

§3 TÍCH CỦA MỘT VECTƠ VỚI MỘT SỐ

1 ĐỊNH NGHĨA.

Tích của vectơ $\vec{a}$ với số thực $k \neq 0$ là một vectơ, kí hiệu là $k\vec{a}$.

☑ Nếu $k > 0$, $k\vec{a}$ cùng hướng với $\vec{a}$ và có độ dài bằng $|k||\vec{a}|$.

☑ nếu $k < 0$ $k\vec{a}$ ngược hướng với $\vec{a}$ và có độ dài bằng $|k||\vec{a}|$.

Quy ước: $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$ và $k \cdot \vec{0} = \vec{0}$.

Tính chất:



$$\text{☑ } (k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}.$$

$$\text{☑ } k(\vec{a} \pm \vec{b}) = k\vec{a} \pm k\vec{b}.$$

$$\text{☑ } k(m\vec{a}) = (km)\vec{a}.$$

$$\text{☑ } k\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 0 \\ \vec{a} = \vec{0} \end{cases}$$

$$\text{☑ } 1 \cdot \vec{a} = \vec{a}, -1 \cdot \vec{a} = -\vec{a}.$$

2 ĐIỀU KIỆN ĐỂ HAI VECTƠ CÙNG PHƯƠNG.

☑ $\vec{b}$ cùng phương $\vec{a}$ ($\vec{a} \neq \vec{0}$) khi và chỉ khi có số k thỏa $\vec{b} = k\vec{a}$.

☑ Điều kiện cần và đủ để A, B, C thẳng hàng là có số k sao cho $\vec{AB} = k\vec{AC}$.

3 PHÂN TÍCH MỘT VECTƠ THEO HAI VECTƠ KHÔNG CÙNG PHƯƠNG.

Cho $\vec{a}$ không cùng phương $\vec{b}$. Với mọi vectơ $\vec{x}$ luôn được biểu diễn $\vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b}$ với m, n là các số thực duy nhất.

Tính chất:



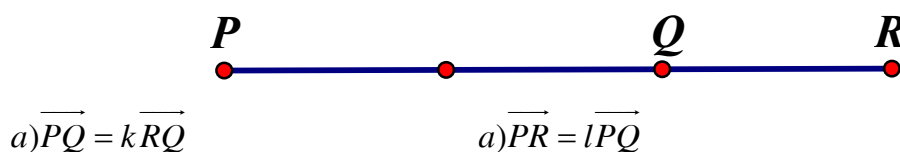
① Cho I là trung điểm của đoạn AB , với mọi M ta có: $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$.

② Cho G là trọng tâm $\triangle ABC$, với mọi M ta có: $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$.

4 CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH VECTƠ TÍCH CỦA MỘT SỐ VỚI MỘT VECTƠ

Ví dụ 1: Cho các điểm như hình vẽ. Tìm các số k, l thỏa:



Giải

- a) Vì $\begin{cases} \overrightarrow{PQ} \text{ ngược hướng } \overrightarrow{RQ} \\ |\overrightarrow{PQ}| = 2|\overrightarrow{RQ}| \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{PQ} = -2\overrightarrow{RQ} \Rightarrow k = -2$
- b) Vì $\begin{cases} \overrightarrow{PR} \text{ cùng hướng } \overrightarrow{PQ} \\ |\overrightarrow{PR}| = \frac{3}{2}|\overrightarrow{PQ}| \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{PR} = \frac{3}{2}\overrightarrow{PQ} \Rightarrow l = \frac{3}{2}$

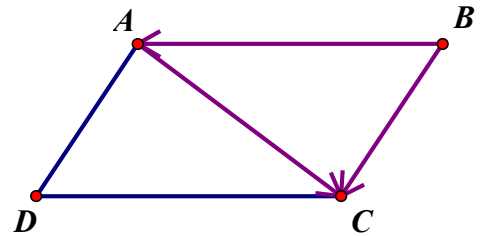
DẠNG 2: PHÂN TÍCH MỘT VECTOR THEO HAI VECTOR KHÔNG CÙNG PHƯƠNG

Ví dụ 2: Cho hình bình hành $ABCD$. Phân tích vector $\overrightarrow{AC}$ theo hai vector $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$

Giải:

Ta có $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ (quy tắc hình bình hành)

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \quad (\text{vì } \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC})$$



Ví dụ 3: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Phân tích vector $\overrightarrow{AG}$ theo hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CA}$.

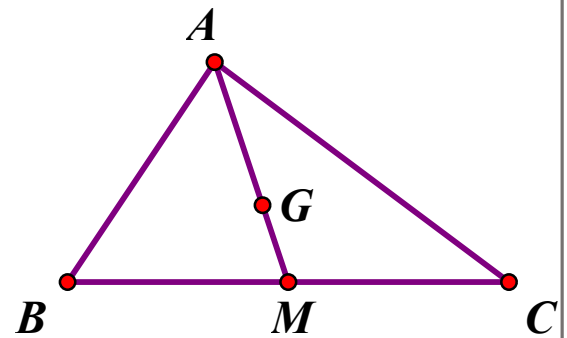
Giải:

Ta có: $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$ (vì G là trọng tâm $\triangle ABC$)

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \quad (\text{vì } M \text{ là trung điểm } BC)$$

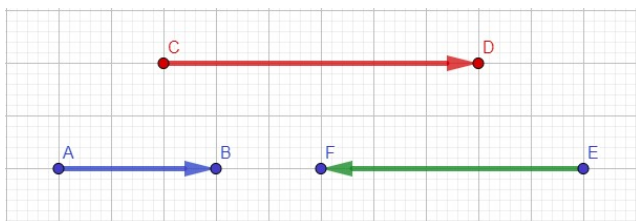
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{CA} \quad (\text{vì } \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{CA})$$



BÀI TẬP:

Câu 1. Cho ba vectơ như hình vẽ. Tìm số k sao cho $\overrightarrow{CD} = k.\overrightarrow{AB}$ và số m sao cho $\overrightarrow{AB} = m.\overrightarrow{EF}$



Câu 2. Cho các điểm A, B, C, D, E như hình vẽ



Tìm số k trong từng câu sau đây:

a) $\overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{BD}$

b) $\overrightarrow{AC} = k \overrightarrow{BE}$

c) $\overrightarrow{BE} = k \overrightarrow{CA}$

d) $\overrightarrow{AC} = k \overrightarrow{DC}$

Câu 3. Cho đoạn AB có M là trung điểm, N là trung điểm đoạn MB . Tìm số k sao cho $\overrightarrow{MN} = k \cdot \overrightarrow{AB}$

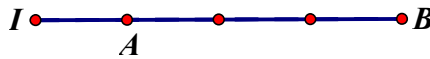
Câu 4. Đẳng thức nào sau đây mô tả đúng hình vẽ bên:

A. $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AI}$.

B. $\overrightarrow{IA} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{IB}$.

C. $\overrightarrow{BI} = -3\overrightarrow{BA}$.

D. $\overrightarrow{AI} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.



Câu 5. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của cạnh AC .

Phân tích vector $\overrightarrow{BM}$ theo hai vector $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{CB}$

Câu 6. Cho tam giác ABC có M, N lần lượt là trung điểm của AC, BC . Gọi G là trọng tâm của ΔABC .

Phân tích vector $\overrightarrow{AG}$ theo hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{MC}$

Câu 7. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Gọi I là trung điểm của BC .

Phân tích vector $\overrightarrow{AI}$ theo hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AD}$

Câu 8. Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O . Gọi I là trung điểm của BC , G là trọng tâm của ΔBCD .

Gọi E là trung điểm của BI . Phân tích vector $\overrightarrow{OG}$ theo hai vector $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BE}$

Câu 9. Cho tam giác ABC với trung tuyến AM và trọng tâm G . Khi đó $\overrightarrow{GA}$ bằng

A. $2\overrightarrow{GM}$.

B. $\frac{2}{3}\overrightarrow{GM}$.

C. $-\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$.

D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$.

Câu 10. Cho hình bình hành $ABCD$. Tổng các vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ là

A. $\overrightarrow{AC}$.

B. $2\overrightarrow{AC}$.

C. $3\overrightarrow{AC}$.

D. $5\overrightarrow{AC}$.

Câu 11. Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$.

B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CD}$.

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$.

D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$.

Câu 12. Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm trên cạnh AB sao cho $MB = 3MA$. Khi đó, biểu diễn $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ là:

A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.