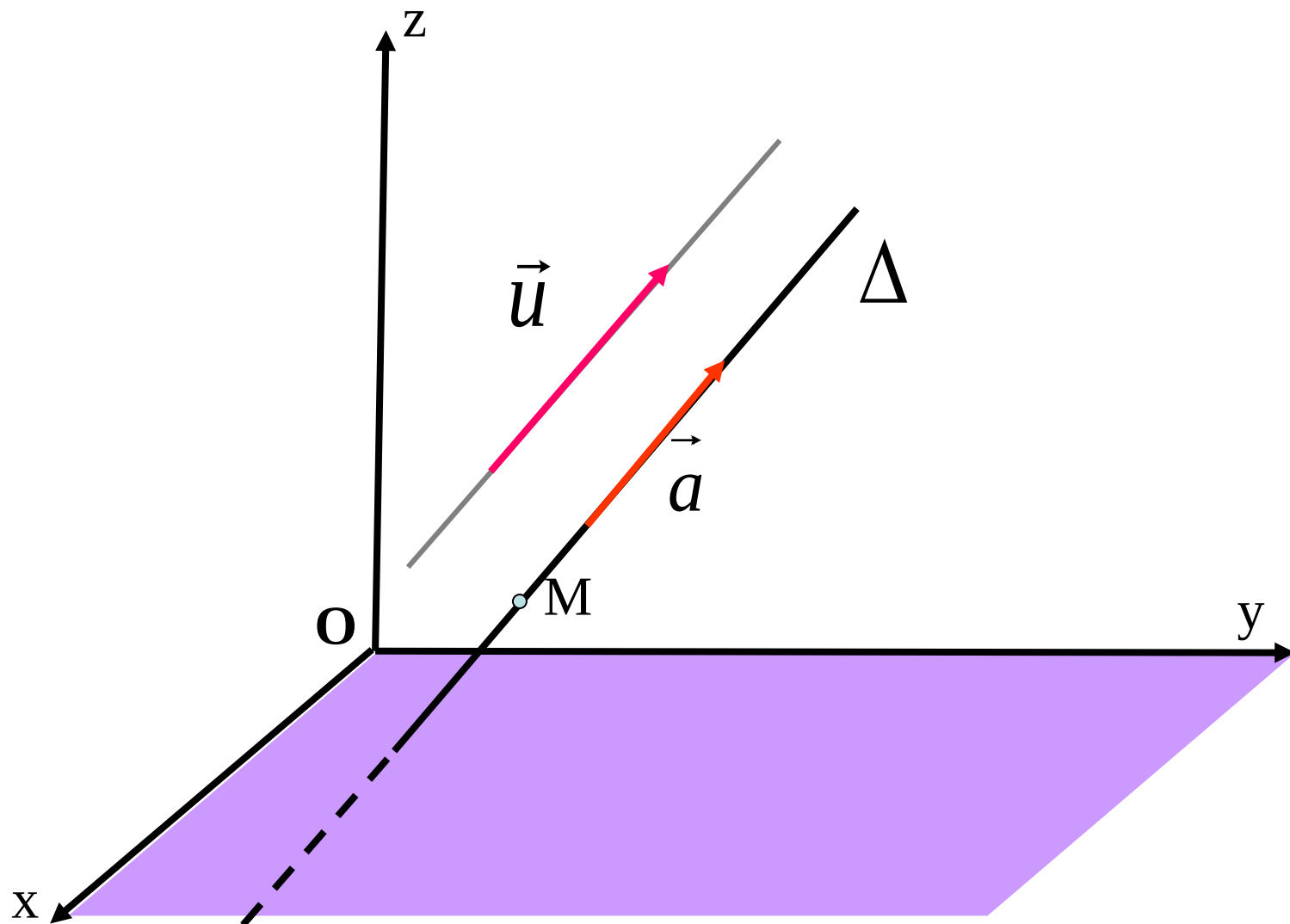
-Đường thẳng Δ: $\begin{cases} \text{Qua } M(x_0; y_0) \\ \text{VTCP } \vec{u}(a_1; a_2) \end{cases}$

a) Pt tham số của Δ có dạng:

$$\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \end{cases} \quad (a_1^2 + a_2^2 \neq 0)$$

b) Pt chính tắc của Δ có dạng:

$$\frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} \quad (a_1 \cdot a_2 \neq 0)$$

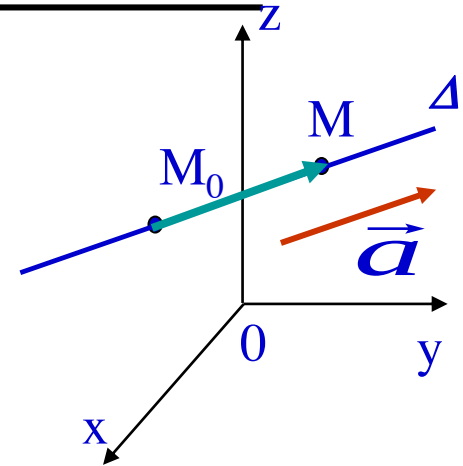


I. PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ CỦA ĐƯỜNG THẲNG:

1. Định lý:

Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng Δ đi qua $M(x_0; y_0; z_0)$ nhận $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ làm vector chỉ phương. Điều kiện cần và đủ để điểm $M(x; y; z)$ nằm trên Δ là có một số thực t sao cho:

$$\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$



CM:

Ta có: $\overrightarrow{M_0 M} (x - x_0; y - y_0; z - z_0)$
 $M \in \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{M_0 M}$ cùng phương với $\vec{a}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{M_0 M} = t \vec{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x - x_0 = t a_1 \\ y - y_0 = t a_2 \\ z - z_0 = t a_3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

I. PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ CỦA ĐƯỜNG THẲNG

Định nghĩa:

Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm

$M(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ là phương trình có dạng:

$$\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$$

trong đó t là tham số.

Chú ý:

Nếu a_1, a_2, a_3 đều khác 0 ta còn viết pt của đường thẳng Δ dưới dạng chính tắc như sau:

$$\frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3}$$

Đường thẳng Δ : $\begin{cases} \text{qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTCP } \vec{a}(a_1; a_2; a_3) \end{cases}$

Pt tham số của Δ : $\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$

Pt chính tắc của Δ : $\frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3}$
 $(a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \neq 0)$

Ví dụ 1: Trong không gian Oxyz .Viết pt tham số, pt chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; -2; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(2; 3; -4)$

Giải:

Pt tham số của đường thẳng Δ là:

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 3 - 4t \end{cases}$$

Pt chính tắc của Δ :

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{-4}$$

$$\text{Đường thẳng } \Delta : \begin{cases} \text{qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTCP } \vec{a}(a_1; a_2; a_3) \end{cases}$$

$$\text{Pt tham số của } \Delta : \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$$

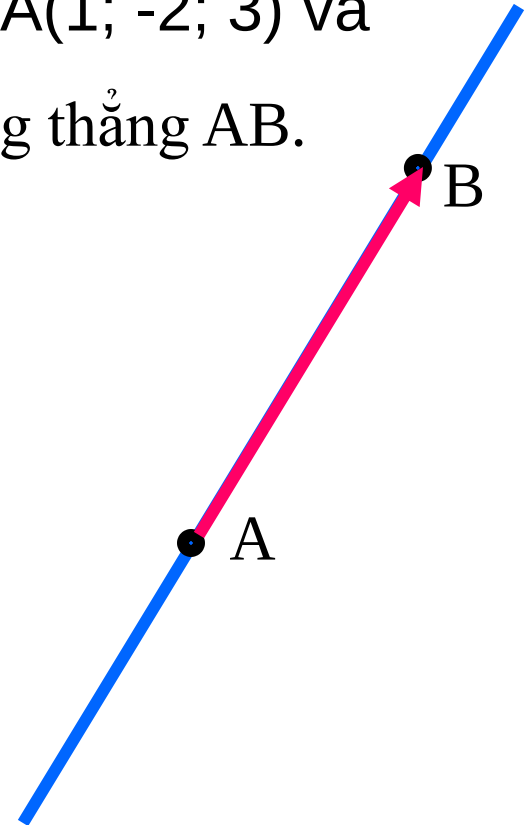
Ví dụ 2: Trong không gian Oxyz cho hai điểm A(1; -2; 3) và B(3; 1; 1).Viết phương trình tham số của đường thẳng AB.

Giải

Đường thẳng AB có VTCP là $\overrightarrow{AB} = (2; 3; -2)$

Pt tham số của đường thẳng AB là:

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$$



Ví dụ 3: Trong không gian Oxyz. Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ qua $M(-1;3;2)$ và song song với đường thẳng d có phương trình:

$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 - 3t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$$

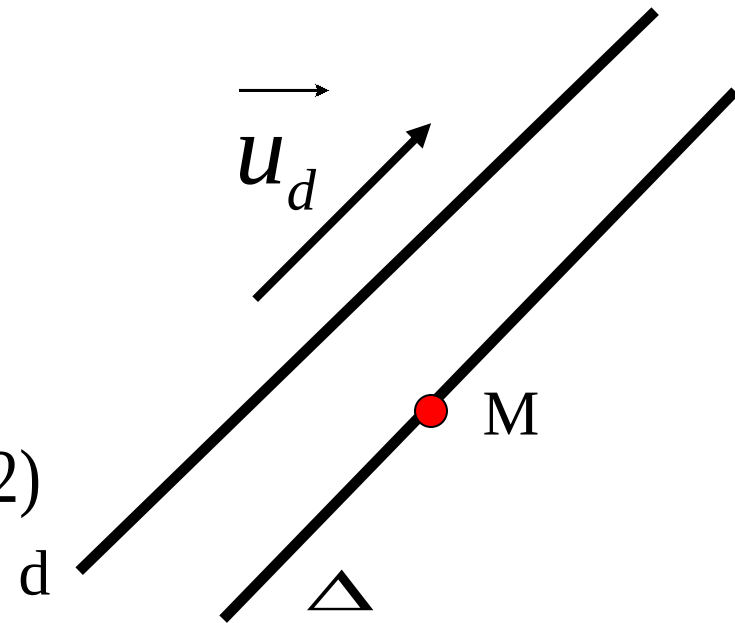
Giải:

Đường thẳng d có VTCP : $\vec{u}_d(-1; -3; -2)$

$\Delta // d$ suy ra Δ có VTCP $\vec{u}_\Delta = \vec{u}_d(-1; -3; -2)$

Pt tham số của đường thẳng Δ là:

$$\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 3 - 3t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$$



VD4: Trong không gian Oxyz cho đường thẳng Δ có phương trình tham số:

$$\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$$

Hãy tìm tọa độ một điểm M trên Δ và một vectơ chỉ phương của Δ

Giải:

Đường thẳng Δ đi qua M(3;1;2) và một VTCP của Δ là $\vec{u}_{\Delta} = (-2;1;-1)$

Chú ý:

Trong không gian Oxyz cho đường thẳng Δ có pt tham số:

$$\begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$$

Với mỗi điểm M tùy ý thuộc Δ thì $M(x_0 + a_1t; y_0 + a_2t; z_0 + a_3t)$

Ví dụ 5:

Trong không gian Oxyz cho (P): $2x + 4y + z + 9 = 0$. và điểm A(1; -2; 3)

a. Viết pt tham số của đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với mp(P).

b. Tìm tọa độ hình chiếu H của A lên mp(P).

Giải

a) Ta có: mp(P) có VTPT $\vec{n}_p(2; 4; 1)$

Vì $\Delta \perp (P)$ nên Δ có VTCP $\vec{u}_\Delta = \vec{n}_p(2; 4; 1)$

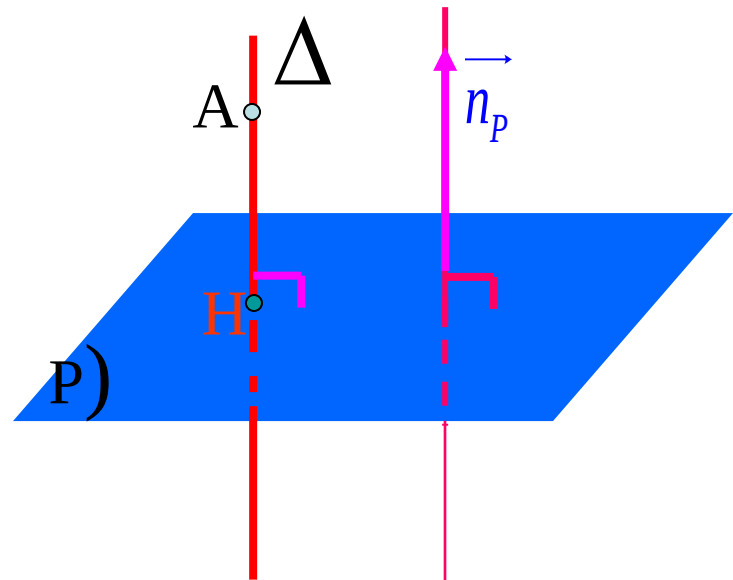
Pt tham số của đường thẳng Δ là :

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 4t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

b) Gọi H $(1+2t; -2+4t; 3+t)$ là hình chiếu của A lên (P).

Ta có $H \in (P) \Leftrightarrow 2(1+2t) + 4(-2+4t) + 3+t + 9 = 0$

$$\Leftrightarrow 21t = -6 \Leftrightarrow t = -\frac{2}{7} \Rightarrow H\left(\frac{3}{7}; -\frac{22}{7}; \frac{19}{7}\right)$$



VD6: Trong không gian Oxyz cho điểm $A(2;3;1)$ và đường thẳng Δ có phương trình tham số:

$$\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$$

Tìm tọa độ hình hình chiếu H của A lên Δ

Giải

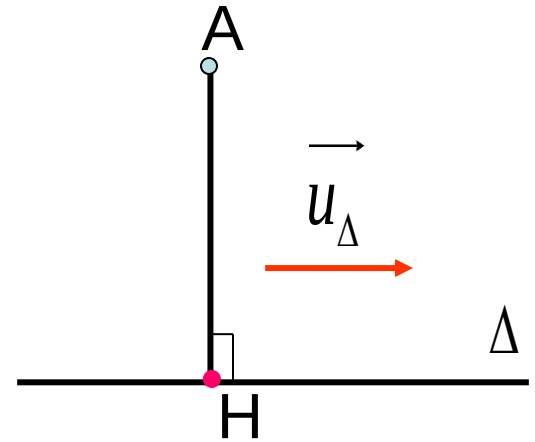
Gọi $H(3-2t; 1+t; 2-t)$ là hình chiếu của A lên Δ .

Ta có: $\overrightarrow{AH}(1-2t; -2+t; 1-t)$, Δ có VTCP $\overrightarrow{u_{\Delta}}(-2; 1; -1)$

Vì H là hình chiếu của A lên Δ nên:

$$\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{u_{\Delta}} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{u_{\Delta}} = 0 \Leftrightarrow -2(1-2t) + 1(-2+t) - 1(1-t) = 0 \Leftrightarrow 6t - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{5}{6} \Rightarrow H\left(\frac{4}{3}; \frac{11}{6}; \frac{7}{6}\right)$$



Củng cố:

1) Đường thẳng Δ : $\begin{cases} \text{qua } M(x_0; y_0; z_0) \\ \text{VTCP } \vec{a}(a_1; a_2; a_3) \end{cases}$

● Pt tham số của Δ : $\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$

● Pt chính tắc của Δ : $\frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3}$
(với $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \neq 0$)

2) Trong không gian Oxyz cho đường thẳng Δ có pt tham số:

$$\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$$

Với mỗi điểm M tùy ý thuộc Δ thì $M(x_0 + a_1 t; y_0 + a_2 t; z_0 + a_3 t)$

Bài tập trắc nghiệm:

1) Trong không gian Oxyz cho đường thẳng d đi qua $M(3;2;-2)$ và có VTCP $\vec{a}(2;3;3)$ pt tham số của đường thẳng d là:

A
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$$

B
$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$$

C
$$\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$$

D
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$$

2) Trong không gian Oxyz cho đường thẳng d đi qua $M(3;4;-2)$ và vuông góc với $\text{mp}(Q): 3x-4y-z+2=0$. Phương trình tham số của đường thẳng d là:

$$\underline{\mathbf{A}} \quad \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -4 + 4t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$$

$$\underline{\mathbf{B}} \quad \begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = 4 - 4t \\ z = -2 - t \end{cases}$$

$$\underline{\mathbf{C}} \quad \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 4 - 4t \\ z = -2 + t \end{cases}$$

$$\underline{\mathbf{D}} \quad \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 4 - 4t \\ z = -2 - t \end{cases}$$