**TÍCH PHÂN**

**1. Khái niệm hình thang cong**

Cho hàm số  liên tục, không đổi dấu trên đoạn  . Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số , trục hoành và hai đường thẳng  được gọi là **hình thang cong.**

**2. Tích phân là gì?**

Định nghĩa: Cho  là hàm số liên tục trên đoạn . Giả sử là một nguyên hàm của  trên đoạn . Hiệu số  được gọi là **tích phân** từ *a* đến *b* (hay tích phân xác định trên đoạn ) của hàm số , kí hiệu là .

Ta còn dùng kí hiệu  để chỉ hiệu số 

Vậy 

Ta gọi là dấu tích phân, *a* là cận dưới, *b* là cận trên, là biểu thức dưới dấu tích phân và là hàm số dưới dấu tích phân.

⦁ **Chú ý:** Trong trường hợp  hoặc , ta quy ước ;

⦁ **Nhận xét:** Tích phân của hàm số  từ *a* đến *b* có thể kí hiệu bởi  hay . Tích phân đó chỉ phụ thuộc vào  và các cận *a, b* mà không phụ thuộc vào biến số *x* hay *t.*

Tức là: 

⦁ **Ý nghĩa hình học của tích phân**

Nếu hàm số  liên tục và không âm trên đoạn , thì tích phân  là diện tích *S* của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của , trục *Ox* và hai đường thẳng  .

Vậy 

**- Tính chất 1:**  (với *k* là hằng số)

**- Tính chất 2:** 

**- Tính chất 3:** 

**Chú ý:** Mở rộng của tính chất 3.



**Ví dụ 1: Tính các tích phân sau:**

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

g) .

h) 

i)  

|  |
| --- |
| **Ví dụ 2:** Cho các tích phân  . Tính **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

***Lời giải***

Ta có:  (tích phân không phụ thuộc vào biến)

Lại có:  . **Chọn A.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 3:** Cho hàm số  có đạo hàm trên đoạn  và Tính tích phân  **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

***Lời giải***

Ta có: . **Chọn D.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 4:** Cho  . Tính **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

***Lời giải***

Ta có . **Chọn A.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 5:** Cho tích phân  và  . Tính **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

***Lời giải***

Ta có 

 . **Chọn C.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 6:** Biết  trong đó *a, b* là hai số nguyên dương và  là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây là đúng?**A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

***Lời giải***

Ta có: 

Do đó  . **Chọn C.**

**3) Phương pháp đổi biến số tính tích phân**

⦁ **Định lí:** Cho hàm số  liên tục trên đoạn  Giả sử hàm số  có đạo hàm liên tục trên đoạn  sao cho  và  với mọi 

Khi đó 

**Chú ý:** Trong nhiều trường hợp ta còn sử dụng phép biến đổi biến số ở dạng sau:

⦁ Cho hàm số  liên tục trên đoạn  Để tính , đôi khi ta chọn hàm số  làm biến số mới, trong đó trên đoạn  có đạo hàm liên tục và 

⦁ Giả sử có thể viết  với  liên tục trên đoạn

Khi đó, ta có 

**Các dạng toán trọng tâm**

**🞄** Trong biểu thức của  có chứa căn thì đặt căn đó bằng *t*.

**🞄** Trong biểu thức của  có chứa biểu thức lũy thừa bậc cao thì đặt biểu thức đó bằng *t*.

**🞄** Trong biểu thức của  có chứa hàm mũ với biểu thức trên mũ là một hàm số thì đặt biểu thức trên mũ bằng *t*.

|  |
| --- |
| **Ví dụ 1:** Tính các tích phân sau bằng phương pháp đổi biến số:**a)**  **b)**  **c)  d)**  |

***Lời giải***

**Chú ý:** Đổi biến nhớ phải đổi cận.

**a)** Đặt  Đổi cận 

Khi đó 

**b)** Đặt 

Đổi cận  khi đó 

**c)** Đặt  Đổi cận 

Khi đó 

**d)** Đặt  Đổi cận 

Khi đó 

|  |
| --- |
| **Ví dụ 2: [Đề thi THPT Quốc gia 2018]** Cho  với  là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng.**A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

***Lời giải***

Đặt  Đổi cận 

Khi đó 

Do đó  **Chọn A.**

**4) Phương pháp từng phần**

**Công thức tích phân từng phần:** Nếu  và  là hai hàm số có đạo hàm liên tục trên đoạn  thì 

Hay 

**Dạng 1: Sử dụng công thức tích phân từng phần**

**Ví dụ 1: Tính các tích phân sau:**

a) 

***Lời giải***

Đặt 

b) 

***Lời giải***

Đặt 

Khi đó 

Xét tích phân , ta đặt 

Khi đó 

Vậy 

c) 

***Lời giải***

Đặt 



**Dạng 2: Tích phân từng phần với hàm ẩn**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 1:** Cho hàm số  thỏa mãn điều kiện  và . Tính tích phân **A.** . **B.** . **C.** . **D.** . |

***Lời giải***

Đặt  , khi đó 

. **Chọn D.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 2:** Cho . Tích phân  bằng:**A.** 4032. **B.** 1008. **C.** 0. **D.** 2016. |

***Lời giải***

Xét tích phân 

Đặt 



Xét , đặt , đổi cận suy ra . **Chọn B.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 3:** Cho  là một nguyên hàm của hàm số . Tính tích phân  **A.** . **B.** . **C.** . **D.** . |

***Lời giải***

Đặt 



Mặt khác 

Do đó . **Chọn B.**

|  |
| --- |
| **Ví dụ 4:** Cho  là một nguyên hàm của hàm số . Tính tích phân  **A.** . **B.** . **C.** . **D.** . |

***Lời giải***

Đặt 



Trong đó . **Chọn A.**