

BÀI 6: BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH LÔGARÍT

II– Bất phương trình logarit.

1. Dạng cơ bản: $\log_a x > b$ (1)

$$* a > 1: (1) \Leftrightarrow x > a^b$$

$$* 0 < a < 1: (1) \Leftrightarrow 0 < x < a^b$$

Ví dụ: Giải các bất phương trình sau

a) $\log_2 x > 6$	$\log_2 x > 6 \Leftrightarrow x > 2^6 \Leftrightarrow x > 64$
b) $\log_{\frac{1}{2}} x > 5$	$\log_{\frac{1}{2}} x > 5 \Leftrightarrow 0 < x < \left(\frac{1}{2}\right)^5 \Leftrightarrow 0 < x < \frac{1}{32}$

2. Một số dạng bất phương trình logarit

a) Đưa về cùng cơ số: $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ (2)

$$* a > 1: (2) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

$$* 0 < a < 1: (2) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases}$$

Ví dụ: Giải các bất phương trình sau

a) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{x+6} \leq \log_{\frac{1}{3}} (x+4)$	$\Leftrightarrow \begin{cases} x+4 > 0 \\ \sqrt{x+6} \geq x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -4 \\ x+6 \geq x^2+8x+16 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x > -4 \\ x^2+7x+10 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -4 \\ -5 \leq x \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -5 \leq x < -4$
b) $\log_{\frac{1}{2}} (x+1) \leq \log_2 (2-x)$	$\text{ĐK: } \begin{cases} x > -1 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 2$ $\text{Bpt} \Leftrightarrow -\log_2 (x+1) \leq \log_2 (2-x)$ $\Leftrightarrow \log_2 (x+1) + \log_2 (2-x) \geq 0 \Leftrightarrow \log_2 [(x+1)(2-x)] \geq 0$ $\Leftrightarrow (x+1)(2-x) \geq 1 \Leftrightarrow -x^2 + x + 1 \geq 0$ $\Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{5}}{2} \leq x \leq \frac{1+\sqrt{5}}{2} \text{ (thỏa đk)}$

c) $2\log_2(x-1) \leq \log_2(5-x) + 1$	$\text{ĐK: } \begin{cases} x > 1 \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 5$ $\text{Bpt } \Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 \leq \log_2[2(5-x)] \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 \leq 10 - 2x$ $\Leftrightarrow x^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3$ $\text{Giao với đk, ta được: } 1 < x \leq 3$
--	---

b) Đặt ẩn phụ:

Ví dụ: Giải các bất phương trình sau

a) $\log_3^2 x - \frac{5}{2}\log_3 x + 1 \leq 0$	$\text{Đặt } t = \log_3 x$ $\text{Bpt } \Leftrightarrow t^2 - \frac{5}{2}t + 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq t \leq 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq \log_3 x \leq 2$ $\Leftrightarrow \sqrt{3} \leq x \leq 9$
b) $\log_{\frac{1}{2}}^2 x - 6\log_2 x + 8 \geq 0$	$\Leftrightarrow (-\log_2 x)^2 - 6\log_2 x + 8 \geq 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x - 6\log_2 x + 8 \geq 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x \leq 2 \\ \log_2 x \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \leq 4 \\ x \geq 16 \end{cases}$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Giải bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3$.

- A. $x < 3$. B. $x > \frac{10}{3}$. C. $x > 3$. D. $\frac{1}{3} < x < 3$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là

- A. $[10; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(10; +\infty)$. D. $(-\infty; 10)$.

Câu 3: Giải bất phương trình: $\log_6 3x \leq 1$.

- A. $x \leq \frac{1}{3}$. B. $x \leq 2$. C. $0 < x \leq 2$. D. $\frac{1}{3} < x \leq 2$.

Câu 4: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(2x+3) \geq 0$ là

- A. $S = (-\infty; 0]$. B. $S = (-\infty; -1)$. C. $S = (-\infty; -1]$. D. $S = [-1; +\infty)$.

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 1$ là

A. $\left[1; \frac{3}{2}\right)$.

B. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

C. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$.

D. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 6: Bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(2x^2 - x + 1) < 0$ tương đương với bất phương trình nào sau đây?

A. $2x^2 - x < 0$.

B. $2x^2 - x + 1 > \frac{2}{3}$.

C. $2x^2 - x > 0$.

D. $2x^2 - x + 1 > 0$.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(31 - x^2) \geq 3$ là

A. $(-\infty; 2]$.

B. $[-2; 2]$.

C. $(0; 2]$.

D. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

Câu 8: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

A. $S = (-\infty; 2)$.

B. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

C. $S = (-1; 2)$.

D. $S = (2; +\infty)$.

Câu 9: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{0,8}(15x+2) > \log_{0,8}(13x+8)$ là

A. 4.

B. Vô số.

C. 2.

D. 3.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(5x+14) \leq \log_{0,5}(x^2+6x+8)$ là

A. $(-\infty; 2]$.

B. $(-2; 2]$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left[-\frac{3}{2}; 0\right]$.

D. $[-3; 2]$.

Câu 11: Bất phương trình $\log_{0,2} x + \log_{0,2}(x-2) < \log_{0,2} 3$ tương đương với hệ nào sau đây ?

A. $\begin{cases} x > 2 \\ x^2 - 2x - 3 > 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} 0 < x < 2 \\ x^2 - 2x - 3 > 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} 0 < x < 2 \\ x^2 - 2x - 3 < 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x > 2 \\ x^2 - 2x - 3 < 0 \end{cases}$.

Câu 12: Giải bất phương trình $\log_2(x+1) + \log_{\frac{1}{2}}\sqrt{x+1} \leq 0$.

A. $-1 < x \leq 0$.

B. $-1 \leq x \leq 0$.

C. $x \leq 0$.

D. $-1 < x \leq 1$.

Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$ là

A. $\left[4; \frac{11}{2}\right)$

B. $(-\infty; 4]$.

C. $(1; 4]$.

D. $(1; 4)$.

Câu 14: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 \geq 0$.

A. $S = (0; 2] \cup [16; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 2] \cup [16; +\infty)$.

C. $S = [2; 16]$.

D. $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

Câu 15: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2 - \log_3 x}}$.

A. $D = (9; +\infty)$

B. $D = (0; 9)$.

C. $D = (0; 9]$.

D. $D = (1; 9)$.

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_2(4-x)-1}$ là

A. $[2; 4)$.

B. $(-\infty; 2]$.

C. $(-\infty; 4)$.

D. $(-\infty; 2)$.

Câu 17: Tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $2\log_2 \sqrt{x+1} \leq 2 - \log_2(x-2)$ bằng

A. 9.

B. 5.

C. 12.

D. 3.

Câu 18: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x - 6 \leq 0$. Số giá trị nguyên của S là

A. 58.

B. 64.

C. 70.

D. Vô số.

Câu 19: Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\sqrt{5}}^2 x^5 - 25\log_{\sqrt{5}} x^2 - 75 \leq 0$ là

A. 66.

B. 70.

C. 62.

D. 64.

Câu 20: Cho bất phương trình $4\log_{0,04}^2 x + 5\log_{0,2} x \leq -6$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình trên?

A. 101.

B. 2.

C. 0.

D. Vô số.

Câu 21: Bất phương trình $(x^3 - 9x)\ln(x+5) \leq 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 7.

B. Vô số.

C. 4.

D. 6.

Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 10 - 3^{x+1} \geq 1 - x$ chứa mấy số nguyên.

A. 5.

B. 3.

C. Vô số.

D. 4.

Câu 23: Bất phương trình $\log_2 \left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-7}{x+3} \right) \geq 0$ có tập nghiệm là $(a; b]$. Tính giá trị $P = 3a - b$.

A. $P = 7$.

B. $P = 5$.

C. $P = 10$.

D. $P = 4$.

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình $\log^2 \sqrt{2}(2x) - 2\log_2(4x^2) - 8 \leq 0$ là đoạn $[a; b]$, với a, b là các số thực. Giá trị $a + b$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(2; 3)$.

B. $(4; 5)$.

C. $(11; 12)$.

D. $(0; 2)$.

Câu 25: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2(5^x - 1) \cdot \log_2\left(\frac{5^x - 1}{64}\right) \geq m$ nghiệm đúng với mọi $x \geq 1$?

A. $m \leq -6$.

B. $m \leq -8$.

C. $m \leq -5$.

D. $m \leq -9$.