

§4. CÁC TẬP HỢP SỐ

I. Tóm tắt lí thuyết

1. Các tập hợp số đã học

Định nghĩa 1. Tập hợp các số tự nhiên $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ và $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\}$.

Định nghĩa 2. Tập hợp các số nguyên $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$.

Định nghĩa 3. Tập hợp các số hữu tỉ kí hiệu $\mathbb{Q}$, là số viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$.

Định nghĩa 4. Tập hợp các số thực kí hiệu $\mathbb{R}$, gồm các số thập phân hữu hạn, vô hạn tuần hoàn và vô hạn không tuần hoàn. Các số thập phân vô hạn không tuần hoàn gọi là số vô tỉ.

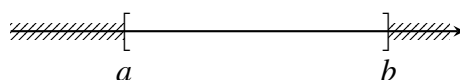
2. Các tập con thường dùng của $\mathbb{R}$

Trong toán học ta thường gặp các tập hợp con sau đây của tập hợp các số thực $\mathbb{R}$

a. Khoảng

$(a; b) = \{x \in \mathbb{R} a < x < b\}$	
$(a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} a < x\}$	
$(-\infty; b) = \{x \in \mathbb{R} x < b\}$	

b. Đoạn $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} | a \leq x \leq b\}$



c. Nửa khoảng

$[a; b) = \{x \in \mathbb{R} a \leq x < b\}$	
$(a; b] = \{x \in \mathbb{R} a < x \leq b\}$	
$[a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} a \leq x\}$	
$(-\infty; b] = \{x \in \mathbb{R} x \leq b\}$	

Kí hiệu $+\infty$ đọc là dương vô cực (hoặc dương vô cùng), kí hiệu $-\infty$ đọc là âm vô cực (hoặc âm vô cùng).

II. Các dạng toán

Dạng 1. Xác định giao - hợp của hai tập hợp

a) Xác định giao của hai tập hợp ta làm như sau

- Biểu diễn các tập hợp lên trục số.
- Dùng định nghĩa giao để xác định các phần tử của tập hợp.

b) Cho hai tập con của tập số thực A và B . Tìm $A \cup B$ ta làm như sau

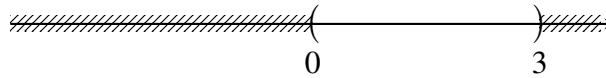
- Biểu diễn tập A trên trục số, gạch chéo phần không thuộc A .
- Làm tương tự đối với tập B .
- Phần không gạch chéo trên hình là $A \cup B$.

c) Đối với hai tập A và B khác để tìm $A \cup B$ ta nhớ rằng $x \in A \cup B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases}$

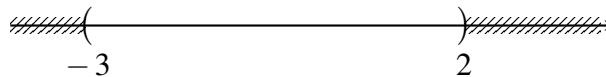
Ví dụ 1. Xác định tập hợp $(0;3) \cup (-3;2)$ và biểu diễn trên trục số

Lời giải.

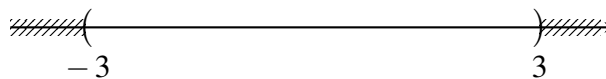
- Biểu diễn tập hợp A trên trục số



- Biểu diễn tập B trên trục số



- Kết hợp hai trục số trên ta được tập $A \cup B = (-3;3)$.

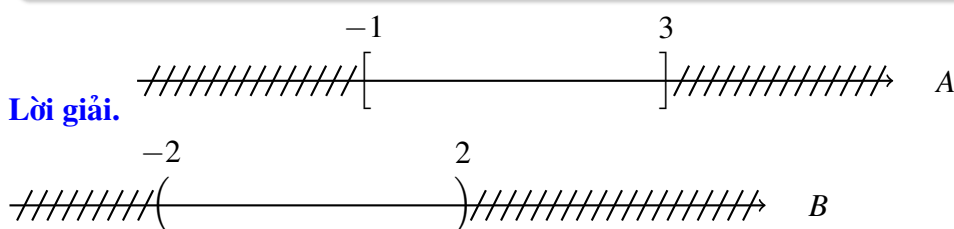


Ví dụ 2. Cho $m > 5$. Xác định tập hợp $[-2;m) \cup [0;4)$.

Lời giải. Vì $m > 5$ nên $m > 4 \Rightarrow [0;4) \subset [-2;m) \Rightarrow [-2;m) \cup [0;4) = [-2;m)$.

Ví dụ 3. Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 2\}$. Tìm $A \cap B$.

Lời giải.



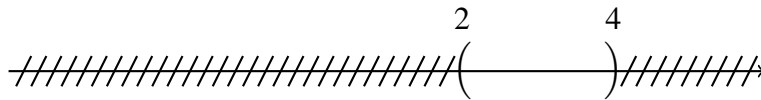
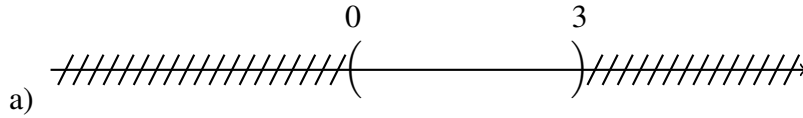
$$\Rightarrow A \cap B = [-1;2).$$

Ví dụ 4. Xác định các tập hợp sau đây và biểu diễn chúng trên trục số.

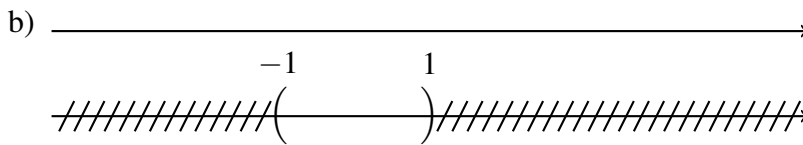
a) $(0;3) \cap (2;4)$.

b) $\mathbb{R} \cap (-1;1)$.

Lời giải.



$\Rightarrow (0;3) \cap (2;4) = (2;3)$.



$\Rightarrow \mathbb{R} \cap (-1;1) = (-1;1)$.

Ví dụ 5. Cho các tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x+2| < 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x+4| \geq 3\}$, $C = [-5;3]$. Tìm các tập hợp

a) $A \cap B$.

b) $B \cap C$.

c) $A \cap B \cap C$.

d) $A \cup B$.

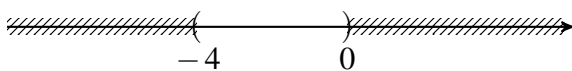
e) $A \cap B \cup C$.

f) $(A \cup B) \cap (B \cup C)$.

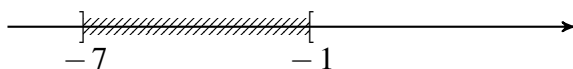
Lời giải. $|x+2| < 2 \Leftrightarrow -2 < x+2 < 2 \Leftrightarrow -4 < x < 0$. Do đó $A = (-4;0)$.

$|x+4| \geq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x+4 \leq -3 \\ x+4 \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -7 \\ x \geq -1 \end{cases}$. Do đó $B = (-\infty; -7] \cup [-1; +\infty)$.

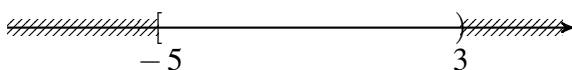
Biểu diễn tập A trên trục số:



Biểu diễn tập B trên trục số:



Biểu diễn tập C trên trục số:



a) $A \cap B = [-1;0)$.

b) $B \cap C = (-\infty; -7] \cup [-5; +\infty)$.

c) $A \cap B \cap C = [-1; 0)$.

d) $A \cup B = (-\infty; -7] \cup (-4; +\infty)$.

e) $A \cap B \cup C = [-5; 3)$.

f) $(A \cup B) \cap (B \cup C)$.

$(A \cup B) = (-\infty; -7] \cup (-4; +\infty)$.

$(B \cup C) = (-\infty; -7] \cup [-5; +\infty)$.

Do đó $(A \cup B) \cap (B \cup C) = (-\infty; -7] \cup (-4; +\infty)$.

Ví dụ 6. Cho các tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{x+1}{x-1} \geq 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 9 - x^2 \leq 0\}$, $C = \{x \in \mathbb{R} \mid \left| \frac{x+1}{x+3} \right| \leq 1\}$.

Tìm các tập hợp

a) $A \cap B \cap C$.

b) $(A \cup B) \cap C$.

c) $(A \cup C) \cap B$.

d) $A \cap (B \cup C)$.

Lời giải.

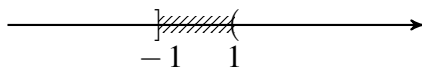
$$\bullet \frac{x+1}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x > 1 \end{cases}. \text{ Do đó } A = (-\infty; -1] \cup (1; +\infty).$$

$$\bullet 9 - x^2 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 3 \end{cases}. \text{ Do đó } B = (-\infty; -3] \cup [3; +\infty).$$

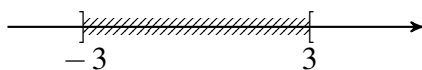
$$\bullet \left| \frac{x+1}{x+3} \right| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq \frac{x+1}{x+3} \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{x+3} \geq -1 \\ \frac{x+1}{x+3} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x+4}{x+3} \geq 0 \\ \frac{-2}{x+3} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -3] \cup [-2; +\infty) \\ x \in (-3; -\infty) \end{cases}. \text{ Do}$$

đó $C = [-2; +\infty)$.

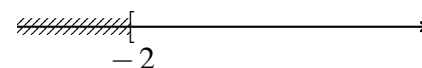
Biểu diễn tập A trên trục số:



Biểu diễn tập B trên trục số:



Biểu diễn tập C trên trục số:



a) $A \cap B \cap C = [3; +\infty)$.

b) $(A \cup B) = (-\infty; -1] \cup (1; +\infty)$.

$(A \cup B) \cap C = [-2; -1] \cup (1; +\infty)$.

c) $(A \cup C) = \mathbb{R}$.

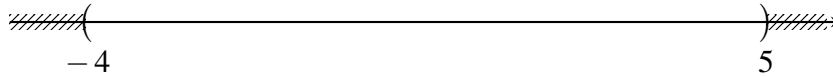
$(A \cup C) \cap B = B = (-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$.

$$\begin{aligned} \text{d) } (B \cup C) &= (-\infty; -3] \cup [-2; +\infty) \\ A \cap (B \cup C) &= (-\infty; -3] \cup (1; +\infty). \end{aligned}$$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Xác định tập hợp $[0; 5) \cup (-4; 2)$ và biểu diễn trên trục số.

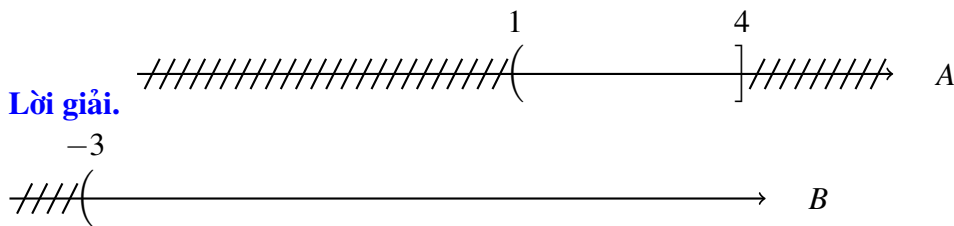
Lời giải. Lần lượt biểu diễn hai tập hợp $[0; 5)$ và $(-4; 2)$ từ đó thu được tập hợp $[0; 5) \cup (-4; 2) = (-4; 5)$. được biểu diễn trên trục số sau



Bài 2. Cho hai tập hợp $A = [m + 1; 10)$ với $m < 0$ và tập hợp $B = (5; 8)$. Hãy xác định tập hợp $A \cup B$.

Lời giải. Vì $m < 0 \Rightarrow m + 1 < 1 < 5 \Rightarrow A \cup B = [m + 1; 10) \cup (5; 8) = [m + 1; 10)$.

Bài 3. Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x \leq 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x\}$. Tìm $A \cap B$.

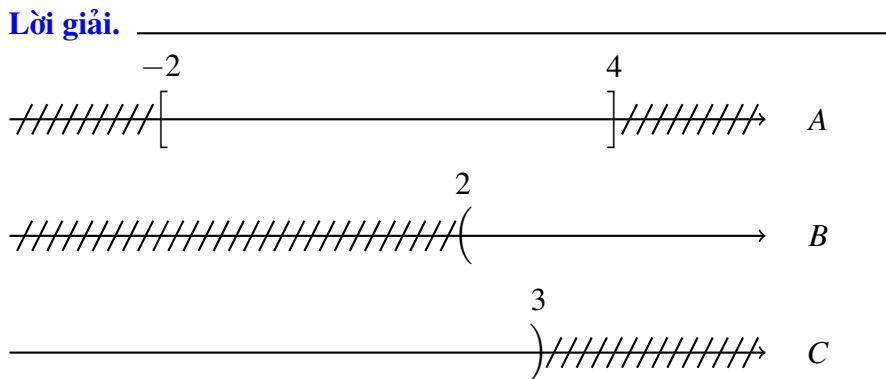


$$\Rightarrow A \cap B = (1; 4].$$

Bài 4. Cho $A = [-2; 4]$, $B = (2; +\infty)$, $C = (-\infty; 3)$. Xác định các tập hợp sau đây và biểu diễn chúng trên trục số.

a) $A \cap B, B \cap C$.

b) $\mathbb{R} \cap A, \mathbb{R} \cap B$.



a) $A \cap B = (2; 4], B \cap C = (2; 3)$.

b) $\mathbb{R} \cap A = [-2; 4], \mathbb{R} \cap B = (2; +\infty)$.

Bài 5. Cho các tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |2x - 1| \leq 1\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |3x - 6| > 3\}$, $C = [1; 2]$. Tìm các tập hợp

a) $A \cap B \cap C$.

b) $A \cup B \cup C$.

c) $(A \cap B) \cup C$.

d) $A \cup (B \cap C)$.

Lời giải.

- a) $A \cap B \cap C = \emptyset$.
- b) $A \cup B \cup C = (-\infty; 2] \cup (3; +\infty)$.
- c) $(A \cap B) \cup C = [0; 2]$.
- d) $A \cup (B \cap C) = [0; 1]$.

Bài 6. Cho các tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{x^2 - 4}{1 + x^2} > 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid \left| \frac{1 - 3x}{x + 2} \right| \geq 2\}$, $C = [0; 3]$. Tìm các tập hợp

- a) $A \cap B \cap C$.
- b) $A \cup B \cup C$.
- c) $(A \cap B) \cup C$.
- d) $A \cup (B \cap C)$.
- e) $B \cap (A \cup C)$.
- f) $(A \cup B) \cap C$.

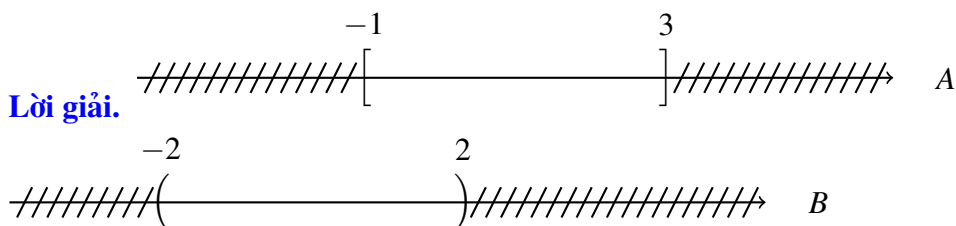
Lời giải.

- a) $A \cap B \cap C = \emptyset$.
- b) $A \cup B \cup C = (-\infty; -2) \cup (-2; -\frac{3}{5}) \cup [0; +\infty)$.
- c) $(A \cap B) \cup C = (-\infty; -2) \cup [5; +\infty) \cup [0; 3]$.
- d) $A \cup (B \cap C) = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.
- e) $B \cap (A \cup C) = (-\infty; -2) \cup [5; +\infty)$.
- f) $(A \cup B) \cap C = (2; 3]$.

Dạng 2. Xác định hiệu và phần bù của hai tập hợp

- Biểu diễn các tập hợp lên trục số.
- Dùng định nghĩa các phép toán hiệu, phần bù để xác định các phần tử của tập hợp.

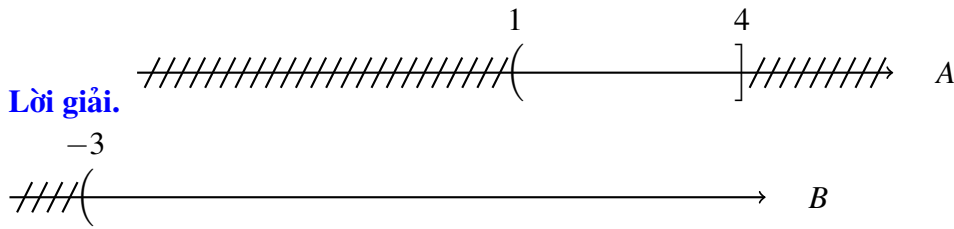
Ví dụ 7. Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 2\}$. Tìm $A \setminus B, B \setminus A$.



$$\Rightarrow A \setminus B = [2; 3], B \setminus A = (-2; -1).$$

Ví dụ 8. Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} | 1 < x \leq 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} | -3 < x\}$. Tìm $C_B A$.

Lời giải.



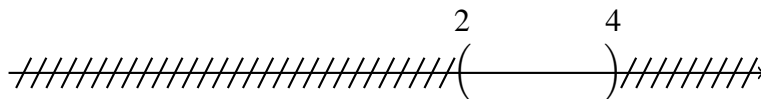
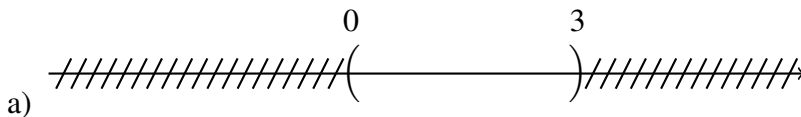
$$\Rightarrow C_B A = (-3; 1] \cup (4; +\infty).$$

Ví dụ 9. Xác định các tập hợp sau đây và biểu diễn chúng trên trục số.

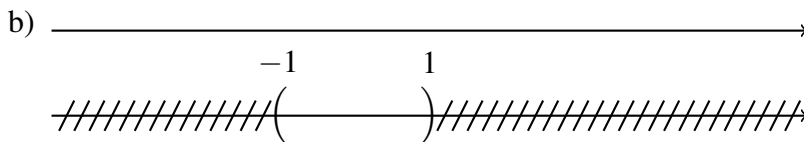
a) $(0; 3) \setminus (2; 4)$.

b) $\mathbb{R} \setminus (-1; 1)$.

Lời giải.



$$\Rightarrow (0; 3) \setminus (2; 4) = (0; 2].$$



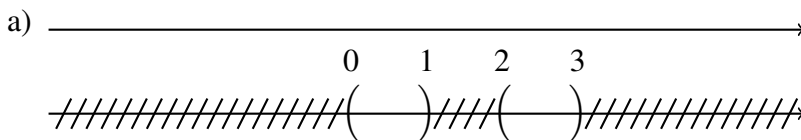
$$\Rightarrow \mathbb{R} \setminus (-1; 1) = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty).$$

Ví dụ 10. Xác định các tập hợp sau đây và biểu diễn chúng trên trục số.

a) $\mathbb{R} \setminus ((0; 1) \cup (2; 3))$.

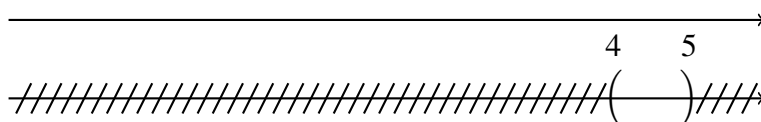
b) $\mathbb{R} \setminus ((3; 5) \cap (4; 6))$.

Lời giải.



$$\Rightarrow \mathbb{R} \setminus ((0; 1) \cup (2; 3)) = (-\infty; 0] \cup [1; 2] \cup [3; +\infty).$$

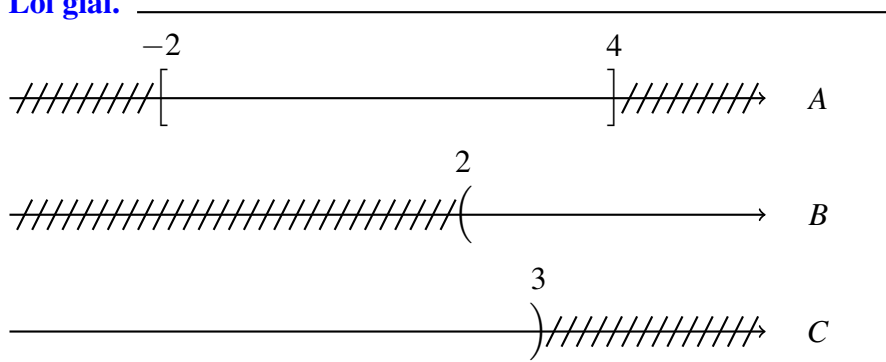
b) Ta có $((3; 5) \cap (4; 6)) = (4; 5)$.



$$\Rightarrow \mathbb{R} \setminus ((3; 5) \cap (4; 6)) = (-\infty; 4] \cup [5; +\infty).$$

b) $\mathbb{R} \setminus A, \mathbb{R} \setminus B, \mathbb{R} \setminus C$.

Lời giải.

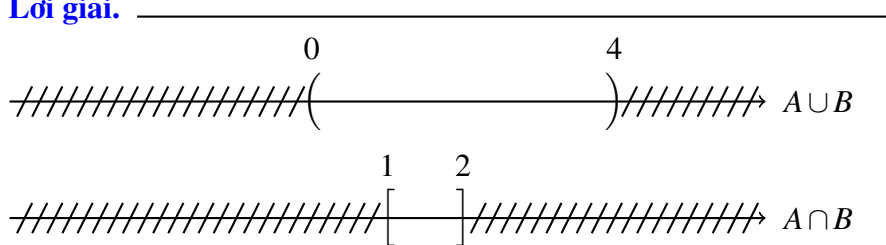


a) $A \setminus B = [-2; 2], B \setminus A = (4; +\infty)$.

b) $\mathbb{R} \setminus A = (-\infty; -2) \cup (4; +\infty), \mathbb{R} \setminus B = (-\infty; 2], \mathbb{R} \setminus C = [3; +\infty)$.

Bài 11. Cho hai nửa khoảng $A = (0; 2], B = [1; 4)$. Tìm $C_{\mathbb{R}}(A \cup B)$ và $C_{\mathbb{R}}(A \cap B)$.

Lời giải.



$\Rightarrow C_{\mathbb{R}}(A \cup B) = (-\infty; 0) \cup [4; +\infty)$ và $C_{\mathbb{R}}(A \cap B) = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Dạng 3. Tìm m thỏa điều kiện cho trước

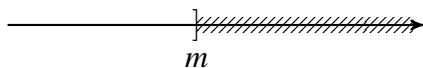
Ví dụ 12. Cho $A = (-\infty; m], B = [6; +\infty)$. Tìm m để

a) $A \cap B \neq \emptyset$.

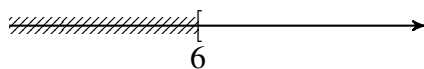
b) $(A \cap B) \subset [1; 8]$.

Lời giải.

a) Biểu diễn tập hợp $A = (-\infty; m]$ trên trục số:



Biểu diễn tập hợp $B = [6; +\infty)$ trên trục số:



$A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow m \geq 6$.

b) Với $m \geq 6 : A \cap B = [6; m]$.

$(A \cap B) \subset [1; 8] \Leftrightarrow m \leq 8$.

Vậy $6 \leq m \leq 8$ thỏa yêu cầu bài toán.