

BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ CƠ BẢN

A. LÝ THUYẾT:

1. Định nghĩa

Bất phương trình mũ cơ bản có dạng: $a^x > b$ (hoặc $a^x \geq b, a^x < b, a^x \leq b$) với $a > 0, a \neq 1$.

2. Phương pháp giải: Xét bất phương trình có dạng: $a^x > b$.

- Nếu $b \leq 0$, tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R}$, vì $a^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

- Nếu $b > 0$ thì bất phương trình tương đương với $a^x > a^{\log_a b}$.

+ Với $a > 1$, nghiệm của bất phương trình là $x > \log_a b$.

+ Với $0 < a < 1$, nghiệm của bất phương trình là $x < \log_a b$.

Lưu ý: Các phương pháp giải bất phương trình mũ tương tự như giải phương trình mũ (đưa về cùng cơ số, đặt ẩn số phụ, logarit hóa và phương pháp hàm số)

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Bất phương trình $(\sqrt{3} - 1)^{x+1} < (\sqrt{3} - 1)^{2x-2}$ có tập nghiệm là

- A. $S = (-\infty; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 3]$. C. $S = (3; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 3)$.

Câu 2. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{5}{2}\right)^{3x-1} > \left(\frac{5}{2}\right)^{2x+2}$.

- A. $S = (-\infty; 3)$. B. $S = (3; +\infty)$. C. $S = (-\infty; -3)$. D. $S = (-3; +\infty)$.

Câu 3. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} < \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2}$.

- A. $S = (-\infty; 3)$. B. $S = (3; +\infty)$. C. $S = (-\infty; -3)$. D. $S = \left(-\frac{1}{2}; 3\right)$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{3}{2}\right)^x > 3$ là

- A. $\left(-\infty; \log_3 \frac{3}{2}\right)$. B. $\left(-\infty; \log_3 3\right)$. C. $\left(\log_3 \frac{3}{2}; +\infty\right)$. D. $\left(\log_3 3; +\infty\right)$.

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^x > 5$ là

- A. $\left(-\infty; \log_5 \frac{2}{3}\right)$. B. $\left(-\infty; \log_2 5\right)$. C. $\left(\log_5 \frac{2}{3}; +\infty\right)$. D. $\left(\log_2 5; +\infty\right)$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3^{x+1}$ là

- A. $(-\infty; \log_2 3]$. B. $(-\infty; \log_{\frac{2}{3}} 3)$. C. $\emptyset$. D. $(\log_{\frac{2}{3}} 3; +\infty)$.

Câu 7. Giải bất phương trình $\frac{1}{9} \cdot 3^{3x} > 1$.

- A. $x > \frac{2}{3}$. B. $x < \frac{2}{3}$. C. $x > \frac{3}{2}$. D. $x < \frac{3}{2}$.

Câu 8. Nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là:

- A. $x \geq -4$. B. $x < 0$. C. $x > 0$. D. $x < 4$.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $(\frac{1}{2})^{x-2} > 8$ là

- A. $(-\infty; -1)$ B. $(-\infty; 5)$ C. $(-1; +\infty)$ D. $(5; +\infty)$

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt[3]{5})^{x-1} < 5^{x+3}$ là

- A. $(-\infty; -5)$ B. $(-5; +\infty)$ C. $(0; +\infty)$ D. $(-\infty; 0)$

Câu 11. Giải bất phương trình $(\frac{1}{9})^x > 3^{\frac{2x}{x+1}}$.

- A. $(-2; 0)$ B. $(-\infty; -2)$ C. $(0; +\infty)$ D. $(-\infty; -2) \cup (-1; 0)$

Câu 12. Nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{5} + 2)^{x-1} \geq (\sqrt{5} - 2)^{\frac{x-1}{x+1}}$ là.

- A. $-3 \leq x < -1$. B. $x \geq 1$.
C. $-2 \leq x < -1$ hoặc $x \geq 1$. D. $-2 < x < 1$.

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} + 4^x > 2^x + 4^{x+1}$ là

- A. $(\log_{\frac{1}{2}} 3; +\infty)$. B. $(-\infty; -\log_2 3)$. C. $(-\log_{\frac{1}{2}} 3; +\infty)$. D. $(-\infty; \log_2 3)$.

Câu 14. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(\sqrt{10} - 3)^{\frac{3-x}{x-1}} > (\sqrt{10} + 3)^{\frac{x+1}{x+3}}$ là.

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 15. Giải bất phương trình $3^{2-\sqrt{x^2+5x-6}} \geq \frac{1}{3^x}$.

- A. $[1; 10]$. B. $(\frac{1}{2}; 5)$. C. $(5; +\infty)$. D. $(-2; 5)$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $(2 - \sqrt{3})^x > (7 - 4\sqrt{3})(2 + \sqrt{3})^{x+1}$ là

- A. $(\frac{1}{2}; 2)$ B. $(-\infty; \frac{1}{2})$ C. $(\frac{1}{2}; +\infty)$ D. $(-2; \frac{1}{2})$

- Câu 17.** Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}$.
- A. 0. B. 1. C. 9. D. 11.
- Câu 18.** Tập nghiệm của bất phương trình $(x^2 + 3)^{|x^2-5x+4|} \leq (x^2 + 3)^{x+4}$.
- A. $[0; 6]$ B. $(-\infty, 0]$ C. $[6; +\infty)$ D. $[0; +\infty)$
- Câu 19.** Tập nghiệm của bất phương trình $4^x - 2^x - 2 < 0$ là:
- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$.
- Câu 20.** Nghiệm nguyên dương lớn nhất của bất phương trình: $4^{x-1} - 2^{x-2} \leq 3$ là:
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 21.** Bất phương trình $3 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^x - 5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-x} + 2 \leq 0$ có tập nghiệm $S = [a; b]$. Khi đó giá trị của $a^2 + b^2$ bằng
- A. $\frac{13}{9}$. B. $\frac{5}{3}$. C. $\frac{13}{4}$. D. 1.
- Câu 22.** Biết $S = [a; b]$ là tập nghiệm của bất phương trình $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$. Tính $T = b - a$.
- A. $T = 1$. B. $T = \frac{8}{3}$. C. $T = \frac{10}{3}$. D. $T = 2$.
- Câu 23.** Cho bất phương trình $4^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 16 \leq 0$ có tập nghiệm là đoạn $[a; b]$. Tính $a^2 + b^2$.
- A. 5. B. 10. C. 26. D. 1.
- Câu 24.** Số nghiệm nguyên trong khoảng $(-20; 20)$ của bất phương trình $16^x - 5 \cdot 4^x + 4 \geq 0$ là
- A. 39. B. 40. C. 19. D. 20.
- Câu 25.** Tìm tổng T các nghiệm nguyên của bất phương trình $9^{x-1} - 36 \cdot 3^{x-3} + 3 \leq 0$.
- A. $T = 3$. B. $T = 0$. C. $T = 1$. D. $T = 4$.
- Câu 26.** Bất pt $(\sqrt{2} - 1)^x + (\sqrt{2} + 1)^x > 2\sqrt{2}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc $[-2019; 2020]$?
- A. 4036. B. 4037. C. 2020. D. 0.
- Câu 27.** Bất pt $(5 + 2\sqrt{6})^x + (\sqrt{3} + \sqrt{2})^x < 2$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc $[-2019; 2020]$?
- A. 2020. B. 4040. C. 4039. D. 2019.
- Câu 28.** Tìm tập nghiệm của bất phương trình $5 \cdot 4^x + 2 \cdot 25^x - 7 \cdot 10^x \leq 0$.
- A. $S = [1; 2]$. B. $S = [0; 1]$. C. $S = \left[0; \frac{5}{2}\right]$. D. $S = \left[1; \frac{5}{2}\right]$.

Câu 29. Tập nghiệm S của bất phương trình $9^{\sqrt{x^2-2x}-x} - 7 \cdot 3^{\sqrt{x^2-2x}-x-1} \leq 2$ là

A. $S = \left[-\frac{1}{4}; 0\right]$.

B. $S = \left[-\frac{1}{4}; 0\right] \cup [2; +\infty)$.

C. $S = [2; +\infty)$.

D. $S = \left(-\frac{1}{4}; 0\right) \cup [2; +\infty)$.

Câu 30. Tập nghiệm S của bất phương trình $(7 + 4\sqrt{3})^x - 3(2 - \sqrt{3})^x + 2 \leq 0$ là

A. $S = (-\infty; 0]$.

B. $S = (-\infty; 1]$

C. $S = [0; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; 2 + \sqrt{3}]$.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{5^x}{5^x-3^x} \leq \frac{5}{2}$ là

A. $[0; 1]$.

B. $[0; 1)$.

C. $(0; 1]$.

D. $(-\infty; 1]$.

Câu 32. Bất phương trình $2^{2x+1} - 21\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+3} + 2 \geq 0$ có tập nghiệm là $(\log_a b; +\infty)$. Biết a là số nguyên tố. Khi đó $(ab)^2$ bằng:

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Câu 33. Bất phương trình $9 \cdot 4^{-\frac{1}{x}} + 5 \cdot 6^{-\frac{1}{x}} < 4 \cdot 9^{-\frac{1}{x}}$ có tập nghiệm là $(a; b)$. Khi đó $\frac{b}{a}$ bằng:

A. 0.

B. 2.

C. 4.

D. 6.

Câu 34. Tập giá trị của m thỏa mãn bất phương trình $\frac{2 \cdot 9^x - 3 \cdot 6^x}{6^x - 4^x} \leq 2 (x \in \mathbb{R})$ là $(-\infty; a) \cup (b; c)$. Khi đó $a + b + c$ bằng:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 35. Tìm tổng T các nghiệm nguyên của bất phương trình $\frac{2 \cdot 3^x - 2^{x+2}}{3^x - 2^x} \leq 1$.

A. $T = 3$.

B. $T = 0$.

C. $T = 1$.

D. $T = 4$.

Câu 36. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(3 - \sqrt{5})^{2x-x^2} + (3 + \sqrt{5})^{2x-x^2} \leq 2^{1-x^2+2x}$ là

A. 5.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Câu 37. Tập nghiệm của bất phương trình $49 \cdot 49^x + 28 \cdot 4^x \leq 351 \cdot 14^x$ có dạng là $S = [a; b]$.

Giá trị $b - 2a$ bằng

A. 1.

B. 10.

C. 5.

D. 4.

Câu 38. Tập nghiệm của bất phương trình $2 \cdot 7^{x+2} + 7 \cdot 2^{x+2} \leq 351 \cdot \sqrt{14^x}$ có dạng là đoạn $S = [a; b]$.

Giá trị $b - 2a$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(3; \sqrt{10})$. B. $(-4; 2)$. C. $(\sqrt{7}; 4\sqrt{10})$. D. $(\frac{2}{9}; \frac{49}{5})$.

Câu 39. Số nghiệm nguyên nhỏ hơn 10 của bất phương trình $4 \cdot 5^x - 10^x - 25 \cdot 2^x + 100 < 0$ là:

- A. 8. B. 6. C. 7. D. 5

Câu 40. Nghiệm của bất phương trình $6^x - 2^x + 3^x - 1 > 0$ là:

- A. $x > 0$. B. $x > 1$. C. $x < 0$. D. $x < 1$.

Câu 41. Tập nghiệm của bất phương trình $8 \cdot 3^x + 3 \cdot 2^x > 24 + 6^x$ là:

- A. $(3; 8)$. B. $(1; 3)$. C. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$. D. $(-\infty; 3) \cup (8; +\infty)$.

Câu 42. Tập nghiệm của bất phương trình $25 \cdot 2^x - 10^x + 5^x > 25$

- A. $[0; 2]$. B. $(0; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Câu 43. Tập nghiệm của bất phương trình $9^x - 2(x+5) \cdot 3^x + 9(2x+1) \geq 0$ là

- A. $[0; 1] \cup [2; +\infty)$. B. $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$. C. $[1; 2]$. D. $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

Câu 44. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8}{2^{x+1} - 1} \geq 0$ có dạng là $S = (a; b] \cup (c; +\infty)$.

Giá trị $\frac{a+b+c}{3}$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; -1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; 4)$

Câu 45. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $7^x \geq 10 - 3x$.

- A. $(-\infty; 1]$ B. $(1; +\infty)$ C. $[1; +\infty)$ D. $\emptyset$

Câu 46. Giải bất phương trình $3^x + 4^x > 5^x$.

Câu 47. Giải bất phương trình $2^x + 3^x + 5^x \geq 38$.

Câu 48. Giải bất phương trình $(\sqrt{2} - 1)^{\ln x} + (\sqrt{3} - 1)^{\ln x} \geq 2$.

Câu 49. Tìm số nghiệm nguyên của bpt $2^{2x^2-15x+100} - 2^{x^2+10x-50} + x^2 - 25x + 150 < 0$.

- A. 5. B. 3. C. 6. D. 4.

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $3^y - x < 27^x - \frac{y}{3}$ và $0 \leq x, y \leq 3$.

- A. 10. B. 9. C. 11. D. 12.

Câu 51. Cho bất phương trình $2^{x^2+x} + 2x \leq 2^{3-x} - x^2 + 3$ có tập nghiệm là $[a; b]$. Giá trị của

$T = 2a + b$ là

- A. $T = 1$. B. $T = -5$. C. $T = 3$. D. $T = -2$.

Câu 52. Tất cả giá trị của tham số thực m sao cho bất phương trình $9^x - 2(m+1) \cdot 3^x - 3 - 2m > 0$ nghiệm đúng với mọi số thực x là

- A. $m \leq -\frac{3}{2}$. B. $m \neq 2$. C. $m < -\frac{3}{2}$. D. $m \in \emptyset$.

Câu 53. Tìm m để bất phương trình $15^x + 4 \cdot 3^x - m \cdot 5^x > 4m$ luôn đúng trên $[3; 5]$?

- A. $m > 0$. B. $m < 243$. C. $m < 3$. D. $m < 27$.

Câu 54. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $5 \cdot 4^x + m \cdot 25^x - 7 \cdot 10^x \leq 0$ có nghiệm. Số phần tử của S là

- A. 2. B. 3. C. Vô số. D. 1.

Câu 55. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để bất phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 3 - 2m \leq 0$ có nghiệm thực.

- A. $m \geq 2$. B. $m \leq 3$. C. $m \leq 5$. D. $m \geq 1$.

Câu 56. Số các giá trị nguyên dương để bất phương trình $3^{\cos^2 x} + 2^{\sin^2 x} \geq m \cdot 3^{\sin^2 x}$ có nghiệm là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 57. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\left(\frac{2}{e}\right)^{x^2+2mx+1} \leq \left(\frac{e}{2}\right)^{2x-3m}$ nghiệm đúng với mọi x .

- A. $m \in (-5; 0)$. B. $m \in [-5; 0]$.
C. $m \in (-\infty; -5) \cup (0; +\infty)$. D. $m \in (-\infty; -5] \cup [0; +\infty)$.

Câu 58. Bất phương trình $4^x - (m+1)2^{x+1} + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \geq 0$. Tập tất cả các giá trị của m là

- A. $(-\infty; 12)$. B. $(-\infty; -1]$. C. $(-\infty; 0]$. D. $(-1; 16]$.

Câu 59. Tập các giá trị của m để phương trình $4 \cdot (\sqrt{5} + 2)^x + (\sqrt{5} - 2)^x - m + 3 = 0$ có đúng hai nghiệm âm phân biệt là:

- A. $(-\infty; -1) \cup (7; +\infty)$. B. $(7; 8)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(7; 9)$.

- Câu 60.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình sau có ba nghiệm thực phân biệt: $m \cdot 3^{x^2-7x+12} + 3^{2x-x^2} = 9 \cdot 3^{10-5x} + m$. Tìm số phần tử của S .
- A.3. B. Vô số. C.1. D.2.
- Câu 61.** Cho bất phương trình $m \cdot 3^{x+1} + (3m+2) \cdot (4-\sqrt{7})^x + (4+\sqrt{7})^x > 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; 0]$.
- Câu 62.** Cho bất phương trình $m \cdot 9^{2x^2-x} - (2m+1) \cdot 6^{2x^2-x} + m \cdot 4^{2x^2-x} \leq 0$. Tìm m để bất phương trình nghiệm đúng $\forall x \geq \frac{1}{2}$.
- A. $m < \frac{3}{2}$. B. $m \leq \frac{3}{2}$. C. $m \leq 0$. D. $m < 0$.
- Câu 63.** Số giá trị nguyên dương của m để bất phương trình $(2^{x+2} - \sqrt{2})(2^x - m) < 0$ có tập nghiệm chứa không quá 6 số nguyên là:
- A. 62. B. 33. C. 32. D. 31.
- Câu 64.** Tìm tất cả các giá trị tham số m để phương trình 1 có 2 nghiệm thực phân biệt.
- A. $m > 1$ hoặc $m < \frac{1}{2}$. B. $\frac{3-\sqrt{6}}{2} < m < \frac{3+\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{1}{2} < m < 1$. D. $m > \frac{3+\sqrt{6}}{2}$ hoặc $m < \frac{3-\sqrt{6}}{2}$.
- Câu 65.** Tìm số giá trị nguyên của m để phương trình sau có nghiệm trên $[0; 1]$
- $$4^{x+1} + 4^{1-x} = (m+1)(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 16 - 8m ?$$
- A. 2. B. 5. C. 4. D. 3.
- Câu 66.** Phương trình $4^x - 2(m+1) \cdot 2^x + 3m - 8 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi $m \in (a; b)$. Giá trị của $P = b - a$ là
- A. $P = \frac{8}{3}$. B. $P = \frac{19}{3}$. C. $P = \frac{15}{3}$. D. $P = \frac{35}{3}$.
- Câu 67.** Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $5^{x+2y} + \frac{3}{3^{xy}} + x + 1 = \frac{5^{xy}}{5} + 3^{-x-2y} + y(x-2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x + y$.
- A. $T_{\min} = 2 + 3\sqrt{2}$. B. $T_{\min} = 3 + 2\sqrt{3}$. C. $T_{\min} = 1 + \sqrt{5}$. D. $T_{\min} = 5 + 3\sqrt{2}$.