

BÀI 2 (tiếp) – TỔ HỢP

I. LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

Cho tập S gồm n phần tử ($n \in \mathbb{N}^*$). Khi đó, mỗi tập con gồm k phần tử của S ($k \in \mathbb{N}, k \leq n$) được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử đã cho.

* Số các tổ hợp

Kí hiệu C_n^k là số các **tổ hợp chập k của n phần tử** ($0 \leq k \leq n$). Ta chứng minh được công thức sau:

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

2. Tính chất của các số C_n^k

a) Tính chất 1

$$C_n^k = C_n^{n-k} \quad (0 \leq k \leq n).$$

b) Tính chất 2

$$C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k = C_n^k \quad (1 \leq k < n).$$

II. VÍ DỤ VÀ BT MINH HỌA

Phần 1: TỰ LUẬN

Ví dụ 1. (Bài 5/55/SGK). Có bao nhiêu cách cắm 3 bông hoa vào 5 lọ khác nhau (mỗi lọ cắm không quá một bông) nếu:

- Các bông hoa khác nhau?
- Các bông hoa như nhau?

Lời giải

- Cắm 3 bông hoa khác nhau vào 5 lọ khác nhau: Mỗi cách cắm là một chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử $\Rightarrow$ Có $A_5^3 = 60$ (cách)
- 3 bông hoa như nhau vào 5 lọ khác nhau: Mỗi cách cắm là một tổ hợp chập 3 của 5 phần tử $\Rightarrow$ Có $C_5^3 = 10$ (cách)

Ví dụ 2. Một lớp học có 35 học sinh gồm 20 nam và 15 nữ, khi đó có bao nhiêu cách chọn 1 ban cán sự lớp:

- Gồm 3 thành viên.
- Gồm 3 thành viên trong đó có 2 nam và 1 nữ.

Bài làm

- Số cách lập một ban cán sự gồm 3 thành viên là: $C_{35}^3 = 6545$.
- Số cách lập một nhóm gồm 2 nam và 1 nữ là: $C_{20}^2 \cdot C_{15}^1 = 2850$.

Ví dụ 3. Để kiểm tra chất lượng sản phẩm từ một công ty sữa, người ta đã gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp sữa để phân tích mẫu. Hỏi:

- Có bao nhiêu cách chọn được 3 hộp sữa cùng loại.
- Có bao nhiêu cách chọn được 3 hộp sữa sao cho có đủ cả 3 loại.

Bài làm

a) TH1: Chọn 3 hộp trong 5 hộp sữa cam có C_5^3 cách.

TH2: Chọn 3 hộp trong 4 hộp sữa dâu có C_4^3 cách.

TH3: Chọn 3 hộp trong 3 hộp sữa nho có C_3^3 cách.

Vậy có $C_5^3 + C_4^3 + C_3^3 = 15$ cách chọn.

b) Bước 1: Chọn 1 hộp trong 5 hộp sữa cam có C_5^1 cách.

Bước 2: Chọn 1 hộp trong 4 hộp sữa dâu có C_4^1 cách.

Bước 3: Chọn 1 hộp trong 3 hộp sữa nho có C_3^1 cách.

Vậy có $C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 = 60$ cách chọn.

Phần 2: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Cho tập X có 10 phần tử. Hỏi có bao nhiêu tập con của tập X gồm 3 phần tử

- A. 1. B. A_{10}^3 . C. C_{10}^3 . D. P_3 .

Câu 2. Số cách chọn ra một nhóm học tập gồm 3 học sinh từ 5 học sinh là

- A. 3!. B. A_5^3 . C. C_5^3 . D. 15.

Câu 3. Một chiếc hộp có 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Có bao nhiêu cách rút được từ hộp trên 2 thẻ đều đánh số chẵn.

- A. C_5^2 . B. C_4^2 . C. A_5^2 . D. A_4^2 .

Câu 4. Cho $n, k \in \mathbb{N}^*$ và $n \geq k$. Tìm công thức đúng?

- A. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!(k+1)!}$. B. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.
C. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$. D. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k}$.

Câu 5. Từ một nhóm gồm 5 học sinh nam và 8 học sinh nữ có bao nhiêu cách chọn ra hai học sinh bất kỳ?

- A. 13. B. C_{13}^2 . C. $C_5^2 + C_8^2$. D. A_{13}^2 .

Câu 6. Cần phân công 3 bạn từ một tổ có 10 bạn để làm trực nhật. Hỏi có bao nhiêu cách phân công khác nhau?

- A. 210. B. 120. C. 720. D. 10^3 .

Câu 7. Cho 8 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 8 đỉnh trên?

- A. 336. B. 168. C. 84. D. 56.

Câu 8. Từ một nhóm có 15 học sinh nam và 12 học sinh nữ, có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh trong đó có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ?

- A. $C_{15}^3 + C_{12}^2$. B. $A_{15}^3 + A_{12}^2$. C. $A_{15}^3 \cdot A_{12}^2$. D. $C_{15}^3 \cdot C_{12}^2$.

Câu 9. Một lớp có 25 học sinh nữ và 20 học sinh nam. Giáo viên chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn ra ba học sinh sao cho có cả nam và nữ để tham gia hoạt động tình nguyện do Đoàn thanh niên tổ chức?

- A. 45. B. $A_{20}^1 \cdot A_{25}^2 + A_{20}^2 \cdot A_{25}^1$. C. $C_{20}^1 \cdot C_{25}^2 + C_{20}^2 \cdot C_{25}^1$. D. $C_{20}^1 \cdot C_{25}^2 \cdot C_{20}^2 \cdot C_{25}^1$.

Câu 10. Để khen thưởng cho học sinh trong lớp có thành tích cao trong học kỳ I. Cô giáo mua 5 quyển sổ và 3 hộp bút (các quyển sổ giống nhau, các hộp bút giống nhau) để phát cho 8 bạn có thành tích cao trong lớp. Hỏi cô giáo có bao nhiêu cách phát, biết mỗi bạn chỉ nhận được một phần thưởng.

- A. $C_8^5 \cdot 5!$. B. C_8^5 . C. A_8^5 . D. 8!

BÀI 3 – NHỊ THỨC NIU TON

I. LÝ THUYẾT

1. Công thức Nhị thức Niu Tơn

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1}b + C_n^2 a^{n-2}b^2 + \dots + C_n^k a^{n-k}b^k + \dots + C_n^n b^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k}b^k$$

2. Nhận xét:

- + Số các số hạng bên phải của công thức bằng $n+1$, n là số mũ của nhị thức ở vế trái.
- + Tổng các số mũ của a và b trong mỗi số hạng bằng n .
- + Số hạng tổng quát có dạng $C_n^k a^{n-k}b^k$ với $k = 0, 1, 2, \dots, n$.
- + Các hệ số nhị thức cách đều hai số hạng đầu và cuối bằng nhau.

II. VÍ DỤ & BT MINH HỌA

Phần 1: TỰ LUẬN

Ví dụ 1. Thực hiện khai triển

a. $(1+x)^5$

b. $(2x-1)^4$

Lời giải

a. Ta có $(1+x)^5 = C_5^0 + C_5^1 x + C_5^2 x^2 + C_5^3 x^3 + C_5^4 x^4 + C_5^5 x^5 = 1 + 5x + 10x^2 + 10x^3 + 5x^4 + x^5$

b. Ta có

$$(2x-1)^4 = C_4^0 (2x)^4 + C_4^1 (2x)^3 (-1) + C_4^2 (2x)^2 (-1)^2 + C_4^3 (2x) (-1)^3 + C_4^4 (-1)^4$$
$$= 16x^4 - 32x^3 + 24x^2 - 8x + 1$$

Ví dụ 2. Tìm hệ số của x^3 trong khai triển $(x+2)^6$

Lời giải

Số hạng tổng quát của khai triển $(x+2)^6$ là $C_6^k x^{6-k} (2)^k$

Hệ số chứa x^3 ứng với $6-k=3 \Leftrightarrow k=3$

Vậy hệ số của x^3 trong khai triển trên là $C_6^3 \cdot 2^3$

Ví dụ 3. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $(x^3-3)^8$

Lời giải

Số hạng tổng quát của khai triển $(x^3-3)^8$ là $C_8^k (x^3)^{8-k} (-3)^k = C_8^k x^{24-3k} (-3)^k$

Số hạng không chứa x ứng với $24-3k=0 \Leftrightarrow k=8$.

Vậy hệ số không chứa x trong khai triển trên là $C_8^8 (-3)^8$

Phần 2: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. NB Trong khai triển $(a+2)^{n+6}$ ($n \in \mathbb{N}$) có tất cả 17 số hạng. Vậy n bằng

- A. 12. B. 11. C. 10. D. 9.

Câu 2. NB Hệ số của x^5 trong khai triển $(1+x)^{12}$ bằng

- A. 792. B. 820. C. 210. D. 220.

Câu 3. NB Viết khai triển theo công thức nhị thức Newton $(x-y)^5$.

- A. $x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$. B. $x^5 + 5x^4y - 10x^3y^2 + 10x^2y^3 - 5xy^4 + y^5$.
C. $x^5 - 5x^4y - 10x^3y^2 - 10x^2y^3 - 5xy^4 + y^5$. D. $x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$.

Câu 4. NB Trong khai triển $(2a - b)^5$, hệ số của số hạng thứ 3 bằng:

- A. -80 . B. 80 . C. -10 . D. 10 .

Câu 5. NB Hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $(x+1)^{10}$ là

- A. $C_{10}^5 x^5$. B. $C_{10}^6 x^5$. C. 252 . D. 210 .

Câu 6. NB Trong khai triển $(x - y)^{11}$, hệ số của số hạng chứa $x^8 \cdot y^3$ là

- A. C_{11}^3 . B. $-C_{11}^3$. C. $-C_{11}^5$. D. C_{11}^8 .

Câu 7. TH Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x}\right)^{10}$ là

- A. C_{10}^5 . B. $-C_{10}^5 \cdot 2^5$. C. $-C_{10}^5$. D. $C_{10}^5 \cdot 2^5$.

Câu 8. Trong khai triển nhị thức $(a + 2019)^{n+6}$, $(n \in \mathbb{N})$. Có tất cả 17 số hạng. Vậy n bằng:

- A. 10 . B. 12 . C. 17 . D. 11 .

Câu 9. Khai triển nhị thức $(2x + 1)^5$ ta được kết quả là:

- A. $32x^5 + 10000x^4 + 80000x^3 + 400x^2 + 10x + 1$.
B. $32x^5 + 80x^4 + 80x^3 + 40x^2 + 10x + 1$.
C. $2x^5 + 10x^4 + 20x^3 + 20x^2 + 10x + 1$.
D. $32x^5 + 16x^4 + 8x^3 + 4x^2 + 2x + 1$.

Câu 10. Hệ số của x^5 trong khai triển $(1 + x)^{12}$ bằng:

- A. 220 . B. 820 . C. 210 . D. 792 .