

TUẦN 11: LUYỆN TẬP HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

Câu 1	Cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ và $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j}$. Tìm tọa độ của $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$. A. $\vec{c} = (1; -1)$. B. $\vec{c} = (3; -5)$. C. $\vec{c} = (-3; 5)$. D. $\vec{c} = (2; 7)$.
Câu 2	Cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} = m\vec{j} + \vec{i}$. Nếu $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương thì A. $m = -6$. B. $m = 6$. C. $m = -\frac{2}{3}$. D. $m = -\frac{3}{2}$.
Câu 3	Cho hai vector $\vec{a} = (1; -4)$; $\vec{b} = (-6; 15)$. Tìm tọa độ vector $\vec{u}$ biết $\vec{u} + \vec{a} = \vec{b}$. A. $(7; 19)$. B. $(-7; 19)$. C. $(7; -19)$. D. $(-7; -19)$.
Câu 4	Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho $A(4; 2), B(1; -5)$. Tìm trọng tâm G của tam giác OAB . A. $G\left(\frac{5}{3}; -1\right)$. B. $G\left(\frac{5}{3}; 2\right)$. C. $G(1; 3)$. D. $G\left(\frac{5}{3}; \frac{1}{3}\right)$.
Câu 5	Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho ba điểm $A(1; 3)$, $B(-1; 2)$, $C(-2; 1)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{AB} - \vec{AC}$? A. $(-5; -3)$. B. $(1; 1)$. C. $(-1; 2)$. D. $(4; 0)$.
Câu 6	Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho ba điểm $A(2; 1)$, $B(0; -3)$, $C(3; 1)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành. A. $(5; 5)$. B. $(5; -2)$. C. $(5; -4)$. D. $(-1; -4)$.
Câu 7	Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho $A(2; 5)$, $B(1; 1)$, $C(3; 3)$. Tìm tọa độ điểm E sao cho $\vec{AE} = 3\vec{AB} - 2\vec{AC}$. A. $(3; -3)$. B. $(-3; 3)$. C. $(-3; -3)$. D. $(-2; -3)$.
Câu 8	Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) Oxy , cho $A(1; 2)$, $B(-2; 3)$. Tìm tọa độ điểm I sao cho $\vec{IA} + 2\vec{IB} = \vec{0}$. A. $(1; 2)$. B. $\left(1; \frac{2}{5}\right)$. C. $\left(-1; \frac{8}{3}\right)$. D. $(2; -2)$.
Câu 9	Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho hai điểm $A(2; -3)$, $B(3; 4)$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên trục hoành sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng. A. $M(1; 0)$. B. $M(4; 0)$. C. $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. D. $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$.
Câu 10	Cho 3 vector $\vec{a} = (5; 3)$; $\vec{b} = (4; 2)$; $\vec{c} = (2; 0)$. Hãy phân tích vector $\vec{c}$ theo 2 vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. A. $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$. B. $\vec{c} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$. C. $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$. D. $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$.

CHƯƠNG II

TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTO VÀ ỨNG DỤNG

§1 GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC BẤT KÌ
TỪ 0^0 ĐẾN 180^0

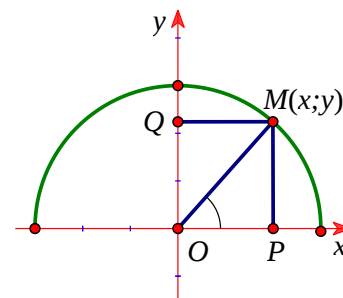
1. Định nghĩa

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Với mỗi góc α $0^0 \leq \alpha \leq 180^0$, ta xác định điểm M trên nửa đường tròn đơn vị tâm O sao cho $\alpha = xOM$. Giả sử điểm M có tọa độ $x; y$.

Khi đó:

$$\sin \alpha = y; \cos \alpha = x; \tan \alpha = \frac{y}{x} (\alpha \neq 90^0); \cot \alpha = \frac{x}{y} (\alpha \neq 0^0, \alpha \neq 180^0)$$

Các số $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$ được gọi là *giá trị lượng giác* của góc α .



Hình 2.1

2. Các hệ thức lượng giác

• Góc phụ nhau

$$\sin(90^0 - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(90^0 - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\tan(90^0 - \alpha) = \cot \alpha$$

$$\cot(90^0 - \alpha) = \tan \alpha$$

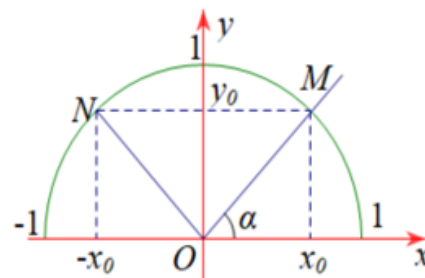
• Góc bù nhau

$$\sin(180^0 - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(180^0 - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(180^0 - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(180^0 - \alpha) = -\cot \alpha$$



• Các hệ thức lượng giác cơ bản

$$1) \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} (\alpha \neq 90^0);$$

$$2) \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} (\alpha \neq 0^0; 180^0)$$

$$3) \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 (\alpha \neq 0^0; 90^0; 180^0)$$

$$4) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$5) 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} (\alpha \neq 90^0)$$

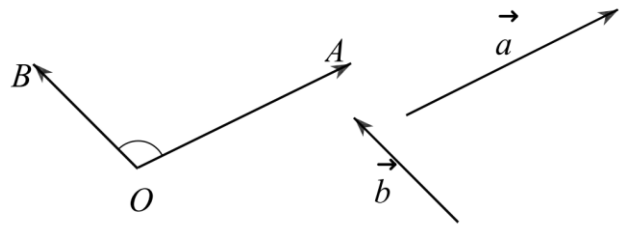
$$6) 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} (\alpha \neq 0^0; 180^0)$$

3. Giá trị lượng giác của các góc đặc biệt

Góc α	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	120^0	135^0	150^0	180^0
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\parallel$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$\cot \alpha$	$\parallel$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	$\parallel$

4. Góc giữa hai vector

Cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Từ một điểm O bất kì, ta vẽ $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Khi đó góc $\widehat{AOB}$ với số đo từ 0° đến 180° được gọi là góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Kí hiệu $(\vec{a}, \vec{b})$



Lưu ý:

- $(\vec{a}, \vec{b}) = (\vec{b}, \vec{a})$
- $0^\circ \leq (\vec{a}, \vec{b}) \leq 180^\circ$
- $(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$

DẠNG TOÁN CƠ BẢN: Xác định góc giữa hai vector

Ví dụ 1: Cho tam giác ABC vuông tại A và có góc $B = 50^\circ$. Khi đó tính:

a/ $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$

b/ $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC})$

c/ $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA})$

Giải:

a/ $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \angle ABC = 50^\circ$

b/ $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

c/ $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BA}) = 90^\circ$ (do hai vector này vuông góc nhau)

Ví dụ 2: Cho hình vuông ABCD. Khi đó tính :

a/ $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD})$

b/ $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$

c/ $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CA})$

Giải:

a/ $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}) = 90^\circ$ (do hai vector này vuông góc nhau)

b/ Ta có: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 180^\circ$ (do hai vector này ngược hướng). Do đó: $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \cos 180^\circ = -1$

c/ $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CA}) = 180^\circ - \angle BAC = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$

BÀI TẬP TỰ LUẬN :

Bài 1: Cho tam giác ABC đều có H là trung điểm của cạnh BC. Khi đó tính:

a/ $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BH})$

b/ $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{MA})$

c/ $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MC})$

Bài 2: Cho hình chữ nhật ABCD có số đo góc $DAC = 60^0$. I là giao điểm của AC và BD. Khi đó tính:

a/ $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BD})$

b/ $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{IA})$

c/ $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD})$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM:

Bài 1: Cho tam giác ABC đều . Khi đó số đo của góc giữa 2 vectơ $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{CB}$ là:

- A. 60^0 B. 120^0 C. 90^0 D. 30^0

Bài 2: Cho hình vuông ABCD tâm I . Khi đó số đo của góc giữa 2 vectơ $\overrightarrow{AI}$ và $\overrightarrow{IC}$ là:

- A. 180^0 B. 0^0 C. 90^0 D. 45^0

Bài 3: Cho tam giác ABC vuông cân tại B. Khi đó số đo của góc giữa 2 vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CA}$ là:

- A. 90^0 B. 35^0 C. 45^0 D. 135^0