

CHƯƠNG V: ĐẠO HÀM

BÀI 1. ĐỊNH NGHĨA VÀ Ý NGHĨA CỦA ĐẠO HÀM

1. Định nghĩa: Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0 là:

$$y'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Ví dụ:

- a) Hàm số $y = x^2$ có đạo hàm $y' = 2x$.
- b) Hàm số $y = x^3$ có đạo hàm $y' = 3x^2$.
- c) Hàm số $y = \frac{1}{x}$ có đạo hàm $y' = -\frac{1}{x^2}$.

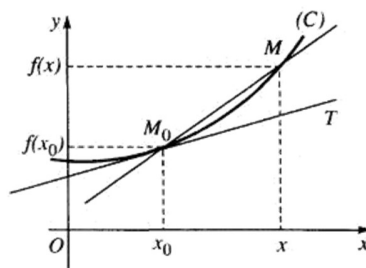
2. Quan hệ giữa đạo hàm và tính liên tục :

Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 tục tại điểm đó.

3. Ý nghĩa hình học của đạo hàm:

$y'(x_0)$ là hệ số góc của tiếp tuyến M_0T của đồ thị $(C): y = f(x)$ tại $M_0(x_0; f(x_0))$. Khi đó phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M_0 là:

$$y = y'(x_0) \cdot (x - x_0) + y_0$$



4. Ý nghĩa vật lí của đạo hàm: đạo hàm $s'(t_0)$ là vận tốc tức thời của chuyển động $s = s(t)$ tại thời điểm t_0 :

$$v(t_0) = s'(t_0)$$

Ví dụ: Dùng định nghĩa tính đạo hàm:

a) $y = x^2$ tại $x_0 = 2$

.....

.....

.....

.....

b) $y = -x^2 + 2x$ tại $x_0 = -1$

.....

.....

.....

.....

c) $y = \sqrt{x+1}$ tại $x_0 = 3$

.....

.....

.....

.....

BÀI 2. QUY TẮC TÍNH ĐẠO HÀM

1. Công thức: với $n \in \mathbb{N}^*$ và c là hằng số. Ta có:

$$(c)' = 0 \qquad (x)' = 1$$

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

2. Phép toán:

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(u - v)' = u' - v'$$

$$(ku)' = ku'$$

$$(u, v)' = u'v + v'u$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

3. Đạo hàm của hàm hợp: $y'_x = y'_u \cdot u'_x$

$$(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$$

Ví dụ 1: Tính đạo hàm của các hàm số:

a) $y = 2x \Rightarrow y' = \dots\dots\dots$

b) $y = x^4 \Rightarrow y' = \dots\dots\dots$

c) $y = x^7 \Rightarrow y' = \dots\dots\dots$

d) $y = 3x^2 \Rightarrow y' = \dots\dots\dots$

e) $y = \frac{1}{x} \Rightarrow y' = \dots\dots\dots$

f) $y = \frac{3}{x} \Rightarrow y' = \dots\dots\dots$

g) $y = \sqrt{x} \Rightarrow y' = \dots\dots\dots$

h) $y = \sqrt[3]{x} \Rightarrow y' = \dots\dots\dots$

i) $y = \frac{1}{x^2} \Rightarrow y' = \dots\dots\dots$

j) $y = (x+2)^3 \Rightarrow y' = \dots\dots\dots$

k) $y = (2-3x)^4 \Rightarrow y' = \dots\dots\dots$

l) $y = \sqrt{2x-3} \Rightarrow y' = \dots\dots\dots$

m) $y = \frac{1}{3-2x} \Rightarrow y' = \dots\dots\dots$

Ví dụ 2: Tính đạo hàm của các hàm số:

a) $y = x^3 + x^2 - 3x - 5 \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

b) $y = x^5 - \frac{1}{2}x^4 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{x}{2}$

c) $y = -x^4 + 3x^2 + 4$

d) $y = -\frac{2x^6}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{7x^3}{6} + \frac{10x}{3} - \frac{4}{3}$

e) $y = -6\sqrt{x} + \frac{4}{x} + x - 3$

f) $y = x^8 + 3x^2 + 4\sqrt{x} - \frac{5}{x}$

Ví dụ 3: Tính đạo hàm của các hàm số:

a) $y = (3x - 2)(x^2 + 2x)$

b) $y = (3x^2 - 2)(x^2 + x)$

c) $y = \frac{3x + 1}{x - 4}$

d) $y = \frac{3 - 2x}{2x - 1}$

e) $y = \frac{3}{2x + 6}$

f) $y = \frac{x^2 - 2x + 4}{2x - 1}$

g) $y = \frac{x^2 + 3x - 1}{x^2 - 2x}$

Ví dụ 4: Tính đạo hàm của các hàm số:

a) $y = \sqrt{x^2 - 3x + 1}$

- b) $y = \sqrt{4 - x - 3x^2}$
- c) $y = (x^2 + 2x - 3)^4$
- d) $y = (5 - 2x - x^2)^4$
- e) $y = (5 - 2x - x^2) \left(2x + \frac{1}{x} \right)$
- f) $y = \frac{x^2 + 3x - 1}{x^2 - 2x}$
- g) $y = (2x - 3) \sqrt{4x - 2}$
- h) $y = (2 - x) \sqrt{x^2 + 4x - 2}$
- i) $y = \frac{x + 3}{\sqrt{1 - x}}$
- j) $y = \frac{x^3}{\sqrt{3 - x^2}}$
- k) $y = \frac{5x - 2}{\sqrt{2 - x}}$
- l) $y = \frac{3x^2}{\sqrt{9 - x^2}}$