

KIỂM TRA BÀI CŨ

Cho số phức $z = a + bi$.

a. Hãy tính : $|z|^2$

b. Hãy thực hiện phép nhân sau : $\bar{z} \cdot (c + di)$



Bài giải

$$a. \quad |z|^2 = |a + bi|^2 = \left(\sqrt{a^2 + b^2} \right)^2 = a^2 + b^2$$

$$b. \quad \bar{z} \cdot (c + di) = (a - bi)(c + di) = ac + adi - bci - bdi^2 = (ac + bd) + (ad - bc)i$$

Tiết 65: § 3. PHÉP CHIA SỐ PHỨC

I TỔNG VÀ TÍCH CỦA HAI SỐ PHỨC LIÊN HỢP

II PHÉP CHIA SỐ PHỨC

 **CÁC VÍ DỤ**

I TỔNG VÀ TÍCH CỦA HAI SỐ PHỨC LIÊN HỢP



Hoạt động 1:

Cho $z = 2 + 3i$. Hãy tính $z + \bar{z}$ và $z.\bar{z}$. Nêu nhận xét



Bài giải

$$z + \bar{z} = 2 + 3i + 2 - 3i = 4$$

$$z.\bar{z} = (2+3i).(2-3i)$$

$$= 4 - 6i + 6i - 9i^2 = 13$$

Tổng quát: Cho số phức $z = a + bi$.

Hãy tính : $z+\bar{z}$ và $z.\bar{z}$. Nêu nhận xét

Ta có:

$$\overline{z+z} = a + bi + a - bi = 2a$$

$$z.\bar{z} = (a + bi)(a - bi)$$

$$= a^2 - abi + abi - bi^2 = a^2 + b^2 = |z|^2$$

Nhận xét: Cho số phức $z = a + bi$. Ta có:

$$z + \bar{z} = 2a$$

Tổng của một số phức và với số phức liên hợp của nó bằng hai lần phần thực của số phức đó.

$$z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 = |z|^2$$

Tích của một số phức và với số phức liên hợp của nó bằng bình phương môđun của số phức đó.

$$2a \in \mathbb{R} \text{ và } a^2 + b^2 \in \mathbb{R}$$

Tổng và tích của hai số phức liên hợp là một số thực.

II PHÉP CHIA SỐ PHỨC

Chia số phức $c+di$ cho số phức $a+bi$ khác 0 là tìm số phức z sao cho $c+di=(a+bi)z$. Khi đó: Số phức z được gọi là **thương** của phép chia số phức $c+di$ cho $a+bi$ và kí hiệu: $z = \frac{c + di}{a + bi}$

Ví dụ 1: Thực hiện phép chia $5+3i$ cho $2+i$

Giải: Giả sử $z = \frac{5 + 3i}{2 + i}$ Theo định nghĩa phép chia số phức, Ta có

$$\begin{aligned} (2 + i)z &= (5 + 3i) \Leftrightarrow (2 - i)(2 + i)z = (2 - i)(5 + 3i) \\ \Leftrightarrow (2^2 + 1^2)z &= 13 + i \Leftrightarrow 5.z = 13 + i \Leftrightarrow z = \frac{1}{5}(13 + i) \end{aligned}$$

Vậy $\frac{5 + 3i}{2 + i} = \frac{13}{5} + \frac{1}{5}i$

II PHÉP CHIA SỐ PHỨC

Giả sử : $z = \frac{c + di}{a + bi}$. Theo định nghĩa phép chia số phức, Ta có

$$(a + bi)z = c + di$$

$$\Leftrightarrow (a - bi)(a + bi)z = (a - bi)(c + di)$$

$$\Leftrightarrow (a^2 + b^2).z = (ac + bd) + (ad - bc)i$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{(ac + bd) + (ad - bc)i}{(a^2 + b^2)}$$

Vậy $\frac{c + di}{a + bi} = \frac{ac + bd}{a^2 + b^2} + \frac{ad - bc}{a^2 + b^2}i.$

CHÚ Ý

- Trong thực hành:

$$\begin{aligned} \frac{c + di}{a + bi} &= \frac{(c + di)(a - bi)}{(a + bi)(a - bi)} = \frac{(ac + bd) + (ad - bc)i}{a^2 + b^2} \\ &= \frac{(ac + bd)}{a^2 + b^2} + \frac{(ad - bc)}{a^2 + b^2} i \end{aligned}$$

- Nghịch đảo của số phức $z = a + bi$ là số phức có dạng $\frac{1}{z} = \frac{1}{a + bi}$

CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 2

Thực hiện phép chia sau:

$$\frac{1 + i}{2 - 3i}.$$

Ví dụ 3

Cho số phức $z = 3 + 4i$.

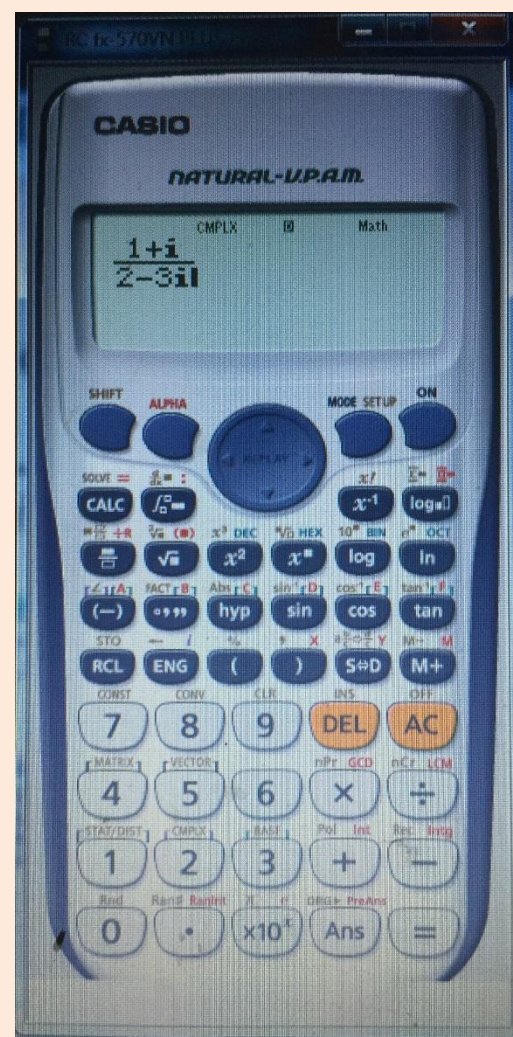
Tìm phần thực, ảo của số phức $\frac{1}{z}$

CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 2

Thực hiện phép chia sau:

$$\frac{1+i}{2-3i}.$$



Bài giải

$$\begin{aligned} z &= \frac{1+i}{2-3i} = \frac{(1+i)(2+3i)}{(2-3i)(2+3i)} \\ &= \frac{-1+5i}{2^2+3^2} = \frac{-1+5i}{13} \\ &= -\frac{1}{13} + \frac{5}{13}i. \end{aligned}$$



Ví dụ 3:

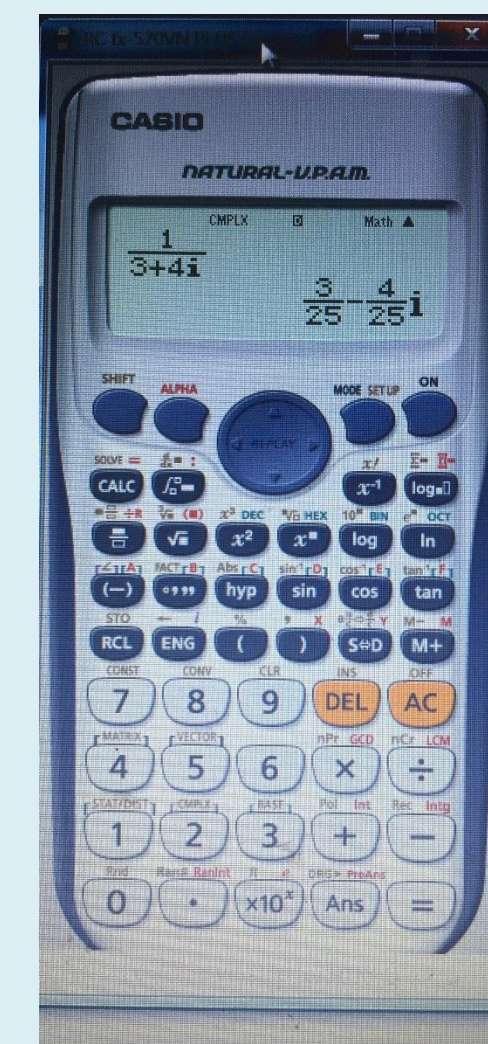
Cho số phức $z = 3 + 4i$. Tìm phần thực, ảo của số phức $\frac{1}{z}$



Bài giải

$$\text{Ta có: } \frac{1}{z} = \frac{1}{3+4i} = \frac{1(3-4i)}{(3+4i)(3-4i)} = \frac{3-4i}{3^2+4^2} = \frac{3}{25} - \frac{4}{25}i.$$

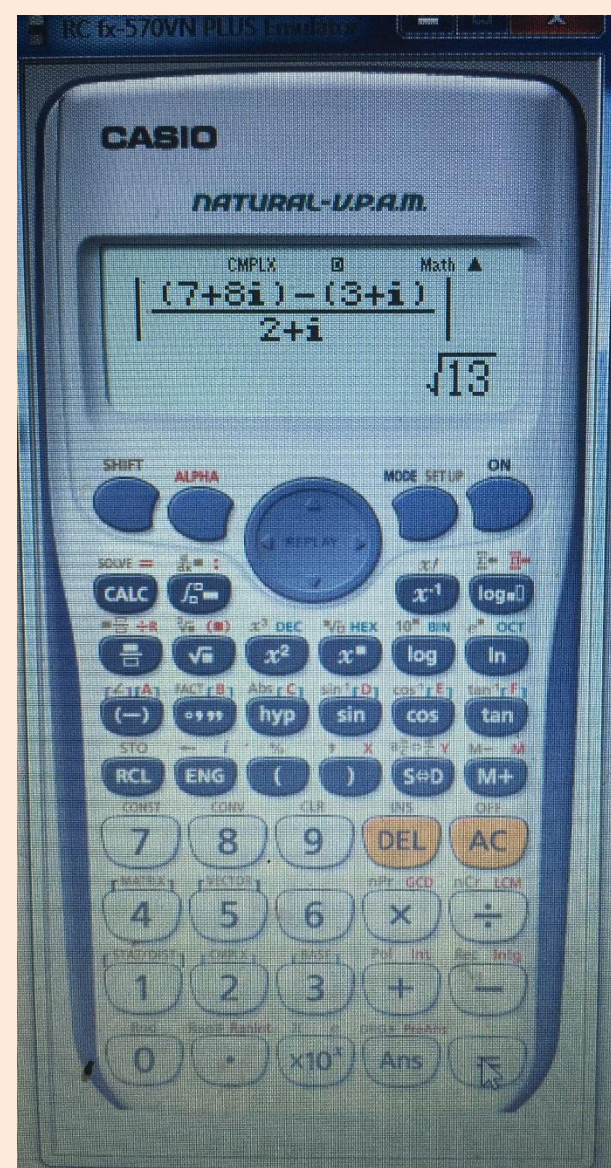
Vậy : Phần thực $\frac{3}{25}$ và phần ảo là $-\frac{4}{25}$



Ví dụ 4

Tìm môđun của số phức z biết

$$(2 + i)z + (3 + i) = 7 + 8i$$



Bài giải

Ta có:

$$(2 + i)z + (3 + i) = 7 + 8i \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (2 + i)z = (7 + 8i) - (3 + i)$$

$$\Leftrightarrow (2 + i)z = 4 + 7i \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{4 + 7i}{2 + i} = 3 + 2i$$

Do đó:

$$|z| = |3 + 2i| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

TỔNG KẾT

☑ Tổng và tích của hai số phức liên hợp là một số thực.

☑ Trong thực hành, để tính thương $\frac{c + di}{a + bi}$, ta nhân cả tử và mẫu

với số phức liên hợp của $a + bi$. Cụ thể $\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{z_2 \cdot \bar{z}_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{|z_2|^2}$

☑ Nghịch đảo của một số phức z là một số phức có dạng $\frac{1}{z}$.

CÙNG CỐ: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1

Cho số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$. Chọn khẳng định đúng

A. $z + \bar{z} = 2a + 2bi.$

C. $z + \bar{z} = 2a - 2bi.$

B. $z + \bar{z} = 2a.$

D. $z + \bar{z} = 2bi.$



Bài giải

Chọn B

$$z + \bar{z} = a + bi + a - bi = 2a$$

CỦNG CỐ: CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 2

Cho số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$. Chọn khẳng định đúng

A. $z.\bar{z} = a + b.$

B. $z.\bar{z} = a^2 - b^2.$

C. $z.\bar{z} = a^2 + b^2$

D. $z.\bar{z} = (a + b)^2.$



Bài giải

Chọn C

$$\begin{aligned} z.\bar{z} &= (a + bi).(a - bi) \\ &= a^2 - b^2i^2 = a^2 + b^2 \end{aligned}$$

Câu 3

Số phức $z = \frac{6+3i}{5i}$ bằng:

A. $\frac{3}{5} + \frac{6}{5}i$

B. $\frac{3}{5} - \frac{6}{5}i$

C. $-\frac{3}{5} - \frac{6}{5}i$

D. $-\frac{3}{5} + \frac{6}{5}i$

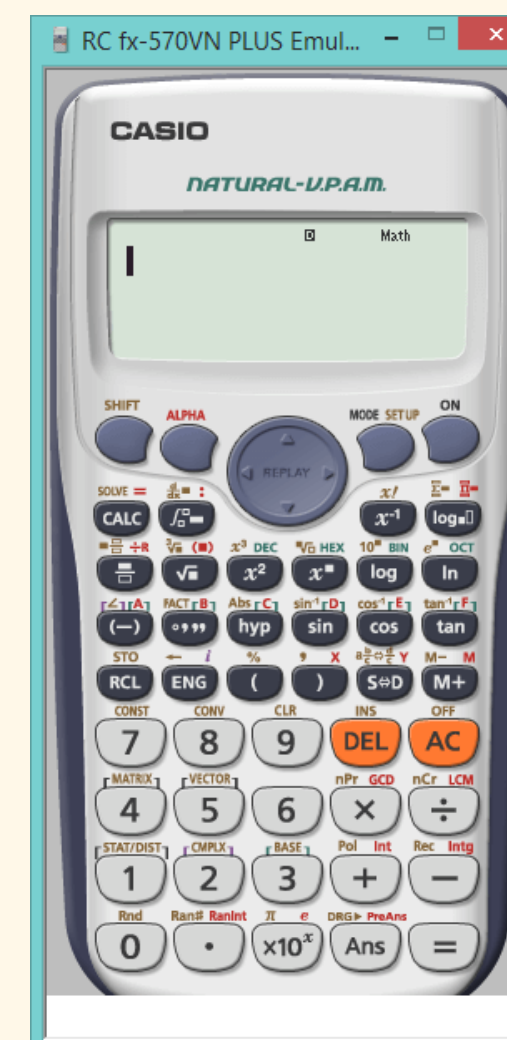


Bài giải

$$\begin{aligned} \frac{(6+3i)(-5i)}{(5i)(-5i)} &= \frac{-30i-15i^2}{5^2} = \\ &= \frac{15-30i}{25} = \frac{15}{25} - \frac{30}{25}i = \frac{3}{5} - \frac{6}{5}i \end{aligned}$$

Chọn B.

Sử dụng máy tính cầm tay



Câu 4

Số phức nghịch đảo của số phức $z = 1 + 3i$ là :

- A.** $\frac{1}{10}(1 - 3i)$ **B.** $1 - 3i$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{10}}(1 + 3i)$. **D.** $\frac{1}{10}(1 + 3i)$.



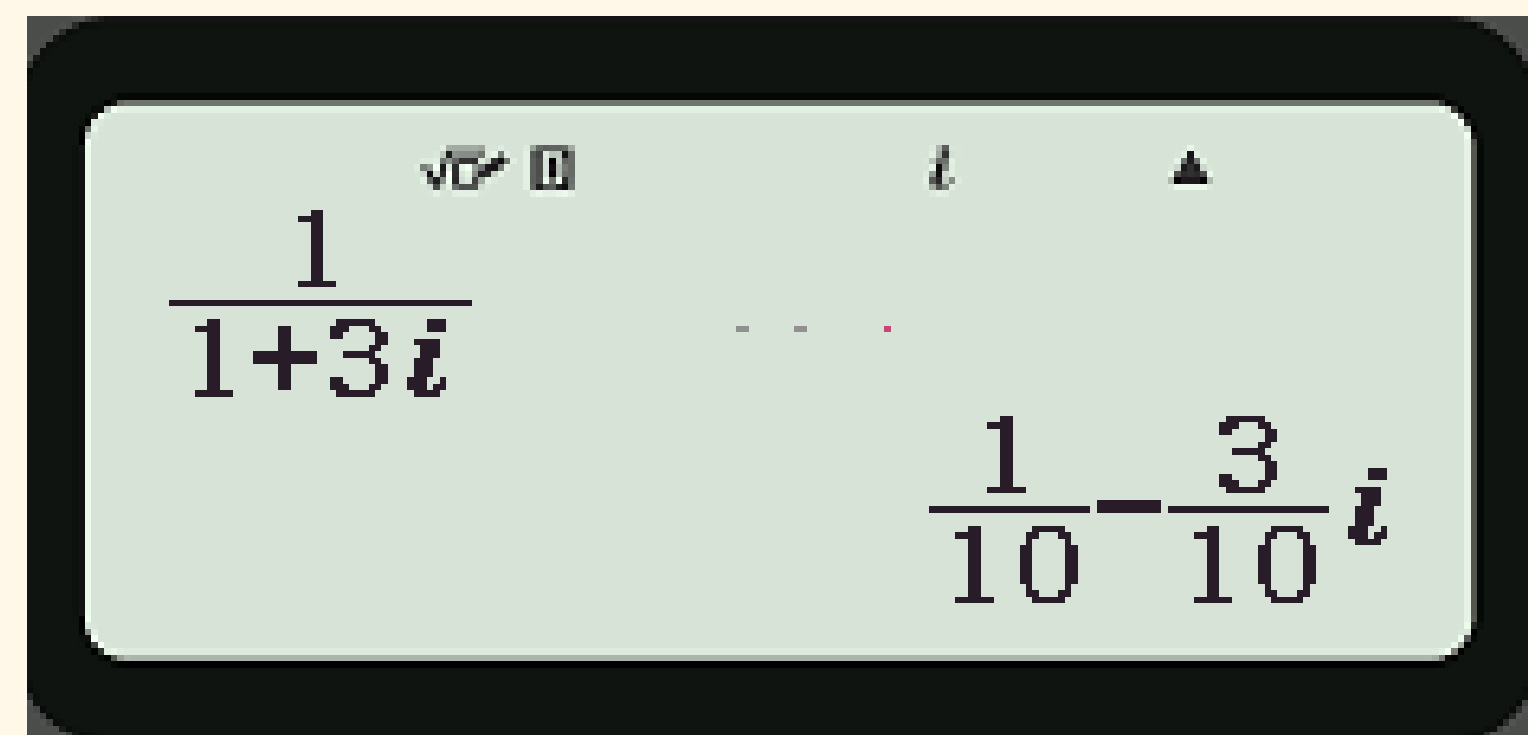
Bài giải

Chọn A

Ta có: $z = 1 + 3i$

$$\frac{1}{z} = \frac{1 - 3i}{(1 + 3i)(1 - 3i)} = \frac{1}{10} - \frac{3}{10}i.$$

Sử dụng máy tính cầm tay



Câu 5

Điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{1}{2-3i}$ là

- A. $M(2; -3)$ B. $M(2; 3)$ C. $M(3; -2)$ **D.** $M\left(\frac{2}{13}; \frac{3}{13}\right)$

Bài giải

Chọn D.

Ta có
$$z = \frac{1}{2-3i} = \frac{2+3i}{(2-3i)(2+3i)} = \frac{2+3i}{2^2+3^2} = \frac{2}{13} + \frac{3}{13}i$$

Điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{1}{2-3i}$ là $M\left(\frac{2}{13}; \frac{3}{13}\right)$