

§3: CÁC HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VÀ GIẢI TAM GIÁC.

❶ Định lý hàm cos.

$$\square a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\square b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$$

$$\square c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

Hệ quả:

$$\square \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\square \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\square \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

❷ Định lý hàm sin: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

Hệ quả: $\sin A = \frac{a}{2R}; \sin B = \frac{b}{2R}; \sin C = \frac{c}{2R}$

❸ Công thức đường trung tuyến.

$$\square m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$$

$$\square m_b^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}$$

$$\square m_c^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}$$

❹ Công thức tính diện tích.

$$\square S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$$

$$\square S = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ac \sin B$$

$$\square S = \frac{abc}{4R}$$

$$\square S = pr$$

$$\square S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Với $p = \frac{a+b+c}{2}$. R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác, r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác.

☛ **Chú ý:** Tổng ba góc trong một tam giác bằng 180°



Bài tập tự luyện

Bài 1) Tính $\cos A, \cos B, \cos C, m_a, m_b, m_c, R, r, S, h_a, h_b, h_c$ biết:

a) $a = 5, b = 7, c = 8$

b) $a = 7, b = 24, c = 23$

c) $a = 16, b = 14, c = 10$

d) $a = 8, b = 10, c = 13$

Bài 2) Cho $\triangle ABC$ có $AB = 5, AC = 8$, góc BAC bằng 60° . Tính cạnh BC, diện tích tam giác ABC, đường cao BH, trung tuyến CM, đường phân giác trong góc A, bán kính đường tròn nội tiếp, bán kính đường tròn ngoại tiếp, $\cos B, \sin C$.

Bài 3) Cho $\triangle ABC$ có $AB = 10, BC = 17$, trung tuyến $BM = \frac{21}{2}$. Tính đường cao AH.

Bài 4) Cho $\triangle ABC$ có $BC = 21, AC = 17, AB = 10$. Gọi N là điểm trên cạnh BC sao cho $BN = 15$. Tính độ dài AN, độ dài phân giác trong AE của góc A.

Bài 5) Cho $\triangle ABC$ có $AB = 5a, AC = 6a, BC = 7a$. Gọi M là trung điểm AC. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABM$.

Bài 6) Cho $\triangle ABC$ thỏa $a = 2b \cos C$. Chứng minh rằng: $\triangle ABC$ cân.