**HÌNH HỌC 11**

**( Từ tuần 25 đến 31)**

**CHƯƠNG II**

**VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN. QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN.**

**BÀI 2. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC**

|  |
| --- |
|  **TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN**.I1. **Góc giữa hai véctơ trong không gian.**

Cho . Lấy một điểm A bất kì, gọi B, C sao cho: . Khi đó: góc giữa  và  là .***Chú ý:*** .Hình học 11 Bài 2: Hai đường thẳng vuông góc1. **Tích vô hướng của hai vectơ trong không gian.**

Cho . Tích vô hướng của hai  và  là một số: ***Qui ước***: hay  thì ***Nhận xét:*****a)**  **b)**  **c)** II  **VECTƠ CHỈ PHƯƠNG CỦA ĐƯỜNG THẲNG.** Vectơ  được gọi là vectơ chỉ phương (VTCP ) của đường thẳng d nếu giá của  song song hoặc trùng với đường thẳng d.***Nhận xét:**** Nếu  là một VTCP của d thì  (k≠0) cũng là VTCPcủa d.
* Một đường thẳng d trong không gian được hoàn toàn xác định nếu biết một điểm

 A ∈ d và một vectơ chỉ phương  của nó.* Hai đường thẳng song song với nhau khi và chỉ khi chúng là hai đường thẳng phân biệt và có hai vectơ chỉ phương cùng phương.

III **GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG.**Góc giữa hai đường thẳng a và b trong không gian là góc giữa hai đường thẳng a’ và b’ cùng đi qua một điểm và lần lượt song song với a và b.***Nhận xét:**** Để xác định góc giữa đường thẳng a và b ta lấy O thuộc một trong hai đường thẳng đó rồi vẽ một đường thẳng qua O và song song với đường thẳng kia.
* Nếu a có VTCP , b có VTCP  thì:

 * Nếu a song song b hay a trùng b thì () = 00

IV **HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC.** Hai đường thẳng được gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng 900. Kí hiệu: đường thẳng a vuông góc với b là .***Nhận xét:**** a ⊥ b ⇔
* a // b, c ⊥ a ⇒ c ⊥ b
* a ⊥ b ⇒ a, b cắt nhau hoặc chéo nhau.
 |

**BÀI 3. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẲNG**

|  |
| --- |
| I **ĐIỀU KIỆN ĐỂ ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẲNG.**1. **Định lý.**

Nếu một đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau cùng thuộc một mặt phẳng thì nó vuông góc với mặt phẳng đó.1. **Hệ quả.**

Nếu một đường thẳng vuông góc với hai cạnh của một tam giác thì nó cũng vuông góc với cạnh thứ ba của tam giác đó.II **TÍNH CHẤT.**1. **Tính chất 1.**

Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là mặt phẳng đi qua trung điểm I của đoạn thẳng AB và vuông góc với đường thẳng AB.1. **Tính chất 2.**

Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước. **LIÊN HỆ GIỮA QUAN HỆ SONG SONG VÀ QUAN HỆ VUÔNG GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG.**III1. **Tính chất 1.**
* Cho hai đường thẳng song song. Mặt phẳng nào vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.

 * Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
1. **Tính chất 2.**
* Cho hai mặt phẳng song song. Đường thẳng nào vuông góc với mặt phẳng này thì cũng vuông góc với mặt phẳng kia.

 * Hai mặt phẳng phân biệt vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
1. **Tính chất 3.**
* Cho đường thẳng a và mặt phẳng (α) song song với nhau. Đường thẳng nào vuông góc với (α) thì cũng vuông góc với a.

 * Nếu một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đó) cùng vuông góc với một đường thẳng khác thì chúng song song với nhau.

IV **PHÉP CHIẾU VUÔNG GÓC VÀ ĐỊNH LÝ BA ĐƯỜNG VUÔNG GÓC.**1. **Phép chiếu vuông góc.**

 Cho đường thẳng ∆ vuông góc với mặt phẳng (α). Phép chiếu song song theo phương của ∆ lên mặt phẳng (α) được gọi là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng (α). ***Nhận xét:*** * Phép chiếu vuông góc lên một mặt phẳng là trường hợp dặc biệt của phép chiếu song song nên có đầy đủ các tính chất của phép chiếu song song.
* Phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng (α) gọi tắt là phép chiếu trên mặt phẳng (α).
* H’ là hình chiếu vuông góc của hình H trên mặt phẳng (α) có thể gọi là H’ là hình chiếu của H lên mặt phẳng (α).
1. **Định lý ba đường vuông góc.**

Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) và b là đường thẳng không thuộc (α) đồng thời không vuông góc với (α). Gọi b’ là hình chiếu của b lên (α). Khi đó a vuông góc với b khi và chỉ khi a vuông góc b’.1. **Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.**

Cho đường thẳng d và mặt phẳng (α).* Trường hợp đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) thì ta nói rằng góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α) bằng 900.
* Trường hợp đường thẳng d không vuông góc với mặt phẳng (α) thì góc giữa d và hình chiếu d’ của nó trên (α) gọi là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α).

* ***Chú ý:*** Nếu  là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α) thì ta luôn có

**Cách dựng:*** Tìm
* Lấy A ∈ d. Tìm H là hình chiếu của A lên (α)
*
 |

**CHỨNG MINH HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC.**

**ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC MẶT PHẲNG.**

|  |
| --- |
| **➊ Chứng minh:** Cách 1 Ta có: Vậy:  Cách 2 Ta có:  Vậy: **➋ Chứng minh:**  Ta có:  Vậy:  |

***Ví dụ minh họa***

|  |
| --- |
| Ví dụ Cho hình chóp S.ABC có SA vuông góc với đáy. Tam giác ABC vuông cân tại B. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAC và N là điểm thuộc cạnh SB sao cho SN = 2NB. Chứng minh:  **a)** BC (SAB). **b)** NG (SAC). |

*******Lời giải***

**a)** Ta có: 

 .

**b)** Gọi H trung điểm của AC . Tam giác ABC vuông cân tại B nên 

 Ta có: 

 .

 Xét tam giác SBH có 

 Mà **.**

***Bài tập tự luyện***

**Bài 1)** Cho **tứ diện** O.ABC có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Chứng minh:

**a)** OA  (OBC) **b)** OB  (OAC) **c)** OC  (OAB)

**Bài 2)** Cho hình chóp S.ABCD, đáy là **hình vuông** tâm O.. Gọi H, K là hình chiếu của A lên cạnh SB, SD. Chứng minh rằng:

 **a)** . **b)** . **c)** .

 **d)**  . **e)**  . **f)** .

**Bài 3)** Cho hình chóp S.ABCD, đáy là **hình chữ nhật** tâm O, có . SA vuông góc với đáy, . Gọi M, E là trung điểm của SB, BC. Chứng minh rằng:

**a)**  . **b)** .

**c)**  . **d)**.

**Bài 4)** Cho hình chóp S.ABCD, đáy là **hình vuông** tâm O, cạnh a.,. Kẻ .

**a)** Chứng minh:  là những tam giác vuông.Tính diện tích các tam giác đó.

**b)** Chứng minh: .

**c)** Chứng minh :.

**Bài 5)** Cho hình chóp S.ABC có **vuông cân** tại B, . Vẽ đường cao AH, AK của , . Gọi Q là trung điểm của AC. Chứng minh rằng:

 **a)** . **b)**  .  **c)** .

**Bài 6)** Cho **tứ diện** S.ABC có . Tam giác ABC vuông tại B. Vẽ  tại M. Trên đoạn SC lấy điểm N sao cho . Chứng minh rằng:

 **a)** . **b)** .  **c)** .

**Bài 7)** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là **hình thoi**, tâm O với . Chứng minh:

 **a)** . **b)** .

**Bài 8)** Cho **tứ diện** ABCD có AB vuông góc CD, AC vuông góc BD. Gọi H là trực tâm của tam giác BCD. Chứng minh:

**a)** . **b)** .

**Bài 9)** Cho hình chóp S.ABC có SA vuông góc với đáy. Gọi H và K là trực tâm của tam giác ABC và SBC. Chứng minh:

**a)** . **b)** .

**Bài 10)** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là **hình thang vuông** tại A và D với AD = CD =  AB. SA vuông góc với (ABCD). Gọi I là trung điểm của AB. Chứng minh:

**a)**  . **b)**  .

**GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG.**

|  |
| --- |
| * **Góc giữa đường thẳng** a **và****.**
* Tìm giao điểm
* Lấy điểm M thuộc đường thẳng a.

Tìm hình chiếu của điểm M lên nghĩa là ta chứng minh đường thẳng MH vuông góc với  tại H. điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M lên **.** đường thẳng AH ( hay ) là hình chiếu của đường thẳng a lên **.** góc giữa đường thẳng a và là góc giữa hai đường thẳng a và AH, góc nằm tại điểm chung.* **Góc giữa 2 đường thẳng**: đưa về chung góc bằng cách dựng đường thẳng song song

**⮊ *Các phương pháp tính góc*.** **Định lí sin**:  **Định lí cos**:  |

***Ví dụ minh họa***

|  |
| --- |
| Cho hình chóp S.ABCD có đáy là **hình vuông** cạnh a, SAđáy và . Tính góc giữa:**a)** SD và BC . **b)** SB và (ABCD) . **c)** SC và (SAB).  |

***Lời giải***

Ví dụ

**a)** Ta có:  ( do ABCD là hình vuông) nên góc giữa SD và BC chính là góc giữa SD và AD. Vậy: góc cần tìm là góc   (do tam giác SAD là tam giác vuông cân tại A).

 **b)** Ta có:



* 
* 

AB là hcvg của SB lên .

góc giữa SB và  chính là góc giữa SB và AB.

 góc cần tìm là SBA(do tam giác SAB là tam giác vuông cân tại A).

 **c)** Ta có:

* 
* do 

SB là hcvg của SC lên .

góc giữa SC và chính là góc giữa SC và SB.

 góc cần tìm là BSC ( trong tam giác vuông SBC )

 Xét  vuông tại B: 

***Bài tập tự luyện***

**Bài 1)** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là **hình chữ nhật** và SA vuông góc với (ABCD). Biết

. Tính góc giữa:

**a)** SB và CD . **b)** SD và BC. **c)** SB và (ABCD).

**d)** SC và (SAB). **e)** SC và (SAD). **f)** AC và (SCD).

**Bài 2)** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là **hình vuông** cạnh a. SA vuông góc với (ABCD) và . Tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng:

 **a)** SD và (ABCD) . **b)** SC và (SBD). **c)** SO và (ABCD).

 **d)** SB và (SAC). **e)** CA và (SCB). **f)** BD và (SCD).

**Bài 3)** Cho hình chóp S.ABC có đáy là **tam giác vuông** tại C với AB = 2a, góc BAC bằng . SA vuông góc với mặt phẳng đáy, SA = a. Gọi I là trung điểm của SC. Tính góc giữa:

 **a)** SA và (SBC) . **b)** SB và (ABC).

 **c)** SB và (ASC). **d)** SC và (SAB)

**Bài 5)** Cho hình chóp S.ABC có đáy là **tam giác vuông cân** tại A,  và SA vuông góc với (ABC). Gọi M là trung điểm của BC. Lấy điểm I nằm trên cạnh AB sao cho

AI = 2BI. Tính góc giữa :

 **a)** SB và (SAC). **b)** SM và (ABC). **c)** SI và (SBC).

**Bài 6)** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là **hình vuông** cạnh a và tam giác SAB đều. Gọi I, M là trung điểm của AB, SD và SI vuông góc với (ABCD). Tính góc giữa :

 **a)** SC và (SAB). **b)** SD và (SAB). **c)** CM và (SAB).

**Bài 7)** Cho hình chóp S.ABC có SA = SB = SC =  và đáy ABC là **tam giác đều** cạnh a.

**a)** Gọi H là hình chiếu của S trên (ABC). Tính SH.

**b)** Tính góc giữa SA và (ABC).

**Bài 8)**  Cho hình chóp S.ABCD có đáy là **hình thoi**. Biết SD = , tất cả các cạnh còn lại đều bằng a.

**a)** Chứng minh: (SBD) là mặt phẳng trung trực của AC và SBD là tam giác vuông.

**b)** Xác định góc giữa SD và (ABCD).