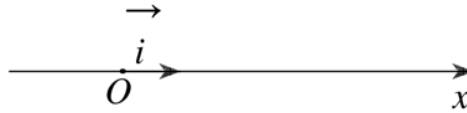


HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

A/TÓM TẮT LÝ THUYẾT:

1/Trục và độ dài đại số trên trục:

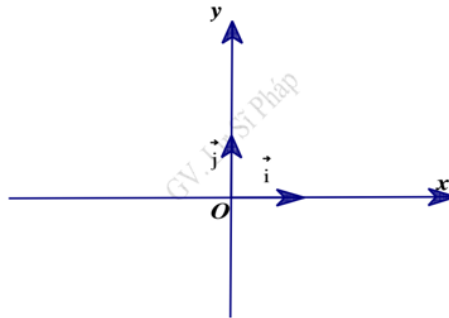
- Trục tọa độ (trục) là một đường thẳng trên đó đã xác định một điểm O và một vectơ đơn vị $\vec{i}$ có độ dài bằng 1. Điểm O gọi là gốc tọa độ, vectơ $\vec{i}$ gọi là vectơ đơn vị của trục tọa độ.



- Kí hiệu $(O, \vec{i})$
- Ta gọi số k là tọa độ của điểm M trên trục $(O, \vec{i})$ khi $\overrightarrow{OM} = k\vec{i}$
- Cho hai điểm A và B trên trục $(O, \vec{i})$. Khi đó có duy nhất số a sao cho $\overrightarrow{AB} = a\vec{i}$. Ta gọi số a đó là độ dài đại số của vectơ $\overrightarrow{AB}$ đối với trục đã cho. Như vậy $\overrightarrow{AB} = \overline{AB}\vec{i}$ và kí hiệu $\overline{AB} = a$
- Nếu $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng với $\vec{i}$ thì $\overline{AB} = AB$, còn nếu $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng với $\vec{i}$ thì $\overline{AB} = -AB$
- Nếu điểm A(a) và B(b) trên trục $(O, \vec{i})$ thì $\overline{AB} = b - a$

2/Hệ trục tọa độ:

- Hệ trục tọa độ như hình vẽ. Nó bao gồm hai trục tọa độ Ox và Oy vuông góc với nhau
- Vectơ đơn vị trên trục Ox là $\vec{i}$, vectơ đơn vị trên trục Oy là $\vec{j}$
- Điểm O gọi là gốc tọa độ. Trục Ox gọi là trục hoành, trục Oy gọi là trục tung
- Hệ trục tọa độ vuông góc còn gọi đơn giản là hệ trục tọa độ và kí hiệu Oxy hay $(O, \vec{i}, \vec{j})$



3/Tọa độ của vectơ đối với hệ trục tọa độ:

Đối với hệ trục tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j})$, nếu $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ thì cặp số $(x; y)$ được gọi là tọa độ của vectơ $\vec{u}$, và ta kí hiệu là $\vec{u} = (x; y)$ hay $\vec{u}(x; y)$ trong đó x gọi là hoành độ và y gọi là tung độ của vectơ $\vec{u}$.

Nhận xét: Hai vectơ bằng nhau khi và chỉ khi hoành độ bằng nhau và tung độ bằng nhau. Tức là:

$$\text{Nếu } \vec{u} = (x; y) \text{ và } \vec{v} = (x'; y') \text{ thì } \vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

4/Biểu thức tọa độ của các phép toán vector:

Cho $\vec{u}(x; y), \vec{v}(x'; y')$. Khi đó, ta có

i) $\vec{u} + \vec{v} = (x + x'; y + y'); \vec{u} - \vec{v} = (x - x'; y - y')$

ii) $k\vec{u} = (kx; ky), \forall k \in \mathbb{R}$

iii) Vector $\vec{u}$ cùng phương với vector $\vec{v} \neq \vec{0}$ khi và chỉ khi có số k sao cho $x = kx', y = ky'$

5/Tọa độ của điểm:

- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tọa độ của vector $\overrightarrow{OM}$ được gọi là tọa độ của điểm M. Như vậy cặp số $(x; y)$ được gọi là tọa độ của điểm M khi và chỉ khi $\overrightarrow{OM} = (x; y)$ và kí hiệu $M = (x; y)$ hay $M(x; y)$. Số x gọi là hoành độ, y gọi là tung độ của điểm M
- Liên hệ giữa tọa độ điểm và tọa độ của vector trong mặt phẳng: Cho hai điểm

$$A(x_A; y_A), B(x_B; y_B), \text{ ta có } \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$$

6/Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng. Tọa độ trọng tâm của tam giác.

- Cho đoạn thẳng AB có $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$. Tọa độ trung điểm $I(x_I; y_I)$ của AB được xác định như sau: $x_I = \frac{x_A + x_B}{2}, y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$
- Cho tam giác ABC, có $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ và $C(x_C; y_C)$. Khi đó tọa độ trọng tâm $G(x_G; y_G)$ được xác định như sau: $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$

B/ CÁC DẠNG TOÁN:

DẠNG 1: TÌM TỌA ĐỘ CỦA VECTOR

Ví dụ 1: Tìm tọa độ của các vector sau:

a/ $\vec{a} = 3\vec{i} + (-2)\vec{j}$ b/ $\vec{b} = \vec{i} - 4\vec{j}$ c/ $\vec{c} = -5\vec{j}$

Giải:

a/ $\vec{a} = (3; -2)$ b/ $\vec{b} = (1; -4)$ c/ $\vec{c} = (0; -5)$

Ví dụ 2: Cho các vector $\vec{b} = (5; -1); \vec{c} = (0; 2)$. Tìm tọa độ của các vector sau:

a/ $\vec{u} = -5\vec{c}$ b/ $\vec{v} = 3\vec{b} - 7\vec{c}$

Giải:

a/ $\vec{u} = -5\vec{c} = -5(0; 2) = (0; -10)$

b/ $\vec{v} = 3\vec{b} - 7\vec{c} = 3(5; -1) - 7(0; 2) = (15; -3) - (0; 14) = (15 - 0; -3 - 4) = (15; -17)$

Ví dụ 3: Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$ khi biết tọa độ của 2 điểm A và B. (dùng công thức ở mục số 5)

Cho $A(5; 7); B(1; 12)$. Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$

Giải:

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (1 - 5; 12 - 7) = (-4; 5)$$

DẠNG TOÁN 2: Tìm x,y thỏa điều kiện hai vector bằng nhau:

Ví dụ 3: Cho $\vec{a} = (7; -2)$ và $\vec{b} = x\vec{i} + (y-3)\vec{j}$. Tìm x và y để $\vec{a} = \vec{b}$.

Giải:

$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = x \\ -2 = y - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 1 \end{cases}$$

Ví dụ 4: Cho $\vec{a} = 6\vec{i} + 2\vec{j}$ và $\vec{b} = (x-2; y+1)$. Tìm giá trị của biểu thức: $T = x + 2y$ biết rằng $\vec{a} = \vec{b}$.

Giải: Ta có:

$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 = x - 2 \\ 2 = y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy $T = x + 2y = 8 + 2.1 = 10$

DẠNG TOÁN 3: TÌM TỌA ĐỘ ĐIỂM THỎA ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC (trung điểm, trọng tâm, đỉnh hình bình hành, đẳng thức vector)

Ví dụ 5: Trong mặt phẳng hệ trục tọa độ Oxy cho các điểm: $A(2;6); B(-4;5); C(0;-7)$.

a/Tìm tọa độ M là trung điểm của đoạn BC.

b/Tìm tọa độ G là trọng tâm tam giác ABC.

c/Tìm tọa độ D để DACB là hình bình hành.

d/Tìm tọa độ M thỏa hệ thức vector: $\overrightarrow{MA} = -5\overrightarrow{BC}$.

Giải:

A/Vì M là trung điểm của đoạn BC nên ta có:

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-4 + 0}{2} = -2 \\ y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{5 + (-7)}{2} = -1 \end{cases}$$

Vậy $M(-2; -1)$

b/Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên ta có:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{2 + (-4) + 0}{3} = -\frac{2}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{6 + 5 + (-7)}{3} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Vậy $G\left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$

c/Vì DACB là hình bình hành nên ta có:

$$\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - x_D = x_C - x_A \\ y_B - y_D = y_C - y_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 - x_D = 0 - 2 \\ 5 - y_D = -7 - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -2 \\ y_D = 18 \end{cases}$$

Vậy: $D(-2; 18)$

$$\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - x_D = x_C - x_A \\ y_B - y_D = y_C - y_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 - x_D = 0 - 2 \\ 5 - y_D = -7 - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -2 \\ y_D = 18 \end{cases}$$

d/Tìm tọa độ M thỏa hệ thức vector: $\overrightarrow{MA} = -5\overrightarrow{BC}$.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MA} = -5\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A - x_M = -5(x_C - x_B) \\ y_A - y_M = -5(y_C - y_B) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x_M = -5(0 + 4) \\ 6 - y_M = -5(-7 - 5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 22 \\ y_M = -56 \end{cases}$$

Vậy: $M(22; -56)$

DẠNG 4: ĐIỀU KIỆN CÙNG PHƯƠNG CỦA HAI VECTOR:

Cho $\vec{a} = (x; y)$ và $\vec{b} = (x'; y')$. Khi đó ta luôn có:

$$\vec{b} \text{ cùng phương với } \vec{a} \neq \vec{0} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}: x' = kx \text{ và } y' = ky. \Leftrightarrow \frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} \text{ (nếu } x \neq 0, y \neq 0).$$

Ví dụ 7: Trong mặt phẳng hệ trục tọa độ Oxy cho các vector: $\vec{a} = (x; -4)$ và $\vec{b} = (3; 8)$. Tìm giá trị của x biết rằng hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

Giải: Vì $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương và $\vec{b} = (3; 8) \neq \vec{0}$ nên ta có: $\frac{x}{3} = \frac{-4}{8} \Leftrightarrow x = \frac{-4 \cdot 3}{8} = -\frac{3}{2}$

C.BÀI TẬP TỰ LUẬN:

Bài 1: Cho các vector sau: $\vec{a} = \vec{i} - 4\vec{j}$; $\vec{b} = (6; -3)$; $\vec{c} = -2\vec{i}$

a/ Tìm tọa độ của $\vec{a}$.

b/Tìm tọa độ của vector $\vec{x}$ thỏa: $\vec{x} = 2\vec{a} + 5\vec{b}$.

b/Tìm tọa độ của vector $\vec{m}$ thỏa: $\vec{c} = 2\vec{m} - 3\vec{b}$.

Bài 2: Cho $\vec{a} = (2x - 4; y - 2)$ và $\vec{b} = (3; 2)$. Tìm x và y để $\vec{a} = \vec{b}$.

Bài 3: Trong mặt phẳng hệ trục tọa độ Oxy cho các điểm: $A(1; 0); B(8; 4); C(0; -2); D(3; -4)$.

a/Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn AC.

b/Tìm tọa độ H là trọng tâm tam giác BCD.

c/Tìm tọa độ E để AEBC là hình bình hành.

d/Tìm tọa độ M thỏa hệ thức vector: $\overrightarrow{BM} + 5\overrightarrow{AC} = \vec{0}$.

Bài 4: Trong mặt phẳng hệ trục tọa độ Oxy cho các vector: $\vec{a} = (m - 1; 3)$ và $\vec{b} = (-1; 2)$. Tìm giá trị của m biết rằng hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

Bài 5: Trong mặt phẳng hệ trục tọa độ Oxy cho các điểm: $A(3; 2); B(-1; 3); C(4; -8)$

a/Tìm tọa độ điểm D thỏa hệ thức: $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{CA}$.

b/Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho 3 điểm A, B, M thẳng hàng.

Bài 6: Trong mặt phẳng hệ trục tọa độ Oxy cho tam giác ABC biết rằng $A(-1;1); B(5;3)$, đỉnh C nằm trên trục tung và trọng tâm G của tam giác ABC nằm trên trục hoành. Tìm tọa độ các đỉnh C và G.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM:

Câu 1. Trong hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;-3), B(4;7)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

- A. $I(8;-21)$. B. $I(6;4)$. C. $I(2;10)$. D. $I(3;2)$.

Câu 2. Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $M(2;3), N(0;-4), P(-1;6)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB. Tìm tọa độ đỉnh A?

- A. $A(1;-10)$. B. $A(1;5)$. C. $A(-3;-1)$. D. $A(-2;-7)$.

Câu 3. Cho $\vec{a} = (2;-4), \vec{b} = (-5;3)$. Tìm tọa độ của $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$.

- A. $\vec{u} = (-1;5)$. B. $\vec{u} = (9;-11)$. C. $\vec{u} = (9;-5)$. D. $\vec{u} = (7;-7)$.

Câu 4. Cho $\vec{u} = (3;-2), \vec{v} = (1;6)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $2\vec{u} + \vec{v}, \vec{v}$ cùng phương. B. $\vec{u}, \vec{v}$ cùng phương.
C. $\vec{u} - \vec{v}$ và $\vec{b} = (6;-24)$ cùng hướng. D. $\vec{u} + \vec{v}$ và $\vec{a} = (-4;4)$ ngược hướng.

Câu 5. Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(3;5), B(1;2), C(5;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC?

- A. $G(9;9)$. B. $G(3;3)$. C. $G(-3;-3)$. D. $G\left(\frac{9}{2}; \frac{9}{2}\right)$.

Câu 6. Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$, tọa độ của vector $\vec{i} + \vec{j}$ là

- A. $(1;1)$. B. $(1;-1)$. C. $(-1;1)$. D. $(0;1)$.

Câu 7. Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(6;1), B(-3;5)$ và trọng tâm $G(-1;1)$. Tìm tọa độ đỉnh C?

- A. $C(-6;-3)$. B. $C(-3;6)$. C. $C(6;-3)$. D. $C(-6;3)$.

Câu 8. Trong hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(-1;1), B(1;3), C(-2;0)$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{CA} = \vec{0}$. B. A, B, C thẳng hàng.
C. $\overrightarrow{BA} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC}$.

Câu 9. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\vec{u} = (4;2), \vec{v} = (8;3)$ cùng phương. B. $\vec{a} = (6;3), \vec{b} = (2;1)$ ngược hướng.
C. $\vec{a} = (-5;0), \vec{b} = (-4;0)$ cùng hướng. D. $\vec{c} = (7;3)$ là vector đối của $\vec{d} = (-7;3)$.

Câu 10. Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $B(9;7), C(11;-1)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC. Tìm tọa độ vector $\overrightarrow{MN}$?

- A. $\overrightarrow{MN} = (2;-8)$. B. $\overrightarrow{MN} = (1;-4)$. C. $\overrightarrow{MN} = (10;6)$. D. $\overrightarrow{MN} = (5;3)$.