

Câu 1: Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{3}{2}$. B. $x = \frac{5}{2}$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 16$ có bán kính bằng

- A. 32. B. 16. C. 4. D. 8.

Câu 3: Phát biểu nào sau đây **đúng**?

- A. $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x \Big|_1^2 + \int_1^2 1 dx$. B. $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 1 dx$.
C. $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x - \int_1^2 1 dx$ D. $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x + \int_1^2 1 dx$

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 7$ công sai $d = 2$. Giá trị u_2 bằng

- A. 14. B. 9. C. $\frac{7}{2}$. D. 5.

Câu 5: Nghiệm của phương trình $\log_2(x+7) = 5$ là

- A. $x = 18$. B. $x = 25$. C. $x = 39$. D. $x = 3$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , $BC = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\sqrt{2}a$. B. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Câu 7: Trên đoạn $[-1; 2]$, hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ đạt giá trị lớn nhất tại

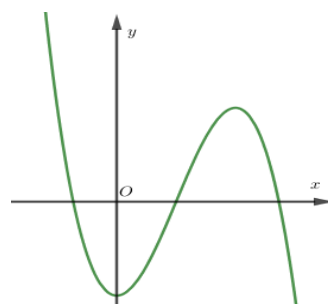
- A. $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $x = 2$. D. $x = -1$.

Câu 8: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?

- A. 2^7 . B. 7^2 . C. A_7^2 . D. C_7^2 .

Câu 9: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = -x^4 + x^2 - 2$. B. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.
C. $y = x^4 - x^2 - 2$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.



Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases} ?$$

- A. $P(1; 2; 5)$. B. $Q(-1; 1; 3)$. C. $N(1; 5; 2)$. D. $M(1; 1; 3)$.

Câu 11: Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có bán kính đáy 5 và độ dài đường sinh 6 bằng

- A. 50π . B. 150π . C. 60π . D. 30π .

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 3z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là:

- A. $\vec{n}_3 = (2; 0; 3)$. B. $\vec{n}_4 = (-1; 3; 2)$. C. $\vec{n}_2 = (2; 3; -1)$. D. $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$.

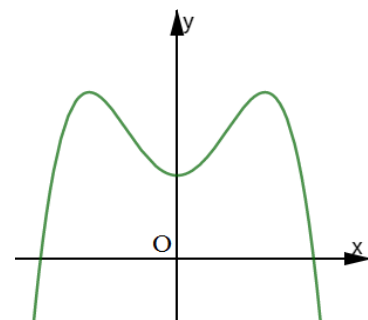
Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là:

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 14: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^5 + 3x^2$ là

- A. $x^6 + 3x^3 + C$. B. $5x^4 + 6x + C$. C. $x^5 + 3x^2 + C$. D. $\frac{1}{6}x^6 + x^3 + C$.



Câu 15: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 \left(\frac{25}{a^3} \right)$ bằng:

- A. $\frac{2}{3\log_5 a}$. B. $2 - 3\log_5 a$. C. $25 - 3\log_5 a$. D. $2 + 3\log_5 a$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = a$ và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Câu 17: Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $4a^3$. B. $9a^3$. C. $3a^3$. D. a^3 .

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 3)$. B. $(-2; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-1		3		$-\infty$

Câu 19: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y = 3^{2x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $V = \int_1^2 3^{4x} dx$. B. $V = \pi \int_1^2 3^{4x} dx$. C. $V = \pi \int_1^2 3^{2x} dx$. D. $V = \pi \int_1^2 6^{2x} dx$.

Câu 20: Số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 3 là

- A. $1 + 3i$. B. $-1 - 3i$. C. $1 - 3i$. D. $-1 + 3i$.

Câu 21: Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z} - i) - (2 + 3i)z = 7 - 16i$. Môđun của z bằng

- A. 5. B. $\sqrt{3}$. C. 3. D. $\sqrt{5}$.

Câu 22: Cho số phức $z = -3 + 2i$, số phức $(1 - i)\bar{z}$ bằng

- A. $-1 - 5i$. B. $5 - i$. C. $1 - 5i$. D. $-5 + i$.

Câu 23: Cho mặt cầu (S) có diện tích $4\pi a^2 (cm^2)$. Khi đó, thể tích khối cầu (S) là

- A. $\frac{64\pi a^3}{3} (cm^3)$. B. $\frac{16\pi a^3}{3} (cm^3)$. C. $\frac{\pi a^3}{3} (cm^3)$. D. $\frac{4\pi a^3}{3} (cm^3)$.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

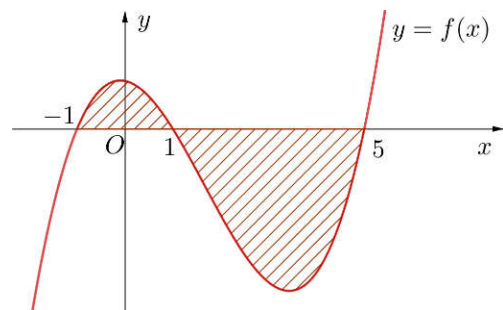
- A. $\frac{a}{4}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 25: Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+15}-4}{x^2-x}$ là

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 5$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx$.
 B. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx$.
 C. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx$.
 D. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx$.



Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;-4;2)$ và $B(1;2;4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

- A. $2x - 3y - z - 20 = 0$. B. $3x - y + 3z - 25 = 0$.
 C. $3x - y + 3z - 13 = 0$. D. $2x - 3y - z + 8 = 0$.

Câu 28: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\sqrt{3}a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

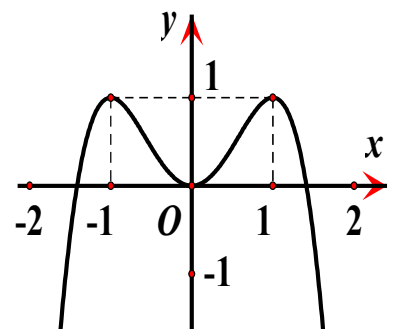
Câu 29: Từ một hộp chứa 10 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{2}{91}$. C. $\frac{24}{91}$. D. $\frac{12}{91}$.

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) = 1$ là

- A. 2. B. 3.
 C. 1. D. 4.



Câu 31: Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} - 4i)(z + 4)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng?

- A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. 2. D. 4.

Câu 32: Cắt một hình trụ bằng mặt phẳng (α) vuông góc mặt đáy, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng 16. Biết khoảng cách từ tâm đáy hình trụ đến mặt phẳng (α) bằng 3. Tính thể tích khối trụ.

- A. 13π . B. $2\sqrt{3}\pi$. C. $\frac{52\pi}{3}$. D. 52π .

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là:

- A. $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=2+2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=-3 \\ y=-t \\ z=2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=2+3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1-t \\ z=2 \end{cases}$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng (Δ) vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 lần lượt tại M và N . Diện tích tam giác OMN bằng

- A. $\frac{\sqrt{28}}{2}$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $3\sqrt{3}$. D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 35: Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

- A. 5. B. 7. C. 6. D. Vô số.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2;3)$. B. $(0;2)$. C. $(5;+\infty)$. D. $(3;5)$.

Câu 37: Cho tứ diện $MNPQ$. Biết rằng mặt phẳng (MNP) vuông góc với mặt phẳng (NPQ) , đồng thời ΔMNP và ΔNPQ là hai tam giác đều có cạnh bằng $4a$. Tính theo a thể tích V của khối tứ diện $MNPQ$.

- A. $V = 24\sqrt{3}a^3$. B. $V = 24a^3$. C. $V = 8\sqrt{3}a^3$. D. $V = 8a^3$.

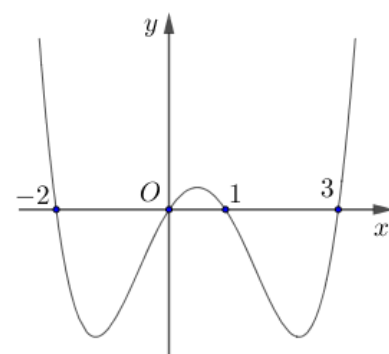
Câu 38: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $AM = 2MA', NB' = 2NB, PC = PC'$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối đa diện $ABCMNP$ và $A'B'C'MNP$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = 2$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = 1$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho trong hình vẽ sau:

Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(\cos x - 1)$ là

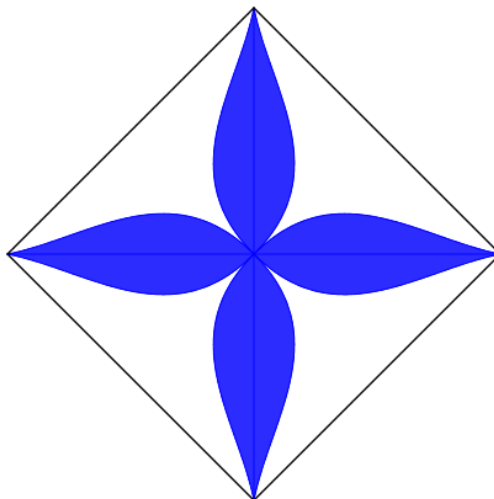
- A. $f(-2)$. B. $f(0)$. C. $f(1)$. D. $f(3)$.



Câu 40: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-8-i)+2i=(9-i)z$

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

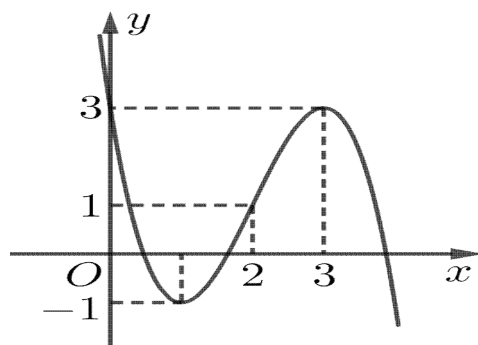
- Câu 41:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x-9}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$.
- A. 5. B. 6. C. Vô số. D. 7.
- Câu 42:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, O là giao điểm của AC và BD . Biết mặt bên của hình chóp là tam giác đều và khoảng cách từ O đến mặt bên là a . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .
- A. $2a^3\sqrt{3}$. B. $4a^3\sqrt{3}$. C. $6a^3\sqrt{3}$. D. $8a^3\sqrt{3}$.
- Câu 43:** Tất cả các giá trị thực của m để bất phương trình $x\sqrt{x} + \sqrt{x+12} \leq m \cdot \log_{5-\sqrt{4-x}} 3$ có nghiệm:
- A. $m > 2\sqrt{3}$. B. $m > 12\log_3 5$. C. $m \geq 2\sqrt{3}$. D. $2 < m < 12\log_2 5$.
- Câu 44:** Một công ty có ý định thiết kế một logo hình vuông có độ dài nửa đường chéo bằng 4. Biểu tượng 4 chiếc lá (được tô màu) được tạo thành bởi các đường cong đối xứng với nhau qua tâm của hình vuông và qua các đường chéo.



Một trong số các đường cong ở nửa bên phải của logo là một phần của đồ thị hàm số bậc ba dạng $y = ax^3 + bx^2 - x$ với hệ số $a < 0$. Để kỷ niệm ngày thành lập $2/3$, công ty thiết kế để tỉ số diện tích được tô màu so với phần không được tô màu bằng $\frac{2}{3}$. Tính $a + b$.

- A. $\frac{41}{80}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{9}{10}$.
- Câu 45:** Cho hai hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 3x$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 - x$; với $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là $-3, 1$ và 4 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng
- A. $\frac{935}{36}$. B. $\frac{941}{36}$. C. $\frac{937}{36}$. D. $\frac{939}{36}$.
- Câu 46:** Một kiến trúc sư muốn thiết kế một mô hình kim tự tháp Ai Cập có dạng là một hình chóp tứ giác đều ngoại tiếp một mặt cầu có bán kính bằng $6m$. Để tiết kiệm nguyên liệu xây dựng thì kiến trúc sư đó phải thiết kế kim tự tháp sao cho có thể tích nhỏ nhất. Chiều cao của kim tự tháp đó là:
- A. $12m$. B. $18m$. C. $36m$. D. $24m$.
- Câu 47:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 2x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x^2 - 8x + m)$ có 5 điểm cực trị?
- A. 15. B. 17. C. 16. D. 18.

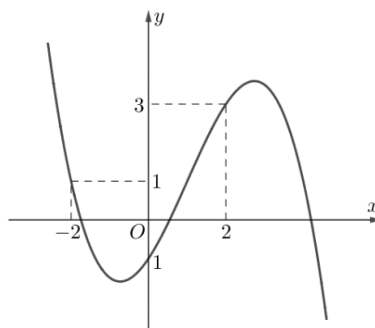
Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc ba và có đồ thị $y = f(2-x)$ như hình vẽ.



Hỏi phương trình $\left| f(|x^2 - 2x|) \right| = 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

- A. 8. B. 7. C. 9. D. 6.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $f'(x+2)$ được cho trong hình vẽ bên.



Hàm số $g(x) = 4f(x^2) - x^6 + 5x^4 - 4x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-4; -3)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$. D. $(-2; -1)$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và điểm $M(x_0; y_0; z_0) \in d : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$

điểm A, B, C phân biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $D(1; 1; 2)$. Tổng $T = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$ bằng

- A. 21. B. 30. C. 20. D. 26.

----- **HẾT** -----

BẢNG ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

1.C	2.C	3.B	4.B	5.B	6.B	7.C	8.C	9.D	10.C
11.C	12.A	13.D	14.D	15.B	16.A	17.C	18.B	19.B	20.A
21.D	22.D	23.D	24.C	25.B	26.A	27.A	28.D	29.B	30.D
31.A	32.D	33.A	34.D	35.A	36.B	37.D	38.C	39.A	40.B
41.A	42.A	43.C	44.C	45.C	46.D	47.A	48.B	49.B	50.D

Câu 1: Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

A. $x = \frac{3}{2}$.

B. $x = \frac{5}{2}$.

C. $x = 1$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $5^{2x+1} = 125 \Leftrightarrow 5^{2x+1} = 5^3 \Leftrightarrow 2x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 16$ có bán kính bằng

A. 32.

B. 16.

C. 4.

D. 8.

Lời giải

Chọn C

Câu 3: Phát biểu nào sau đây đúng

A. $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x \Big|_1^2 + \int_1^2 1 dx$.

B. $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 1 dx$.

C. $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x - \int_1^2 1 dx$.

D. $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x + \int_1^2 1 dx$.

Lời giải

Chọn B

Xét $I = \int_1^2 \ln x dx$. Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x \end{cases}$.

Khi đó: $I = x \cdot \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 1 dx$.

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 7$ công sai $d = 2$. Giá trị u_2 bằng

A. 14.

B. 9.

C. $\frac{7}{2}$.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_2 = u_1 + d = 7 + 2 = 9$.

Câu 5: Nghiệm của phương trình $\log_2(x+7) = 5$ là:

A. $x = 18$.

B. $x = 25$.

C. $x = 39$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2(x+7) = 5$

$$\Leftrightarrow x+7 = 2^5$$

$$\Leftrightarrow x = 25$$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , $BC = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\sqrt{2}a$.

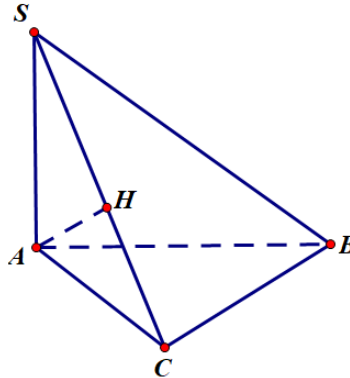
B. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Kẻ $AH \perp SC$ (1)

$$BC \perp AC$$

$$BC \perp SA$$

$$\Rightarrow BC \perp (SAC) \quad d$$

$$\Rightarrow BC \perp AH \quad (2)$$

Từ (1) & (2) suy ra $AH \perp (SBC)$

Suy ra $d(A, (SBC)) = AH$

$$\text{Ta lại có: } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{SA^2} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{2}a}{2}$$

Câu 7: Trên đoạn $[-1; 2]$, hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ đạt giá trị lớn nhất tại

A. $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $x = 2$.

D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 2x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$y(-1) = 13 \quad ; \quad y\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{51}{4} \quad ; \quad y(0) = 13$$

$$y\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{51}{4} \quad ; \quad y(2) = 25$$

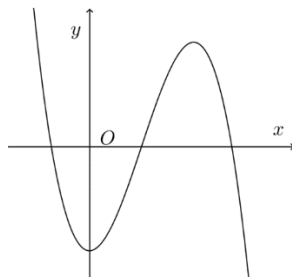
$$\text{Max}_{[-1;2]} y = 25 \text{ tại } x = 2$$

- Câu 8:** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 2 chữ số khác nhau?
- A. 2^7 . B. 7^2 . C. A_7^2 . D. C_7^2 .

Lời giải

Chọn C

- Câu 9:** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = -x^4 + x^2 - 2$ B. $y = x^3 - 3x^2 - 2$
- C. $y = x^4 - x^2 - 2$ D. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$

Lời giải

Chọn D

Ta thấy đây là đồ thị hàm bậc ba. Vậy loại A, C.

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$. Vậy **chọn D**

- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$?

- A. $P(1; 2; 5)$ B. $Q(-1; 1; 3)$ C. $N(1; 5; 2)$ D. $M(1; 1; 3)$

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng ta thấy $N(1; 5; 2)$ thỏa mãn phương trình đường thẳng d

- Câu 11:** Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có bán kính đáy 5 và độ dài đường sinh 6 bằng
- A. 50π B. 150π C. 60π D. 30π

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay là: $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 5 \cdot 6 = 60\pi$

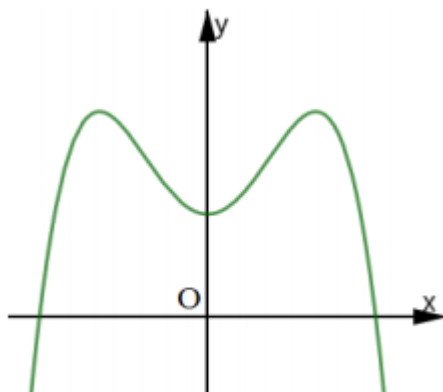
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 3z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_3 = (2; 0; 3)$ B. $\vec{n}_4 = (-1; 3; 2)$ C. $\vec{n}_2 = (2; 3; -1)$ D. $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$

Lời giải

Chọn A

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là



A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Câu 14: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^5 + 3x^2$ là

A. $x^6 + 3x^3 + C$.

B. $5x^4 + 6x + C$.

C. $x^5 + 3x^2 + C$.

D. $\frac{1}{6}x^6 + x^3 + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int x^5 + 3x^2 dx = \frac{1}{6}x^6 + x^3 + C$.

Câu 15: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 \left(\frac{25}{a^3} \right)$ bằng:

A. $\frac{2}{3 \log_5 a}$.

B. $2 - 3 \log_5 a$.

C. $25 - 3 \log_5 a$.

D. $2 + 3 \log_5 a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_5 \left(\frac{25}{a^3} \right) = \log_5 25 - \log_5 a^3 = 2 - 3 \log_5 a$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = a$ và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. 60° .

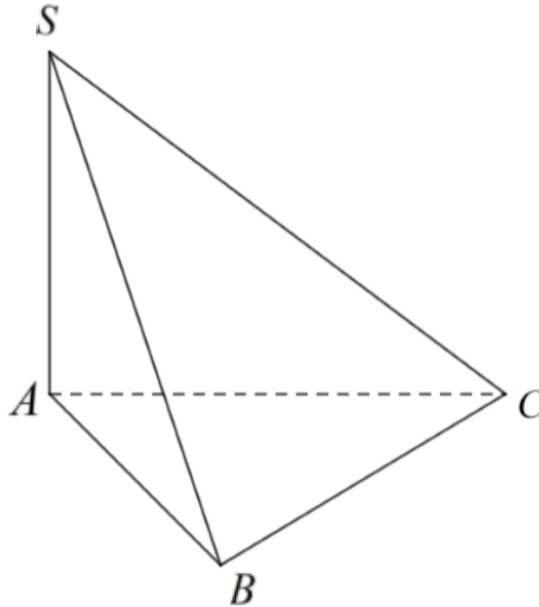
B. 45° .

C. 30° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A



Ta có $(SB, (ABC)) = (SB, BA) = \widehat{SBA}$.

$$\cos \widehat{SBA} = \frac{AB}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ.$$

Câu 17: Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $4a^3$

B. $9a^3$

C. $3a^3$

D. a^3

Lời giải

Chọn C

Diện tích mặt đáy là $S = a^2$

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = S.h = a^2.3a = 3a^3$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	3	$-\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 3)$

B. $(-2; 2)$

C. $(2; +\infty)$

D. $(-\infty; -2)$

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$.

Câu 19: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y = 3^{2x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \int_1^2 3^{4x} dx$

B. $V = \pi \int_1^2 3^{4x} dx$

C. $V = \pi \int_1^2 3^{4x} dx$

D. $V = \pi \int_1^2 6^{2x} dx$

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối tròn xoay là $V = \pi \int_1^2 (3^{2x})^2 dx = \pi \int_1^2 3^{4x} dx$.

Câu 20: Số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 3 là

A. $1+3i$

B. $-1-3i$

C. $1-3i$

D. $-1+3i$

Lời giải

Chọn A

Số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 3 là $z = 1 + 3i$.

Câu 21: Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z} - i) - (2 + 3i)z = 7 - 16i$. Môđun của z bằng

A. 5.

B. $\sqrt{3}$.

C. 3.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z = a + bi$ ($a; b \in \mathbb{R}$).

Theo đề ta có

$$3(a - bi - i) - (2 + 3i)(a + bi) = 7 - 16i \Leftrightarrow 3a - 3bi - 3i - 2a - 2bi - 3ai + 3b = 7 - 16i$$

$$\Leftrightarrow (a + 3b) + (-3a - 5b - 3) = 7 - 16i \Leftrightarrow \begin{cases} a + 3b = 7 \\ -3a - 5b - 3 = -16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 3b = 7 \\ -3a - 5b = -13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } |z| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}.$$

Câu 22: Cho số phức $z = -3 + 2i$, số phức $(1 - i)\bar{z}$ bằng

A. $-1 - 5i$.

B. $5 - i$.

C. $1 - 5i$.

D. $-5 + i$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } (1 - i)\bar{z} = (1 - i)(-3 - 2i) = -3 - 2i + 3i + 2i^2 = -3 - 2i + 3i - 2 = -5 + i.$$

Câu 23: Cho mặt cầu (S) có diện tích $4\pi a^2$ (cm^2). Khi đó thể tích khối cầu (S) là

A. $\frac{64\pi a^3}{3}$ (cm^3).

B. $\frac{16\pi a^3}{3}$ (cm^3).

C. $\frac{\pi a^3}{3}$ (cm^3).

D. $\frac{4\pi a^3}{3}$ (cm^3).

Lời giải

Chọn D

$$\text{Diện tích mặt cầu là } S = 4\pi R^2 = 4\pi a^2 \Leftrightarrow R = a \text{ (cm)}.$$

$$\text{Thể tích khối cầu (S) là } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi a^3 = \frac{4\pi a^3}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$.

Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{a^3}{2}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$

Vì $SA \perp (ABC) \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \sqrt{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}$

Câu 25: Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+15}-4}{x^2-x}$ là

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

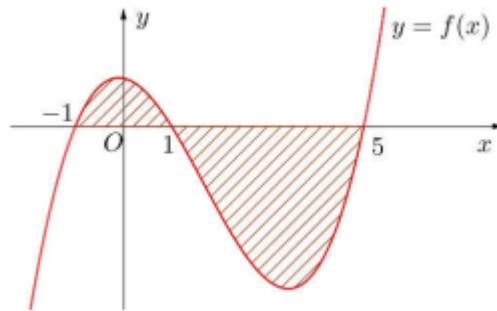
TXĐ $D = [-15; +\infty) \setminus \{0; 1\}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+15}-4}{x^2-x} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x+15}-4}{x^2-x} = -\infty \Rightarrow x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+15}-4}{x^2-x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+15-16}{x(x-1)(\sqrt{x+15}+4)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x(\sqrt{x+15}+4)} = \frac{1}{8} \Rightarrow x=1$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có một đường tiệm cận đứng.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 5$ (như hình vẽ dưới). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$.

B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx$.

C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx$.

D. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $S = \int_{-1}^5 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^5 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5; -4; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $2x - 3y - z - 20 = 0$.

B. $3x - y + 3z - 25 = 0$.

C. $3x - y + 3z - 13 = 0$.

D. $2x - 3y - z + 8 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng đi qua $A(5; -4; 2)$, có vector pháp tuyến $\overrightarrow{AB}(-4; 6; 2)$ có phương trình là :

$$-4(x - 5) + 6(y + 4) + 2(z - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow -4x + 6y + 2z + 40 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 3y - z - 20 = 0.$$

Câu 28: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\sqrt{3}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích đáy lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là $AA' = 2a$.

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 2a = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 29: Từ một hộp chứa 10 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A. $\frac{1}{12}$.

B. $\frac{2}{91}$.

C. $\frac{24}{91}$.

D. $\frac{12}{91}$.

Lời giải

Chọn B

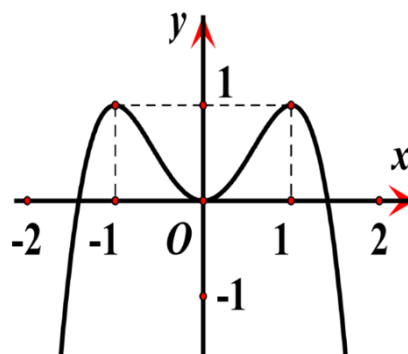
Gọi A là biến cố “Lấy ngẫu nhiên đồng thời từ hộp được 3 quả cầu xanh.”

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{15}^3$.

Số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_5^3$.

Xác suất của biến cố A bằng $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_5^3}{C_{15}^3} = \frac{2}{91}$.

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) = 1$ là



A. 2.

B. 3.

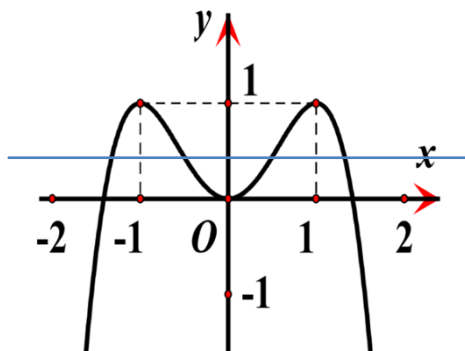
C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2f(x)=1 \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}$. Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{1}{2}$.



Hai đồ thị cắt nhau tại 4 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Câu 31: Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z}-4i)(z+4)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng?

A. $2\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z=x+yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$. Khi đó,

$$\begin{aligned} (\bar{z}-4i)(z+4) &= |z|^2 + 4\bar{z} - 4zi - 16i = x^2 + y^2 + 4(x-yi) - 4(x+yi)i - 16i \\ &= (x^2 + y^2 + 4x + 4y) + (-4y - 4x - 16)i \end{aligned}$$

$(\bar{z}-4i)(z+4)$ là số thuần ảo khi và chỉ khi $x^2 + y^2 + 4x + 4y = 0$. Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng $R = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$.

Câu 32: Cắt một hình trụ bằng mặt phẳng (α) vuông góc mặt đáy, ta được tiết diện là một hình vuông có diện tích bằng 16. Biết khoảng cách từ tâm đáy hình trụ đến mặt phẳng (α) bằng 3. Tính thể tích khối trụ.

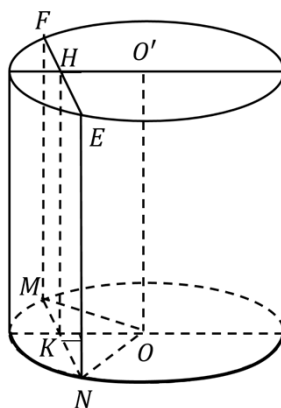
A. 13π .

B. $2\sqrt{3}\pi$.

C. $\frac{52\pi}{3}$.

D. 52π .

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (α) cắt hình trụ tạo thành tiết diện là hình vuông $MNEF$. Gọi K là trung điểm MN .

Diện tích hình vuông bằng 16, suy ra $MN = MF = 4 \Rightarrow NK = 2$.

Vì K là trung điểm MN , suy ra $OK \perp (MNEF)$ nên $OK = d(O, (MNEF)) = 3$.

Tam giác OKN vuông tại K nên $r = ON = \sqrt{NK^2 + OK^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$

Thể tích khối trụ bằng $V = \pi r^2 h = \pi \cdot ON^2 \cdot MF = \pi \cdot 13 \cdot 4 = 52\pi$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 3 = 0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -3 \\ y = -t \\ z = 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Gọi $M = \Delta \cap (P)$ nên $M(t; -1 + 2t; 1 + t) \Rightarrow t - 2(-1 + 2t) - (1 + t) + 3 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Suy ra $M(1; 1; 2)$. Gọi d là đường thẳng đi qua M và nằm trong (P) .

Đường thẳng $\begin{cases} d \perp \Delta \\ d \perp n_p \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_d = [\vec{n_p}; \vec{u}_\Delta] = (0; 2; -4) = -2(0; -1; 2)$.

Vậy đường thẳng d có phương trình là $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$;

$d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng Δ vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 lần lượt tại M và N . Diện tích tam giác OMN bằng

A. $\frac{\sqrt{28}}{2}$ **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ **C.** $3\sqrt{3}$ **D.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $M(3-t; 3-2t; -2+t), N(5-3t'; -1+2t'; 2+t') \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (t-3t'+2; 2t'+2t-4; t'-t+4)$.

Đường thẳng Δ vuông góc với (P) nên $\overrightarrow{MN} // \vec{n_p} \Rightarrow \frac{t-3t'+2}{1} = \frac{2t'+2t-4}{2} = \frac{t'-t+4}{3}$.

Đặt $k = \frac{t-3t'+2}{1} = \frac{2t'+2t-4}{2} = \frac{t'-t+4}{3} \Rightarrow \begin{cases} t-3t'-k = -2 \\ 2t+2t'-2k = 4 \\ -t+t'-3k = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t' = 1 \\ k = 1 \end{cases}$

Suy ra $M(1; -1; 0), N(2; 1; 3)$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{OM} = (1; -1; 0), \overrightarrow{ON} = (2; 1; 3) \Rightarrow S_{OMN} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{OM}; \overrightarrow{ON}] \right| = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 35: Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m phương trình đã cho có nghiệm?

A. 5.

B. 7.

C. 6.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x > \frac{1}{6}$. Xét $f(x) = \log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = \log_3 \frac{x}{6x-1}$ với $x > \frac{1}{6}$;

$$f'(x) = -\frac{1}{x(6x-1)\ln 3} < 0, \forall x > \frac{1}{6}.$$

Lập bảng biến thiên

x	$\frac{1}{6}$ $+\infty$
$f'(x)$	—
$f(x)$	$+\infty$  $\log_3 \frac{1}{6}$

Phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m$ có nghiệm khi

$$-\log_3 m > \log_3 \frac{1}{6} \Leftrightarrow \log_3 m < \log_3 6 \Leftrightarrow 0 < m < 6.$$

Vậy m có 5 giá trị nguyên thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; 3)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(5; +\infty)$.

D. $(3; 5)$.

Lời giải

Chọn B

$$y' = -2.f'(5-2x)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5-2x = -3 \\ 5-2x = -1 \\ 5-2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	2		3		4		$+\infty$
y'	—	0	+	0	—	0	+	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy hàm số $y = f(5 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 37: Cho tứ diện $MNPQ$. Biết rằng mặt phẳng (MNP) vuông góc với mặt phẳng (NPQ) , đồng thời $\triangle MNP$ và $\triangle NPQ$ là hai tam giác đều có cạnh bằng $4a$. Tính theo a thể tích V của khối tứ diện $MNPQ$.

A. $V = 24\sqrt{3}a^3$.

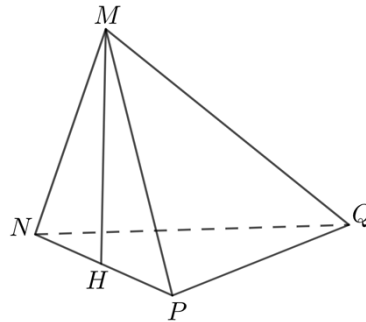
B. $V = 24a^3$.

C. $V = 8\sqrt{3}a^3$.

D. $V = 8a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm $NP \Rightarrow MH \perp NP \Rightarrow MH \perp (NPQ)$

$$V = \frac{1}{3}MH \cdot S_{\triangle NPQ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4\sqrt{3}a}{2} \cdot \frac{(4a)^2 \sqrt{3}}{4} = 8a^3.$$

Câu 38: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $AM = 2MA', NB' = 2NB, PC = PC'$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích hai khối đa diện $ABCMNP$ và $A'B'C'MNP$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

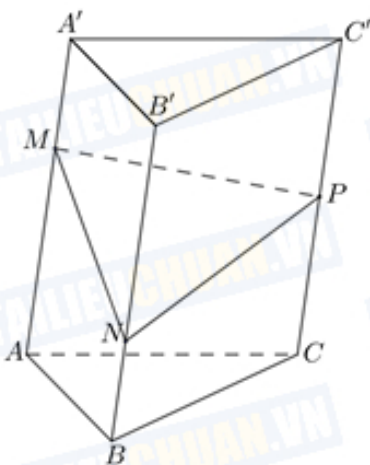
B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

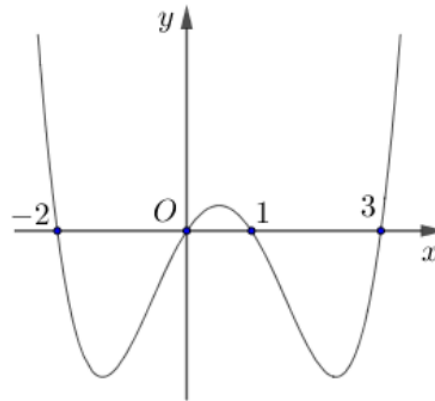


Gọi V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

Ta có: $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{3} \left(\frac{AM}{AA'} + \frac{BN}{BB'} + \frac{CP}{CC'} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2} \Rightarrow V_1 = \frac{1}{2}V \Rightarrow V_2 = \frac{1}{2}V$

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho trong hình vẽ sau:



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(\cos x - 1)$ là

A. $f(-2)$.

B. $f(0)$.

C. $f(1)$.

D. $f(3)$.

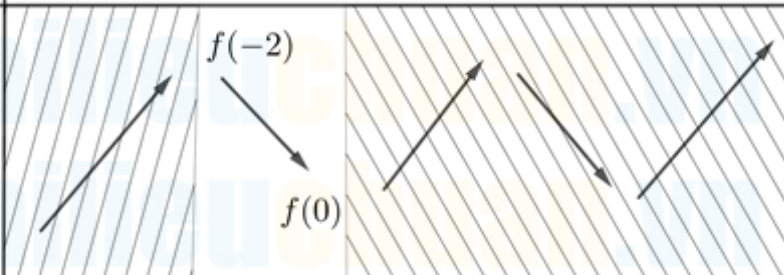
Lời giải

Chọn A

Đặt $t = \cos x - 1 \Rightarrow t \in [-2; 0]$, ta được hàm số $y = f(t) \Rightarrow y' = f'(t)$.

Suy ra $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 0 \\ t = 1 \\ t = 3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	-2	0	1	3	$+\infty$	
$f'(t)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$
$f(t)$							

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(\cos x - 1)$ là $f(-2)$.

Câu 40: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z - 8 - i) + 2i = (9 - i)z$

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned}
\text{Ta có } |z|(z-8-i)+2i &= (9-i)z \Leftrightarrow |z|z-8|z|-i|z|+2i = (9-i)z \\
\Leftrightarrow (|z|-9+i)z &= 8|z|+i(|z|-2) \Rightarrow (|z|-9+i)z = 8|z|+i(|z|-2) \\
\Leftrightarrow (|z|-9+i)|z| &= 8|z|+i(|z|-2) \Leftrightarrow \sqrt{(|z|-9)^2+1}|z| = \sqrt{64|z|^2+(|z|-2)^2} \\
\Leftrightarrow [(|z|-9)^2+1] \cdot |z|^2 &= 64|z|^2+(|z|-2)^2 \Leftrightarrow |z|^4-18|z|^3+17|z|^2+4|z|-4=0 \Leftrightarrow \begin{cases} |z|=1 \\ |z| \approx 16,99 \\ |z|=0,49 \\ |z|=-0,48 \end{cases}
\end{aligned}$$

Nhận xét với mỗi giá trị $|z| \geq 0$ ta có 1 số phức z thỏa mãn $z = \frac{8+(|z|-2)i}{|z|-9+i}$.

Vậy có 3 số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x-9}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$.

A. 5.

B. 6.

C. Vô số.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

ĐKXĐ: $x+3m \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -3m$

Ta có: $y' = \frac{3m+9}{(x+3m)^2}$

Hàm số $y = \frac{x-9}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} -3m \notin (-\infty; -6) \\ y' = \frac{3m+9}{(x+3m)^2} > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -3m \geq -6 \\ 3m+9 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m > -3 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m \leq 2 \text{ mà } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Vậy có 5 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 42: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, O là giao điểm của AC và BD . Biết mặt bên của hình chóp là tam giác đều và khoảng cách từ O đến mặt bên là a . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $2a^3\sqrt{3}$.

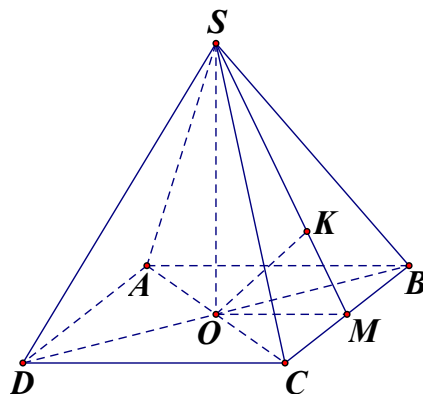
B. $4a^3\sqrt{3}$.

C. $6a^3\sqrt{3}$.

D. $8a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi cạnh đáy của hình vuông $ABCD$ là x ($x > 0$)

Gọi M là trung điểm của BC . Ta có: $OM = \frac{x}{2}$

Vì tam giác SBC đều cạnh $x \Rightarrow SM = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = \frac{x\sqrt{2}}{2}$

Ta có: $\begin{cases} OM \perp BC \\ SO \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SOM) \Rightarrow (SBC) \perp (SOM)$ theo giao tuyến SM

Kẻ $OK \perp SM \Rightarrow OK \perp (SBC) \Rightarrow d(O; (SBC)) = OK$

Từ giả thiết, suy ra $OK = a$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông vào tam giác SOM , ta có:

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} = \frac{1}{\left(\frac{x\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{x}{2}\right)^2} \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} = \frac{6}{x^2} \Leftrightarrow x^2 = 6a^2 \Leftrightarrow x = a\sqrt{6}$$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{x\sqrt{2}}{2} \cdot x^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6} \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot (a\sqrt{6})^2 = 2a^3\sqrt{3}.$$

Câu 43: Tất cả các giá trị thực của m để bất phương trình $x\sqrt{x} + \sqrt{x+12} \leq m \log_{5-\sqrt{4-x}} 3$ có nghiệm:

A. $m > 2\sqrt{3}$.

B. $m > 12 \log_3 5$.

C. $m \geq 2\sqrt{3}$.

D. $2 < m < 12 \log_3 5$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} x \geq 0 \\ x+12 \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \\ 5-\sqrt{4-x} > 0 \\ 5-\sqrt{4-x} \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 4.$$

Ta có $0 \leq x \leq 4 \Leftrightarrow 0 \leq \sqrt{4-x} \leq 2 \Leftrightarrow 3 \leq 5-\sqrt{4-x} \leq 5 \Rightarrow 0 < \log_{5-\sqrt{4-x}} 3 \leq 1$

Khi đó $x\sqrt{x} + \sqrt{x+12} \leq m \log_{5-\sqrt{4-x}} 3 \Leftrightarrow m \geq \frac{x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}}{\log_{5-\sqrt{4-x}} 3} = (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) \log_3 (5-\sqrt{4-x})$

Xét hàm số $g(x) = (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) \log_3 (5-\sqrt{4-x})$

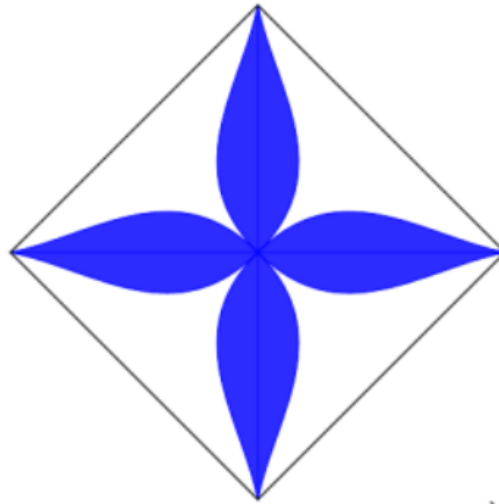
$$\Rightarrow g'(x) = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{2}\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x+12}} \right) \log_3(5 - \sqrt{4-x}) + (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) \frac{1}{2\sqrt{4-x}(5 - \sqrt{4-x}) \ln 3}$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \log_3(5 - \sqrt{4-x}) > 0 \\ \frac{1}{2\sqrt{4-x}(5 - \sqrt{4-x}) \ln 3} > 0 \end{cases} \forall x \in [0; 4] \Rightarrow g'(x) > 0 \forall x \in [0; 4]$$

$\Rightarrow g(x)$ đồng biến trên $[0; 4]$.

Đề phương trình $x\sqrt{x} + \sqrt{x+12} \leq m \log_{5-\sqrt{4-x}} 3$ khi và chỉ khi $m \geq \min_{[0;4]} g(x) = g(0) = 2\sqrt{3}$.

Câu 44: Một công ty có ý định thiết kế một logo hình vuông có độ dài nửa đường chéo bằng 4. Biểu tượng 4 chiếc lá (được tô màu) được tạo thành bởi các đường cong đối xứng với nhau qua tâm của hình vuông và qua các đường chéo.



Một trong số các đường cong ở nửa bên phải của logo là một phần của đồ thị hàm số bậc ba dạng $y = ax^3 + bx^2 - x$ với hệ số $a < 0$. Để kỷ niệm ngày thành lập 2/3, công ty thiết kế để tỉ số diện tích được tô màu so với phần không được tô màu bằng $\frac{2}{3}$. Tính $2a + 2b$

A. $\frac{41}{80}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{4}{5}$.

D. $\frac{9}{10}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có nửa đường chéo hình vuông có độ dài là 4, cạnh hình vuông sẽ là $4\sqrt{2}$ và diện tích hình vuông là 32, khi đó ta có được diện tích phần tô màu là $\frac{64}{5}$.

Gọi $f(x) = ax^3 + bx^2 - x$ là hàm số bậc ba biểu diễn đường cong trên logo.

Ta có $x = 4$ là nghiệm của phương trình nên $64a + 16b - 4 = 0 \Leftrightarrow 4a + b = 1$ (1).

Ta có phương trình phương trình $f(x) = 0$ sẽ có các nghiệm là 0, 4 và $a > 4$ vì $4a > 0$

$$\text{Nên } S = \int_0^4 |ax^3 + bx^2 - x| dx = - \int_0^4 (ax^3 + bx^2 - x) dx$$

$$= - \left(\frac{ax^4}{4} + \frac{bx^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^4 = -64a - \frac{64}{3}b + 8 = \frac{8}{5} \Leftrightarrow -64a - \frac{64}{3}b = \frac{-32}{5} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 4a + b = 1 \\ -64a - \frac{64}{3}b = \frac{-32}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-1}{20} \\ b = \frac{9}{20} \end{cases} \Rightarrow 2a + 2b = \frac{4}{5}.$$

Câu 45: Cho hai hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 3x$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 - x$, với $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là -3 , 1 và 4 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng

A. $\frac{935}{36}$.

B. $\frac{941}{36}$.

C. $\frac{937}{36}$.

D. $\frac{939}{36}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 3x \Rightarrow f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + 3$.

Ta có: $g(x) = mx^3 + nx^2 - x \Rightarrow g'(x) = 3mx^2 + 2nx - 1$.

$y = f(x) - g(x) \Rightarrow y' = f'(x) - g'(x) = 4ax^3 + 3(b-m)x^2 + 2(c-n)x + 4$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \\ x = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a(-3)^3 + 3(b-m)(-3)^2 + 2(c-n)(-3) + 4 = 0 \\ 4a.1^3 + 3(b-m).1^2 + 2(c-n).1 + 4 = 0 \\ 4a.4^3 + 3(b-m).4^2 + 2(c-n).4 + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{12} \\ b-m = \frac{-2}{9} \\ c-n = \frac{-11}{6} \end{cases}$$

$$S = \int_{-3}^4 |f'(x) - g'(x)| dx = \int_{-3}^4 \left| \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{3}x^2 - \frac{11}{3}x + 4 \right| dx = \frac{937}{36}.$$

Câu 46: Một kiến trúc sư muốn thiết kế một mô hình kim tự tháp Ai Cập có dạng là một hình chóp tứ giác đều ngoại tiếp một mặt cầu có bán kính bằng $6m$. Để tiết kiệm vật liệu xây dựng thì kiến trúc sư đó phải thiết kế kim tự tháp sao cho thể tích nhỏ nhất. Chiều cao của kim tự tháp đó là:

A. $12m$.

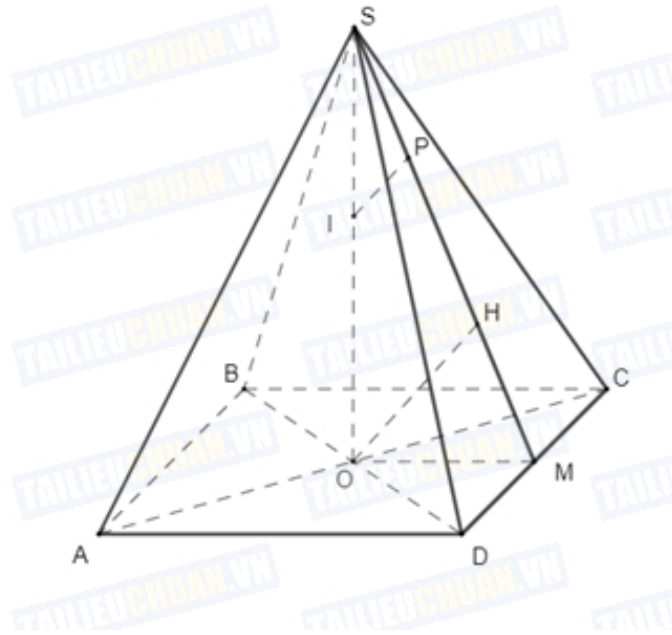
B. $18m$.

C. $36m$.

D. $24m$.

Lời giải

Chọn D



Mặt cầu nội tiếp hình chóp đều $\Rightarrow$ Mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình chóp.

Gọi $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều ngoại tiếp mặt cầu, O là giao điểm 2 đường chéo.

$$\Rightarrow SO \perp (ABCD)$$

Gọi M là trung điểm CD . Kẻ $OH \perp SM$.

Gọi I là tâm mặt cầu nội tiếp hình chóp. Kẻ $IP \parallel OH \Rightarrow IP = R$ (với R là bán kính mặt cầu nội tiếp)

$$\text{Theo định lí Talet: } \frac{SI}{SO} = \frac{IP}{OH} \Leftrightarrow \frac{h-6}{h} = \frac{6}{OH} \Leftrightarrow OH = \frac{6h}{h-6}; SO = h; OM = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Ta có: } OH = \frac{SO \cdot OM}{\sqrt{SO^2 + OM^2}} \Leftrightarrow \frac{6h}{h-6} = \frac{ah}{2\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}}}.$$

$$\Leftrightarrow a(h-6) = 12\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}}$$

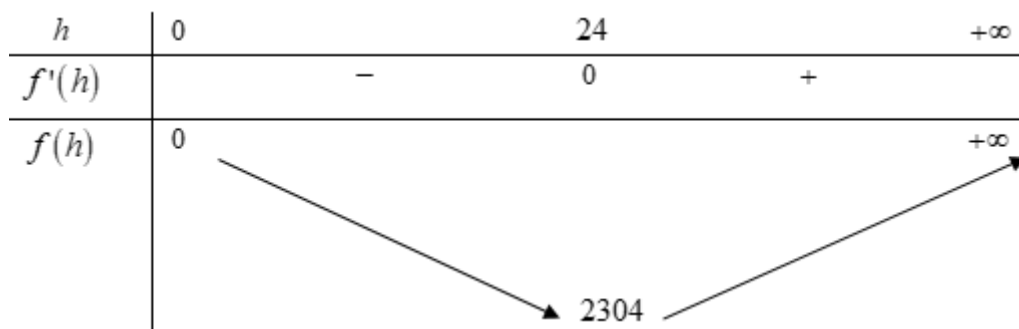
$$\Leftrightarrow a^2(h^2 - 12h + 36) = 144\left(h^2 + \frac{a^2}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow a^2 = \frac{144h^2}{h^2 - 12h} = \frac{144h}{h-12}$$

$$\text{Ta có: } V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3} \cdot \frac{144h}{h-12} \cdot h.$$

$$\text{Xét: } f(h) = \frac{h^2}{h-12} \Rightarrow f'(h) = \frac{h(h-24)}{(h-12)^2}$$

$$f'(h) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} h = 0(l) \\ h = 24(n) \end{cases}$$



Dựa vào BTT $V_{\min}$ đạt tại $h = 24$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x^2-8x+m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 15.

B. 16.

C. 17.

D. 18.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } g(x) = f(x^2 - 8x + m) \Rightarrow g'(x) = (2x - 4) \cdot f'(x^2 - 8x + m).$$

$$f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x) \Rightarrow g'(x) = (2x-8)(x^2-8x+m-1)^2(x^2-8x+m)(x^2-8x+m-2)$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x^2 - 8x + m - 1 = 0 \quad (1) \\ x^2 - 8x + m = 0 \quad (2) \\ x^2 - 8x + m - 2 = 0 \quad (3) \end{cases}$$

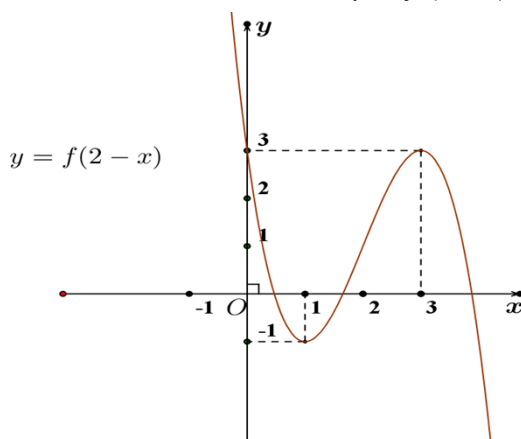
Các phương trình (1), (2), (3) không có nghiệm chung từng đôi một và $(x^2 - 8x + m - 1)^2 \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$

Suy ra $g(x)$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi (2) và (3) có hai nghiệm phân biệt khác 4

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 16 - m > 0 \\ 16 - m + 2 > 0 \\ 16 - 32 + m \neq 0 \\ 16 - 32 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 16 \\ m < 18 \\ m \neq 16 \\ m \neq 18 \end{cases} \Leftrightarrow m < 16.$$

m nguyên dương và $m < 16$ nên có 15 giá trị m cần tìm.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc ba và có đồ thị $y = f(2-x)$ như hình vẽ.



Hỏi phương trình $\left| f\left(\left| x^2 - 2x \right| \right) \right| = 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 8.

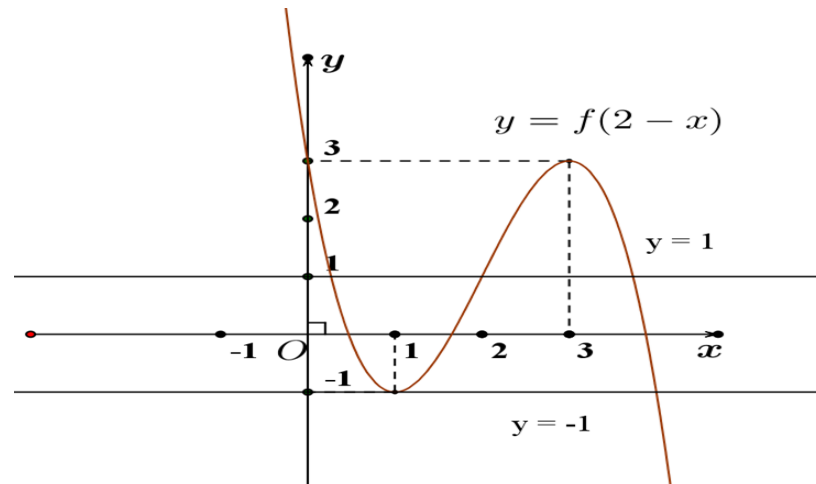
B. 7.

C. 9.

D. 6.

Lời giải

Chọn B



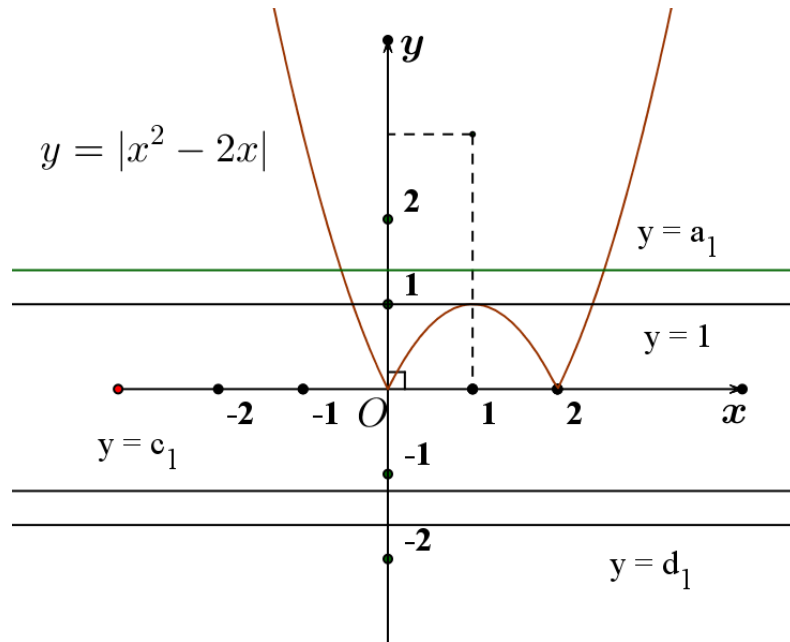
$$f(2-x)=1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x=a \ (0 < a < 1) \\ 2-x=2 \\ 2-x=c \ (c > 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2-a=a_1 \ (1 < a_1 < 2) \\ x=0 \\ x=2-c=c_1 \ (c_1 < -1) \end{cases}$$

$$f(2-x)=-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x=1 \\ 2-x=d \ (d > c > 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2-c=d_1 \ (d_1 < c_1 < -1) \end{cases}$$

$$\left| f\left(\left| x^2 - 2x \right| \right) \right| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f\left(\left| x^2 - 2x \right| \right) = 1 \ (1) \\ f\left(\left| x^2 - 2x \right| \right) = -1 \ (2) \end{cases}$$

$$f\left(\left| x^2 - 2x \right| \right) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \left| x^2 - 2x \right| = a_1, (3) \ (1 < a_1 < 2) \\ \left| x^2 - 2x \right| = 0 \ (4) \\ \left| x^2 - 2x \right| = c_1 \ (c_1 < -1) \ (VN) \end{cases}$$

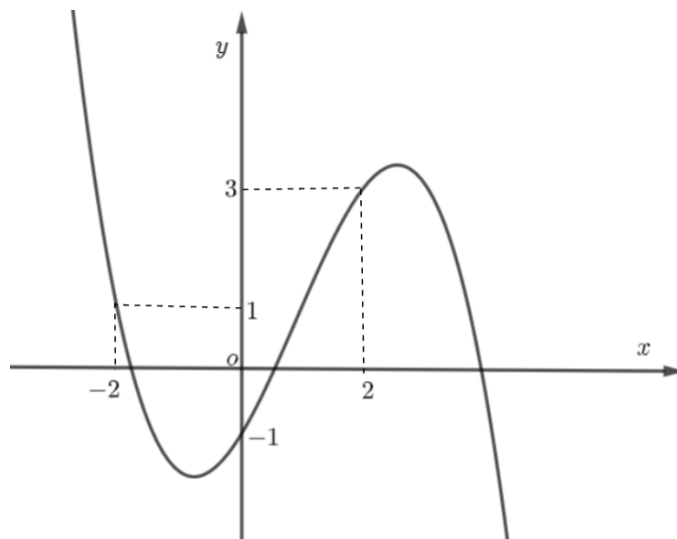
$$f\left(\left| x^2 - 2x \right| \right) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} \left| x^2 - 2x \right| = 1 \ (5) \\ \left| x^2 - 2x \right| = d_1 \ (d_1 < c_1 < -1) \ (VN) \end{cases}$$



Dựa vào đồ thị thì (3) có 2 nghiệm phân biệt, (4) có 2 nghiệm, (5) có 3 nghiệm.

Các nghiệm này khác nhau đôi 1. Vậy phương trình $\left| f(|x^2 - 2x|) \right| = 1$ có 7 nghiệm.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $f'(x+2)$ được cho trong hình vẽ bên



Hàm số $g(x) = 4f(x^2) - x^6 + 5x^4 - 4x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-4; -3)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

D. $(-2; -1)$.

Lời giải

Chọn B

$$g(x) = 4f(x^2) - x^6 + 5x^4 - 4x^2 + 1 \Rightarrow g'(x) = 8xf'(x^2) - 6x^5 + 20x^3 - 8x$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 8xf'(x^2) - 6x^5 + 20x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow 2x[4f'(x^2) - 3x^4 + 10x^2 - 4] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ 4f'(x^2) - 3x^4 + 10x^2 - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{5}{2}x^2 + 1 \end{cases}$$

Xét:

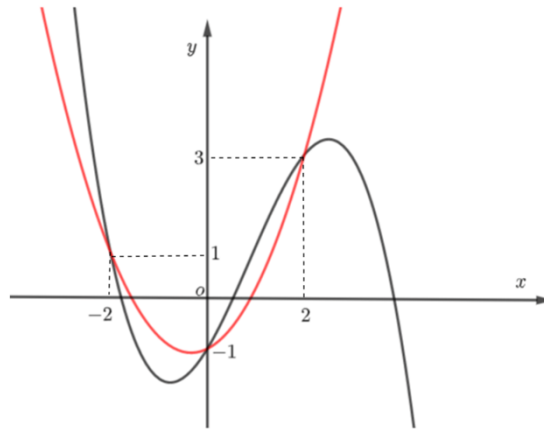
$f'(x^2) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{5}{2}x^2 + 1$. Đặt $x^2 = t + 2$, ta có:

$$f'(t+2) = \frac{3}{4}(t+2)^2 - \frac{5}{2}(t+2) + 1 = \frac{3}{4}(t^2 + 4t + 4) - \frac{5}{2}(t+2) - 1 = \frac{3}{4}t^2 + \frac{1}{2}t - 1$$

Khi đó số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f'(t+2)$ và

$$y = \frac{3}{4}t^2 + \frac{1}{2}t - 1$$

Ta có đồ thị ta có:



Dựa vào đồ thị ta có: $f'(t+2) = \frac{3}{4}t^2 + \frac{1}{2}t - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 0 \\ t = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 = -2 \\ x+2 = 0 \\ x+2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$

Ta có bảng xét dấu $g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Vậy hàm số $g(x) = 4f(x^2) - x^6 + 5x^4 - 4x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và điểm

$$M(x_0; y_0; z_0) \in d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \\ z = 2-3t \end{cases}. \text{ Ba điểm } A, B, C \text{ phân biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho}$$

MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $D(1;1;2)$. Tổng $T = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$ bằng

A. 21.

B. 30.

C. 20.

D. 26.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R = 3$.

$$\text{Vì } M(x_0; y_0; z_0) \in d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \\ z = 2-3t \end{cases} \text{ nên } M(1+t_0; 1+2t_0; 2-3t_0).$$

Gọi $A(x; y; z) \in (S)$ ta có $OA^2 + AM^2 = OM^2$

$$\Leftrightarrow 9 + [x - (1 + t_0)]^2 + [y - (1 + 2t_0)]^2 + [z - (2 - 3t_0)]^2 = (1 + t_0)^2 + (1 + 2t_0)^2 + (2 - 3t_0)^2$$

$$\Leftrightarrow (1 + t_0)x + (1 + 2t_0)y + (2 - 3t_0)z - 9 = 0 \quad (*)$$

Tương tự, tọa độ điểm B, C cũng thỏa mãn $(*)$. Hay nói cách khác, phương trình mặt phẳng

$$(ABC) \text{ là: } (1 + t_0)x + (1 + 2t_0)y + (2 - 3t_0)z - 9 = 0$$

Mặt khác vì (ABC) đi qua $D(1; 1; 2)$ nên

$$(1 + t_0) \cdot 1 + (1 + 2t_0) \cdot 1 + (2 - 3t_0) \cdot 2 - 9 = 0 \Leftrightarrow t_0 = -1.$$

Suy ra $M(0; -1; 5)$. Vậy $T = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = 26$.