

ĐƯỜNG TIỆM CẬN

I. ĐƯỜNG TIỆM CẬN NGANG

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng dạng $(a; +\infty)$, $(-\infty; b)$ hoặc $(-\infty; +\infty)$). Đường thẳng $y = y_0$ là đường **tiệm cận ngang** (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0.$$

II. ĐƯỜNG TIỆM CẬN ĐỨNG

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường **tiệm cận đứng** (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty.$$

Lưu ý: Với đồ thị hàm phân thức dạng $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($c \neq 0$; $ad - bc \neq 0$) luôn có tiệm cận

ngang là $y = \frac{a}{c}$ và tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$.

III. VÍ DỤ MINH HỌA.

Tìm các đường tiệm cận ngang và đứng của đồ thị hàm số.

a) $y = \frac{x-1}{x+2}$ (C)

Giải

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1$ nên đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của (C).

$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = -\infty$ hay $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} y = +\infty$ nên đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của (C).

b) $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1}$ (C)

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ hay $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = +\infty$ hay $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = -\infty$ nên đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của (C).

IV. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Tìm các đường tiệm cận ngang và đứng của đồ thị hàm số.

a) $y = \frac{2x-1}{x-3}$

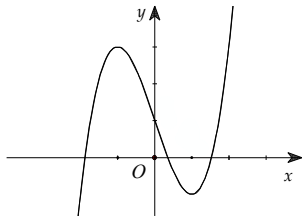
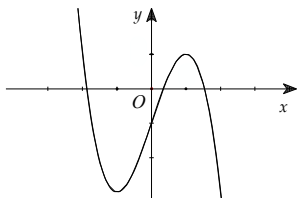
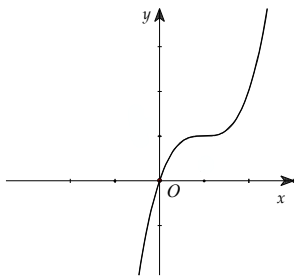
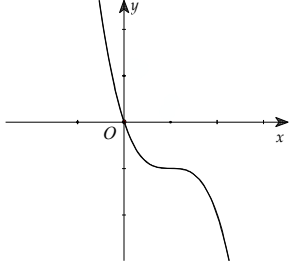
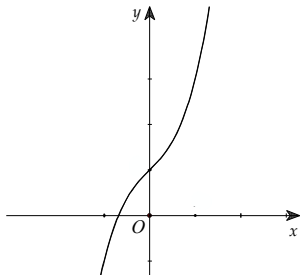
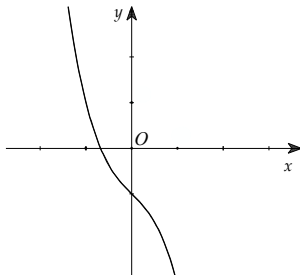
b) $y = \frac{x^2+x+1}{x-4}$

c) $y = \frac{x-1}{x^2-4}$

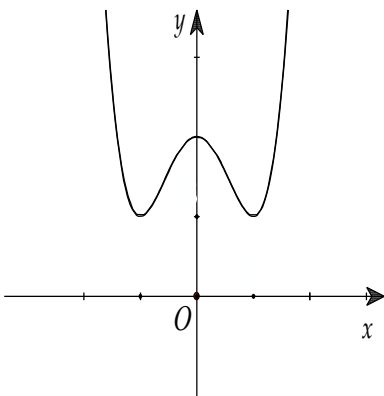
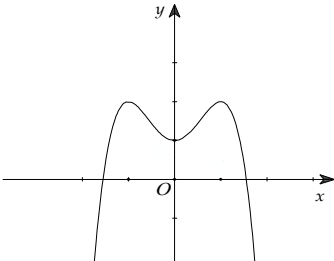
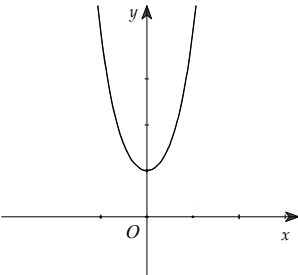
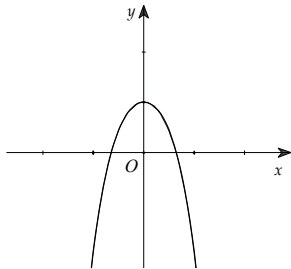
5

KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

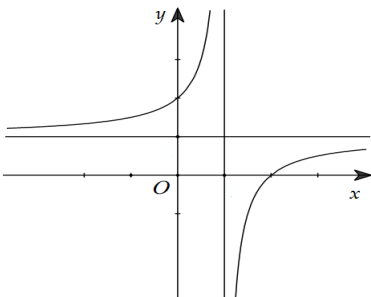
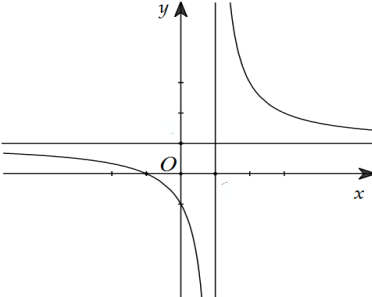
I. HÀM SỐ BẬC BA: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

TRƯỜNG HỢP	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt		
Phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép		
Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm		

II. HÀM SỐ TRÙNG PHƯƠNG: $y = ax^4 + bx^2 + c \quad (a \neq 0)$

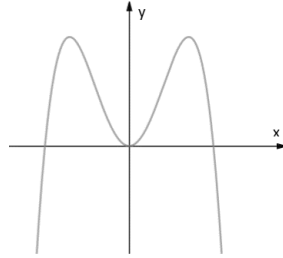
TRƯỜNG HỢP	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow a.b < 0$		
Phương trình $y' = 0$ có 1 nghiệm.		

III. HÀM SỐ NHẤT BIẾN: $y = \frac{ax+b}{cx+d} \quad (c \neq 0, ad - bc \neq 0)$

$D = ad - bc > 0$	$D = ad - bc < 0$
	

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong dưới đây?



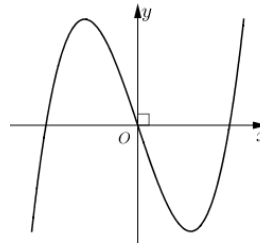
A. $y = -x^4 + 2x^2$

B. $y = x^4 - 2x^2$

C. $y = x^3 - 3x^2$

D. $y = -x^3 + 3x^2$

Câu 2. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



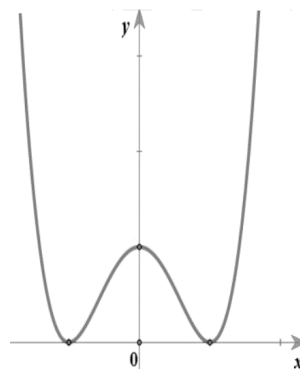
A. $y = x^3 - 3x$

B. $y = -x^3 + 3x$

C. $y = x^4 - 2x^2$

D. $y = -x^4 + 2x^2$

Câu 3. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



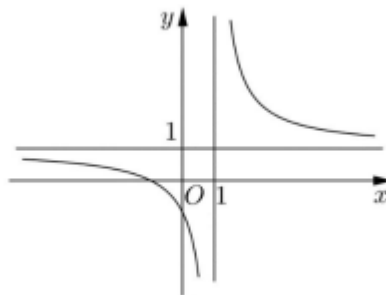
A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$

C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$

D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$

Câu 4. Đường con trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



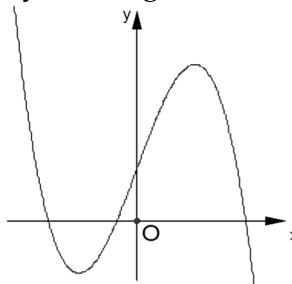
A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$

C. $y = x^4 + x^2 + 1$

D. $y = x^3 - 3x - 1$

Câu 5. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên



A. $y = -x^3 + 3x + 1$

B. $y = x^3 - 3x + 1$

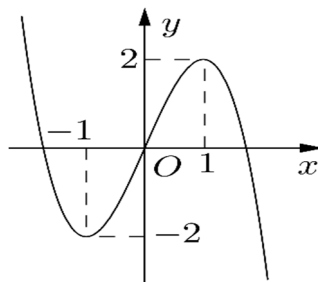
C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$

D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$

IV. SỰ TƯƠNG GIAO CỦA ĐỒ THỊ.

🔗 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là



A. 1

B. 0

C. 2

D. 3

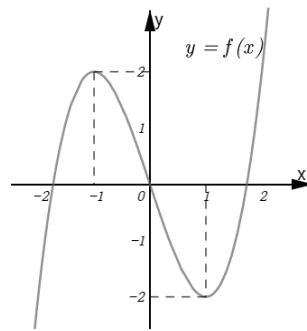
Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$		
$f(x)$		$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 2 = 0$ là:

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 3. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -1$ là:



- A. 3 B. 1 C. 0 D. 2

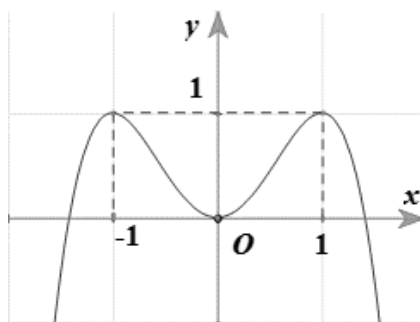
Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2		0		2		$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$			$\nearrow$	3	$\searrow$		$\nearrow$	3	$\searrow$
	$-\infty$				-1				$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

- A. 2 B. 1 C. 4 D. 3

Câu 5. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên.



Số nghiệm của phương trình $4f(x) - 3 = 0$ là :

A. 2

B. 0

C. 4

D. 3