

MỆNH ĐỀ - TẬP HỢP

§1: MỆNH ĐỀ

❶ Định nghĩa.

- Mệnh đề là một câu khẳng định đúng hoặc sai.
- Một mệnh đề không thể vừa đúng hoặc vừa sai.
- Mệnh đề chứa biến: ví dụ: “ n chia hết cho 3”

❷ Mệnh đề phủ định.

- Cho mệnh đề P . Mệnh đề “Không phải P ” gọi là mệnh đề phủ định của P .
- Ký hiệu là $\bar{P}$.
- Ta có: $\bar{P}$ đúng khi P sai, $\bar{P}$ sai khi P đúng.

❸ Mệnh đề kéo theo.

- Mệnh đề “Nếu P thì Q ” được gọi là mệnh đề kéo theo, kí hiệu: $P \Rightarrow Q$
- Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ chỉ sai khi P đúng và Q sai.
- Các định lý toán học thường là mệnh đề đúng và thường có dạng $P \Rightarrow Q$, khi đó ta nói:
+ P là giả thuyết, Q là kết luận của định lý hoặc P là điều kiện đủ để có Q hoặc Q là điều kiện cần để có P .

❹ Mệnh đề đảo - Hai mệnh đề tương đương.

- Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ được gọi là mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$.
- Nếu cả hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng, ta nói P và Q là hai mệnh đề tương đương. Kí hiệu: $P \Leftrightarrow Q$, đọc là: P tương đương Q hoặc P là điều kiện cần và đủ để có Q hoặc P khi và chỉ khi Q .

❺ Khái niệm.

- Kí hiệu $\forall$ gọi là lượng từ phổ biến, được dùng để thay thế cho các cụm từ: với tất cả, với mọi, với bất kì. $\forall x \in X, P(x)$
- Kí hiệu $\exists$ gọi là lượng từ tồn tại, được dùng để thay thế cho cách nói: tồn tại, có ít nhất một. $\exists x \in X, P(x)$

 Lưu ý:

- Phủ định của $\forall$ là $\exists$ và ngược lại.
- Phủ định của $=$ là $\neq$ và ngược lại.
- Phủ định của $>$ là $\leq$ và ngược lại.
- Phủ định của $\geq$ là $<$ và ngược lại.

**Bài tập tự luyện**

Bài 1) Trong các câu sau đây, câu nào là mệnh đề; câu nào là mệnh đề chứa biến; câu nào không phải là mệnh đề? Nếu là mệnh đề thì mệnh đề đó đúng hay sai?

- a) $x - 3 = 7$.
- b) 2020 chia hết cho 3.
- c) 17 là số nguyên tố.
- d) 35 là số chính phương.

Bài 2) Xét tính **đúng, sai** của mỗi mệnh đề.

- a) Nếu 3 là số lẻ thì 11 là số nguyên tố.
- b) $\forall m, n \in \mathbb{N}$, m và n là các số lẻ $\Leftrightarrow m^2 + n^2$ là số chẵn.
- c) Nếu hai tam giác có diện tích bằng nhau thì chúng bằng nhau.
- d) Một tam giác là tam giác đều khi và chỉ khi nó có hai trung tuyến bằng nhau và một góc bằng 60° .

Bài 3) Nêu mệnh đề **phủ định** của mỗi mệnh đề.

- a) Số 13 biểu diễn được thành tổng của hai số chính phương.
- b) Số 327 chia hết cho 3.
- c) Phương trình $x + 3 = 0$ có một nghiệm.
- d) $(\sqrt{3} + \sqrt{12})^2$ là một số hữu tỉ.

Bài 4) Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$, xét tính đúng sai của nó và lập mệnh đề đảo $Q \Rightarrow P$.

- a) P: "42 chia hết cho 5" và Q: "42 chia hết cho 15".
- b) P: " x là một số hữu tỉ" và Q: " x^2 là một số hữu tỉ".

Bài 5) Dùng kí hiệu $\forall, \exists$ để viết các mệnh đề.

- a) A: "Mọi số tự nhiên đều chia hết cho chính nó".
- b) B: "Có một số thực bằng căn bậc hai của chính nó".
- c) C: "Với mọi số thực x thì $x^2 > x$ ".
- d) D: "Tồn tại số thực x sao cho $x^2 + 2 < 0$ ".