

LUYỆN TẬP – ÔN TẬP CHỦ ĐỀ TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VEC-TƠ (tiếp theo)

Câu 101. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai véc-tơ $\vec{u} = (4; 1)$ và $\vec{v} = (1; 4)$. Tìm m để véc-tơ $\vec{a} = m \cdot \vec{u} + \vec{v}$ tạo với véc-tơ $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j}$ một góc 45° .

- A. $m = 4$. B. $m = -\frac{1}{2}$. C. $m = -\frac{1}{4}$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} = (4m + 1; m + 4)$; $\vec{b} = (1; 1)$ và $(\vec{a}; \vec{b}) = 45^\circ$.

$$\Rightarrow \frac{4m + 1 + m + 4}{\sqrt{(4m + 1)^2 + (m + 4)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2}} = \cos 45^\circ$$

$$\Leftrightarrow \frac{5m + 5}{\sqrt{17m^2 + 16m + 17} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{17m^2 + 16m + 17} = 5m + 5$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5m + 5 \geq 0 \\ 8m^2 + 34m + 8 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m = -\frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 102. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(-1; 1)$, $B(0; 2)$, $C(3; 1)$ và $D(0; -2)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
B. Tứ giác $ABCD$ là hình thoi.
C. Tứ giác $ABCD$ là hình thang cân.
D. Tứ giác $ABCD$ không nội tiếp được đường tròn.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 1)$ và $\overrightarrow{DC} = (3; 3)$. Suy ra $\overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{AB}$ nên $\overrightarrow{DC}$ và $\overrightarrow{AB}$ cùng phương.

Lại có $\overrightarrow{AC} = (4; 0)$ và $\frac{4}{3} \neq \frac{0}{3}$ nên A, C, D không thẳng hàng. Vậy $AB \parallel CD$ hay $ABCD$ là hình thang.

Vậy $AB \parallel CD$ hay $ABCD$ là hình thang.

$$\text{Mà } AC^2 = 4^2 + 0^2 = 0^2 + 4^2 = BD^2 \Rightarrow AC = BD$$

Do đó $ABCD$ là hình thang cân.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 103. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; -1)$ và $B(3; 2)$. Tìm M thuộc trục tung sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.

- A. $M(0; 1)$. B. $M(0; -1)$.
C. $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$. D. $M\left(0; -\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Gọi tọa độ của M nằm trên Oy là $(0; m)$.

$$\text{Khi đó } MA^2 + MB^2 = 1^2 + (-1 - m)^2 + 3^2 + (2 - m)^2 = 2m^2 - 2m + 15 = 2\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{29}{2} \geq \frac{29}{2}.$$

Vậy $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất bằng $\frac{29}{2}$ khi và chỉ khi $m = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 104. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1; 3), B(-2; -2), C(3; 1)$. Tính cosin góc A của tam giác.

A. $\cos A = \frac{2}{\sqrt{17}}$. B. $\cos A = \frac{1}{\sqrt{17}}$. C. $\cos A = -\frac{2}{\sqrt{17}}$. D. $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{17}}$.

Lời giải.

$$\overrightarrow{AB} = (-3; -5), \overrightarrow{AC} = (2; -2) \quad \cos A = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{-3 \cdot 2 + 5 \cdot 2}{\sqrt{34} \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{17}}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 105. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 8, AD = 5$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}$.

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = 62$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = -64$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = -62$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = 64$.

Lời giải.

Giả sử E là điểm đối xứng với A qua B ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BE}$.

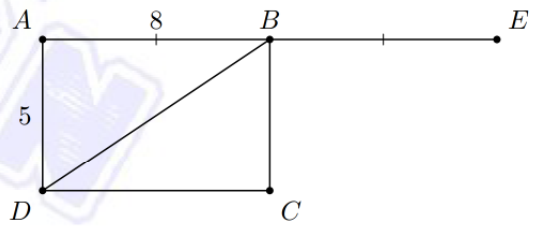
Xét tam giác ABD có $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{89}$.

Xét tam giác ABD có $\cos \widehat{ABD} = \frac{AB}{BD} = \frac{8}{\sqrt{89}}$ suy ra

$$\cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BD}) = \cos \widehat{DBE} = -\cos \widehat{ABD} = -\frac{8}{\sqrt{89}}.$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{BD}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BD}) = 8 \cdot \sqrt{89} \cdot \left(\frac{-8}{\sqrt{89}}\right) = -64.$$

Chọn đáp án **B** □



Câu 106. Cho tam giác ABC . Tập hợp tất cả các điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ là

- A. đường thẳng qua A và song song với BC . B. đường thẳng qua A và vuông góc với BC .
C. đường thẳng qua B và vuông góc với BC . D. đường thẳng qua B và song song với AC .

Lời giải.

Theo giả thiết $AM \perp BC$ nên tập các điểm M là đường thẳng qua A vuông góc với BC .

Chọn đáp án **B** □

Câu 107. Cho tam giác ABC vuông cân tại B có $AB = 2$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4\sqrt{2}$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 8\sqrt{2}$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4$.

Lời giải.

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = 4.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 108. Cho tam giác đều ABC cạnh a có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}a^2$. B. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = -\frac{1}{2}a^2$. C. $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} = \frac{1}{6}a^2$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}a^2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} = GA \cdot GB \cdot \cos \widehat{AGB} = \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \cos 120^\circ = -\frac{a^2}{6}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 109. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-3; -3)$, $B(1; 3)$ và $C(7; -1)$. Hỏi tam giác ABC là tam giác gì?

- A. Tam giác vuông, không cân. B. Tam giác tù.
C. Tam giác vuông cân. D. Tam giác đều.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BA} = (-4; -6) \Rightarrow BA = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52};$$

$$\overrightarrow{BC} = (6; -4) \Rightarrow BC = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52}.$$

Suy ra $BA = BC$.

$$\text{Mặt khác } \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -24 + 24 = 0 \Rightarrow BA \perp BC.$$

Vậy tam giác ABC là tam giác vuông cân ở B .

Chọn đáp án **C** □

Câu 110. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1; 0)$, $B(-2; -1)$ và $C(0; 3)$. Xác định hình dạng của tam giác ABC .

- A. Tam giác đều. B. Tam giác vuông tại A .
C. Tam giác cân tại B . D. Tam giác vuông tại C .

Lời giải.

$$\text{Ta có } AB = \sqrt{10}, BC = \sqrt{20}, AC = \sqrt{10}.$$

Để thấy $BC^2 = AB^2 + AC^2$. Vậy $\triangle ABC$ vuông tại A .

Chọn đáp án **B** □

Câu 111. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1; -1)$, $B(4; 2)$ và $C(4; -2)$. Hỏi góc $\widehat{ABC}$ có số đo độ bằng bao nhiêu?

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BA} = (-3; -3) \Rightarrow BA = 3\sqrt{2}.$$

$$\overrightarrow{BC} = (0; -4) \Rightarrow BC = 4.$$

$$\cos \widehat{ABC} = \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{BA \cdot BC} = \frac{(-3) \cdot 0 + (-3) \cdot (-4)}{3 \cdot \sqrt{2} \cdot 4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{ABC} = 45^\circ$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 112. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(0; 3)$, $B(2; 2)$ và $C(-6; 1)$. Tính số đo của góc $\hat{A}$.

- A. $\hat{A} = 30^\circ$. B. $\hat{A} = 45^\circ$. C. $\hat{A} = 135^\circ$. D. $\hat{A} = 150^\circ$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (2; -1), \overrightarrow{AC} = (-6; -2). \text{ Suy ra}$$

$$\cos A = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{2 \cdot (-6) + (-1) \cdot (-2)}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{40}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy $\hat{A} = 135^\circ$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 113. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(2; 1)$, $B(2; -3)$ và $C(3; 2)$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Tam giác ABC là tam giác nhọn.

B. Tam giác ABC là tam giác đều.

C. Tam giác ABC là tam giác tù.

D. Tam giác ABC là tam giác vuông.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; -4) \Rightarrow AB = 4$.

$\overrightarrow{AC} = (1; 1) \Rightarrow AC = \sqrt{2}$;

$\overrightarrow{BC} = (1; 5) \Rightarrow BC = \sqrt{26}$.

Ta nhận thấy $AB \neq AC$ nên tam giác ABC không phải là tam giác đều.

Ta có $AB^2 + AC^2 = 4^2 + (\sqrt{2})^2 = 18 \neq 26 = BC^2$.

Cạnh dài nhất là BC nên góc lớn nhất là góc A . Ta tính góc này:

$$\cos \hat{A} = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{0 \cdot 1 - 4 \cdot 1}{4\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} < 0 \Rightarrow \hat{A} > 90^\circ.$$

Vậy $\triangle ABC$ là tam giác tù.

Chọn đáp án **C** □

Câu 114. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(4; 0)$ và $B(-4; 0)$. Tìm tọa độ điểm C trên trục Oy sao cho tam giác ABC đều.

A. $C(0; -4\sqrt{3})$.

B. $C(0; 4\sqrt{3})$ hoặc $C(0; -4\sqrt{3})$.

C. $C(0; 4)$.

D. $C(0; -1)$.

Lời giải.

Gọi $C(0; c) \in Oy$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-8; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (-4; c)$, $\overrightarrow{BC} = (4; c)$.

Khi đó

$$\triangle ABC \text{ là tam giác đều} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} |\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB}| \\ |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AB}| \end{array} \right. \Leftrightarrow c^2 + 16 = 64 \Leftrightarrow c = \pm 4\sqrt{3}.$$

Vậy $C(0; 4\sqrt{3})$ hoặc $C(0; -4\sqrt{3})$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 115. Cho $AB = a > 0$. Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 2a^2$ là một đường tròn. Tính theo a bán kính r của đường tròn đó.

A. $r = \frac{3a}{2}$.

B. $r = \frac{5a}{2}$.

C. $r = \frac{a}{4}$.

D. $r = \frac{a}{2}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB . Ta có $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ và

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) \cdot (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) = MI^2 + \overrightarrow{MI} \cdot (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) + \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} \\ &= MI^2 + \overrightarrow{MI} \cdot (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) - IA \cdot IB = MI^2 - \frac{1}{4}AB^2. \end{aligned}$$

Do đó

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 2a^2 \Leftrightarrow IM^2 - \frac{a^2}{4} = 2a^2 \Leftrightarrow IM^2 = \frac{9a^2}{4} \Leftrightarrow IM = \frac{3a}{2}.$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn tâm I , bán kính $r = \frac{3a}{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 116. Cho $AB = a > 0$ với I là trung điểm AB . Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn điều kiện $MA^2 + MB^2 = a^2$.

- A. Đường tròn tâm I , bán kính $\frac{a}{4}$.
 B. Đường tròn tâm I , bán kính $\frac{a}{2}$.
 C. Đường tròn tâm I , bán kính $\frac{a}{\sqrt{2}}$.
 D. Đường tròn tâm I , bán kính a .

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB . Ta có

$$\begin{aligned} MA^2 + MB^2 &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 = 2MI^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) + IA^2 + IB^2 \\ &= 2MI^2 + 2IA^2 = 2MI^2 + \frac{1}{2}AB^2 = 2MI^2 + \frac{1}{2}a^2. \end{aligned}$$

Do đó

$$MA^2 + MB^2 = a^2 \Leftrightarrow 2MI^2 + \frac{1}{2}a^2 = a^2 \Leftrightarrow IM^2 = \frac{a^2}{4} \Leftrightarrow IM = \frac{a}{2}.$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn tâm I , bán kính $r = \frac{a}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 117. Cho tam giác ABC . Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn điều kiện $(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB})(\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB}) = 0$.

- A. Đường thẳng đi qua trung điểm AB và BC .
 B. Đường trung trực đoạn thẳng AB .
 C. Đường thẳng đi qua trung điểm AB và vuông góc BC .
 D. Đường thẳng đi qua trung điểm BC và vuông góc AB .

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB . Ta có

$$(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB})(\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB}) = 0 \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow MI \perp BC.$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường thẳng qua trung điểm I của AB và vuông góc với BC .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 118. Cho tam giác ABC có trực tâm H và M là trung điểm BC . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $BC^2 = \frac{1}{4}\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{MA}$.
 B. $BC^2 = \overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{MA}$.
 C. $BC^2 = 4\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{MA}$.
 D. $BC^2 = \frac{1}{2}\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{MA}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 4\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{HM} &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})(\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{HC} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{HC} \\ &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{AB}(\overrightarrow{HC} + \overrightarrow{CB}) + \overrightarrow{AC}(\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{BC}) \\ &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{HC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} \\ &= \overrightarrow{CB}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) = CB^2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 119. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a . Biết rằng tập hợp các điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MD} = 7a^2$ là một đường tròn bán kính r . Tính r theo a .

- A. $r = a\sqrt{2}$. B. $r = 2a\sqrt{2}$. C. $r = 4a$. D. $r = 2a$.

Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Ta có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ và

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MD} &= 7a^2 \\ \Leftrightarrow (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA}) (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB}) + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC}) (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OD}) &= 7a^2 \\ \Leftrightarrow 2MO^2 + \overrightarrow{MO} (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}) + \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OD} &= 7a^2 \\ \Leftrightarrow 2MO^2 - 2OA^2 = 7a^2 \Leftrightarrow 2OM^2 - a^2 = 7a^2 \Leftrightarrow OM &= 2a. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn tâm O , bán kính $r = 2a$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 120. Cho tam giác ABC có $AB = c$, $BC = a$ và $CA = b$. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm M sao cho $(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) (\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0$ là một đường tròn bán kính r . Tính r .

- A. $r = \frac{b}{4}$. B. $r = \frac{c+a}{4}$. C. $r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{4}$. D. $r = \frac{a+b+c}{4}$.

Lời giải.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm AB, BC . Ta có

$$(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) (\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0 \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MI} \cdot 2\overrightarrow{MJ} = 0 \Leftrightarrow MI \perp MJ \Leftrightarrow \widehat{IMJ} = 90^\circ.$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn đường kính $IJ = \frac{AC}{2} = \frac{b}{2}$, suy ra bán kính $r = \frac{b}{4}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 121. Cho tam giác ABC có $AB = 5$, $AC = 8$ và $\hat{A} = 60^\circ$. Tính BC .

- A. $BC = 4\sqrt{3}$. B. $BC = 7$. C. $BC = 20$. D. $BC = 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$, suy ra

$$\begin{aligned} BC^2 &= (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})^2 = AC^2 + AB^2 - 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \\ &= AC^2 + AB^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 49. \end{aligned}$$

Vậy $BC = 7$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 122. Cho tam giác ABC có $AB = 2$, $BC = 4$ và $CA = 5$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{9}{2}$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{11}{2}$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{13}{2}$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{15}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$BC^2 = \overrightarrow{BC}^2 = (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})^2 = AB^2 + AC^2 - 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}.$$

Suy ra

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2} = \frac{13}{2}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 123. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $BC = 2a$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$.

- A. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 3a^2$. B. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 2a^2$. C. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = a^2\sqrt{3}$. D. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 6a^2$.

Lời giải.

Áp dụng định lý Pitago, ta có được $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$, suy ra

$$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = CA \cdot CB \cdot \cos C = CA^2 = 3a^2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 124. Cho tam giác ABC đều cạnh a , có trọng tâm G . Tính theo a giá trị của biểu thức $T = \overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA}$?

- A. $T = -a^2$. B. $T = -\frac{a^2}{3}$. C. $T = -\frac{a^2}{2}$. D. $T = a^2$.

Lời giải.

Vì $GA = GB = GC = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $(\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GB}) = (\overrightarrow{GB}, \overrightarrow{GC}) = (\overrightarrow{GC}, \overrightarrow{GA}) = 120^\circ$ nên ta có

$$\begin{aligned} T &= \overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA} \\ &= 3\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} = 3 \cdot GA \cdot GB \cdot \cos 120^\circ = -\frac{a^2}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 125. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (5; 2)$ và $\vec{b} = (7; -3)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\vec{x}$ sao cho $\vec{a} \cdot \vec{x} = 38$ và $\vec{b} \cdot \vec{x} = 30$.

- A. $\vec{x} = (6; -4)$. B. $\vec{x} = (6; 4)$. C. $\vec{x} = \left(7; \frac{3}{2}\right)$. D. $\vec{x} = (3; -3)$.

Lời giải.

Gọi $\vec{x} = (x_1; x_2)$. Ta có

$$\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{x} = 38 \\ \vec{b} \cdot \vec{x} = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 = 38 \\ 7x_1 - 3x_2 = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = 4. \end{cases}$$

Vậy $\vec{x} = (6; 4)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 126. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1; 1)$, $B(3; 2)$ và $C(-2; m - 1)$. Với giá trị nào của m thì véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ vuông góc với véc-tơ $\overrightarrow{OC}$?

- A. $m = -5$. B. $m = -3$. C. $m = 3$. D. $m = 5$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 1)$, $\overrightarrow{OC} = (-2; m - 1)$.

$$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{OC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OC} = 0 \Leftrightarrow -4 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 5.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 127. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1; 5)$ và $B(3; 3)$. Tìm tọa độ M nằm trên trục Ox sao cho $MA = MB$.

- A. $M(0; 1)$. B. $M(-1; 0)$. C. $M(2; 0)$. D. $M(-2; 0)$.

Lời giải.

Gọi $M(x; 0) \in Ox$. Ta có

$$\overrightarrow{MA} = (-1 - x; 5) \Rightarrow MA = \sqrt{(1 + x)^2 + 25}.$$

$$\overrightarrow{MB} = (3 - x; 3) \Rightarrow MB = \sqrt{(3 - x)^2 + 9}.$$

$$MA = MB \Leftrightarrow MA^2 = MB^2 \Leftrightarrow (1 + x)^2 + 25 = (3 - x)^2 + 9 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow M(-1; 0).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 128. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -1)$, $B(-2; 1)$ và điểm M có tung độ bằng 2. Tìm tọa độ tất cả các điểm M biết tam giác ABM vuông tại M .

A. $M(1; 2)$.

B. $M(-3; 2)$ hoặc $M(1; 2)$.

C. $M(-1; 2)$.

D. $M(1; 2)$ hoặc $M(-1; 2)$.

Lời giải.

Gọi $M(x; 2)$. Ta có $\overrightarrow{AM} = (x - 2; 3)$, $\overrightarrow{BM} = (x + 2; 1)$.

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = \vec{0} \Leftrightarrow (x - 2)(x + 2) + 3 \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Vậy $M(1; 2)$ hoặc $M(-1; 2)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 129. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; 4)$ và $B(1; 1)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC vuông cân tại B .

A. $C(4; 0)$ hoặc $C(5; -1)$.

B. $C(-2; 2)$ hoặc $C(1; -3)$.

C. $C(5; -1)$ hoặc $C(1; -3)$.

D. $C(-2; 2)$ hoặc $C(4; 0)$.

Lời giải.

Gọi $C(x; y)$. Ta có $\overrightarrow{BA} = (1; 3)$, $\overrightarrow{BC} = (x - 1; y - 1)$.

Khi đó

$$\begin{aligned} \triangle ABC \text{ vuông cân tại } B &\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ |\overrightarrow{BA}| = |\overrightarrow{BC}| \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 + 3(y - 1) = 0 \\ (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 10 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3y + 4 \\ 10(y - 1)^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 4 \\ y = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $C(-2; 2)$ hoặc $C(4; 0)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 130. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 2)$ và $B(-3; 1)$. Tìm tọa độ điểm C nằm trên trục Oy sao cho tam giác ABC vuông tại A .

A. $C(0; 5)$.

B. $C(0; 6)$.

C. $C(0; 1)$.

D. $C(0; -6)$.

Lời giải.

Gọi $C(0; c) \in Oy$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4; -1)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; c - 2)$.

Khi đó

$$\triangle ABC \text{ vuông tại } A \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow 4 - (c - 2) = 0 \Leftrightarrow c = 6.$$

Vậy $C(0; 6)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 131. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-2; 4)$ và $B(8; 4)$. Tìm tọa độ điểm C nằm trên trục Ox sao cho tam giác ABC vuông tại C .

- A. $C(1; 0)$. B. $C(3; 0)$.
C. $C(-1; 0)$. D. $C(0; 0)$ hoặc $C(6; 0)$.

Lời giải.

Gọi $C(c; 0) \in Ox$. Ta có $\overrightarrow{AC} = (c + 2; -4)$, $\overrightarrow{BC} = (c - 8; -4)$.

Khi đó

$$\triangle ABC \text{ vuông tại } C \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow (c + 2)(c - 8) + 16 = 0 \Leftrightarrow c^2 - 6c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ c = 6. \end{cases}$$

Vậy $C(0; 0)$ hoặc $C(6; 0)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 132. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3; 4)$ và $B(-1; 0)$. Tìm tọa độ điểm C trên trục Ox sao cho tam giác ABC cân tại C .

- A. $C(3; 0)$. B. $C(-3; 0)$. C. $C(-1; 0)$. D. $C(2; 0)$.

Lời giải.

Gọi $C(c; 0) \in Ox$. Ta có $\overrightarrow{AC} = (c - 3; -4)$, $\overrightarrow{BC} = (c + 1; 0)$.

Khi đó

$$\triangle ABC \text{ cân tại } C \Leftrightarrow |\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}| \Leftrightarrow (c - 3)^2 + 16 = (c + 1)^2 \Leftrightarrow c = 3.$$

Vậy $C(3; 0)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 133. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3; 1)$ và $B(6; -3)$. Tìm được bao nhiêu điểm M nằm trên trục Ox sao cho tam giác MAB vuông tại M .

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Gọi $M(m; 0) \in Ox$. Ta có $\overrightarrow{AM} = (m - 3; -1)$, $\overrightarrow{BM} = (m - 6; 3)$.

Khi đó

$$\triangle MAB \text{ vuông tại } M \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow (m - 3)(m - 6) - 3 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 9m + 15 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{9 \pm \sqrt{21}}{2}.$$

Vậy có hai điểm M thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **C** □

Câu 134. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(0; 2)$, $B(m; 0)$ và $C(m + 3; 1)$. Tìm tất cả các giá trị của m để tam giác ABC vuông tại A .

- A. $m = -1$. B. $m = 0$.
C. $m = -2$. D. $m = -1$ hoặc $m = -2$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (m; -2)$, $\overrightarrow{AC} = (m+3; -1)$. Khi đó

$$\triangle ABC \text{ vuông tại } A \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$$

$$\Leftrightarrow m(m+3) + 2 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -2. \end{cases}$$

Vậy $m = -1$ hoặc $m = -2$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 135. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(-1; 3)$, $B(-3; -2)$ và $C(4; 1)$. Tính khoảng cách d từ điểm C đến AB .

A. $d = \sqrt{29}$.

B. $d = \sqrt{58}$.

C. $d = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

D. $d = \frac{\sqrt{145}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; -5)$, $\overrightarrow{AC} = (5; -2)$.

Do $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ nên $AB \perp AC \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A .

Do đó $d(C, AB) = AC = \sqrt{5^2 + (-2)^2} = \sqrt{29}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 136. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(2; 6)$, $B(-3; -4)$ và $C(5; 0)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

A. $H(2; 1)$.

B. $H\left(-2; \frac{2}{3}\right)$.

C. $H(5; 0)$.

D. $H\left(-\frac{1}{20}; \frac{49}{40}\right)$.

Lời giải.

Gọi $H(x; y)$. Ta có $\overrightarrow{AH} = (x-2; y-6)$, $\overrightarrow{BC} = (8; 4)$, $\overrightarrow{BH} = (x+3; y+4)$, $\overrightarrow{AC} = (3; -6)$.

Do H là trực tâm tam giác ABC nên

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8(x-2) + 4(y-6) = 0 \\ 3(x+3) - 6(y+4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 4y = 40 \\ 3x - 6y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 0. \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 137. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(3; 4)$, $B(4; 1)$ và $C(2; -3)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

A. $H(-1; 1)$.

B. $H\left(3; \frac{2}{3}\right)$.

C. $H(9; 2)$.

D. $H(7; 2)$.

Lời giải.

Gọi $H(x; y)$ là trực tâm tam giác ABC .

Ta có $\overrightarrow{AH} = (x-3; y-4)$, $\overrightarrow{BC} = (-2; -4)$, $\overrightarrow{BH} = (x-4; y-1)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -3)$. Khi đó

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2(x-3) - 4(y-4) = 0 \\ 1(x-4) - 3(y-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 4y = -22 \\ x - 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 2. \end{cases}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 138. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1; 5)$, $B(-4; -5)$ và $C(4; -1)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

- A. $H(1; 0)$. B. $H(1; -1)$. C. $H\left(-2; -\frac{1}{4}\right)$. D. $H(4; -1)$.

Lời giải.

Gọi $H(x; y)$ là trực tâm $\triangle ABC$.

Ta có $\overrightarrow{AH} = (x - 1; y - 5)$, $\overrightarrow{BC} = (8; 4)$, $\overrightarrow{BH} = (x + 4; y + 5)$, $\overrightarrow{AC} = (3; -6)$. Khi đó

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8(x - 1) + 4(y - 5) = 0 \\ 3(x + 4) - 6(y + 5) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 4y = 28 \\ 3x - 6y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

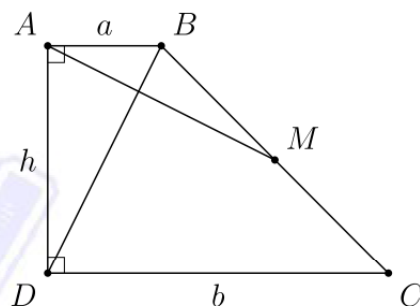
Câu 139. Cho hình thang vuông $ABCD$, đường cao $AD = h$, đáy $AB = a$, đáy $CD = b$. Gọi M là trung điểm của BC . Hệ thức giữa a, b, h để $AM \perp BD$ là

- A. $a^2 - h^2 - ab = 0$. B. $h^2 - a^2 - ab = 0$. C. $h^2 - b^2 - ab = 0$. D. $b^2 - h^2 - ab = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} AM \perp BD &\Leftrightarrow 2\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BD} = 0 \\ &\Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BD} = 0 \\ &\Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}) \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = 0 \\ &\Leftrightarrow -AB^2 + AD^2 - \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ &\Leftrightarrow h^2 - a^2 - ab = 0. \end{aligned}$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 140. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $AC = 2a$. Gọi M là trung điểm của BC và điểm D bất kỳ thuộc cạnh AC . Tính AD theo a để $BD \perp AM$.

- A. $AD = \frac{5a}{9}$. B. $AD = \frac{a}{2}$. C. $AD = \frac{a}{3}$. D. $AD = \frac{2a}{3}$.

Lời giải.

Ta có $2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$. Lại có $AB \perp AC$ nên

$$\begin{aligned} 2 \cdot \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BD} &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) \\ &= -AB^2 + AC \cdot AD = 2a \cdot AD - a^2. \end{aligned}$$

Do đó

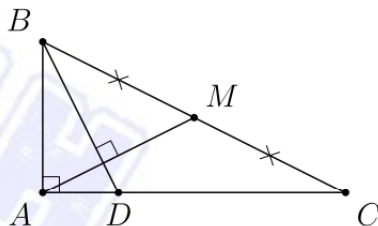
$$AM \perp BD \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BD} = 0 \Leftrightarrow 2a \cdot AD - a^2 = 0 \Leftrightarrow AD = \frac{a}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 141. Cho tam giác MNP có $MN = 4$, $MP = 8$ và $\widehat{NMP} = 60^\circ$. Lấy điểm E trên tia MP và đặt $\overrightarrow{ME} = k\overrightarrow{MP}$. Tìm k để NE vuông góc với trung tuyến MF của tam giác MNP .

- A. $k = -\frac{5}{2}$. B. $k = \frac{2}{5}$. C. $k = -\frac{2}{5}$. D. $k = \frac{5}{2}$.

Lời giải.



Ta có

$$\begin{aligned} NP^2 &= (\overrightarrow{MP} - \overrightarrow{MN})^2 \\ &= MP^2 + MN^2 - 2MP \cdot MN \cos 60^\circ = 48. \end{aligned}$$

Suy ra $MP^2 = MN^2 + NP^2$ hay tam giác MNP vuông tại N . Do đó

$$\begin{aligned} \overrightarrow{NE} \cdot \overrightarrow{MF} &= (k\overrightarrow{NP} + (1-k)\overrightarrow{NM}) (\overrightarrow{NF} - \overrightarrow{NM}) \\ &= kNF \cdot NP + (k-1)NM^2 = 40k - 16. \end{aligned}$$

Suy ra

$$NE \perp MF \Leftrightarrow \overrightarrow{NE} \cdot \overrightarrow{MF} = 0 \Leftrightarrow 40k - 16 = 0 \Leftrightarrow k = \frac{2}{5}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 142. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt thuộc cạnh BC và BA sao cho $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MC}$ và $\overrightarrow{BN} = k\overrightarrow{AN}$. Tìm k để $AM \perp DN$.

- A. $k = 3$. B. $k = -3$. C. $k = 4$. D. $k = -4$.

Lời giải.

Ta có $4\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ và $(1-k)\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{DB} - k\overrightarrow{DA}$ ($k \neq 1$), suy ra

$$\begin{aligned} 4(1-k)\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{DN} &= (3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) (\overrightarrow{DB} - k\overrightarrow{DA}) \\ &= k\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} + 3\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DB} = (k+3)a^2. \end{aligned}$$

Do đó $AM \perp DN$ khi và chỉ khi

$$4(1-k)\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{DN} = 0 \Leftrightarrow (k+3)a^2 = 0 \Leftrightarrow k = -3.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 143. Cho tam giác ABC có $AB = 2a$, $AC = a$ và $\hat{A} = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm của AC và N là điểm thuộc cạnh BC sao cho $\overrightarrow{BN} = x\overrightarrow{BC}$. Giá trị của x để $AN \perp BM$ là

- A. $x = \frac{3}{4}$. B. $x = -\frac{3}{2}$. C. $x = \frac{2+\sqrt{3}}{3}$. D. $x = -\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AN} = x\overrightarrow{AC} + (1-x)\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB}$, suy ra

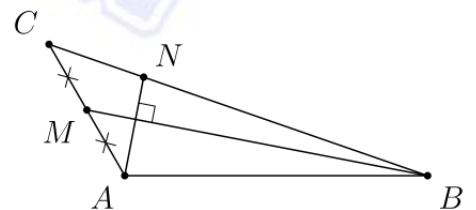
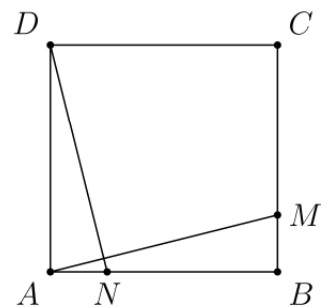
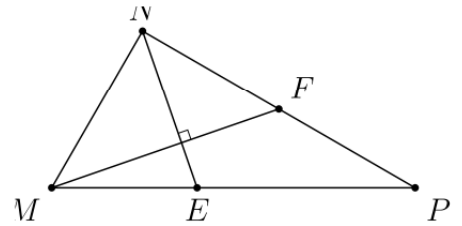
$$\begin{aligned} \overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{BM} &= (x\overrightarrow{AC} + (1-x)\overrightarrow{AB}) (\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB}) \\ &= xAC \cdot AM - xAC \cdot AB \cdot \cos 120^\circ \\ &\quad + (1-x)AB \cdot AM \cdot \cos 120^\circ + (x-1)AB^2 \\ &= \left(6x - \frac{9}{2}\right)a^2. \end{aligned}$$

Do đó $AN \perp BM$ khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow \left(6x - \frac{9}{2}\right)a^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□



Câu 144. Cho nửa đường tròn đường kính AB có AC, BD là hai dây cung thuộc nửa đường tròn, cắt nhau tại E . Tính $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{BD}$ theo AB .

A. $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{BD} = AB^2$.

B. $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{BD} = AB$.

C. $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{BD} = 2AB$.

D. $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{BD} = 4AB$.

Lời giải.

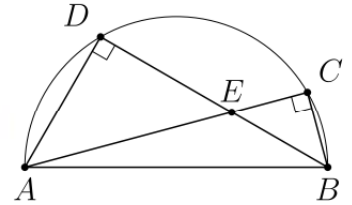
Theo giả thiết, ta có $AD \perp BD, AC \perp BC$, suy ra

$$\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AE} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AB}.$$

Tương tự $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{BA}$.

Vậy $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} (\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB}) = AB^2$.

Chọn đáp án (A)



Câu 145. Cho ba véc-tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ khác $\vec{0}$, thỏa mãn $\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c} = \vec{0}$, $|\vec{a}| = a, |\vec{b}| = b, |\vec{c}| = c$.

Tính $A = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$.

A. $A = \frac{1}{2} (3c^2 - a^2 + b^2)$.

B. $A = \frac{1}{2} (3c^2 - a^2 - b^2)$.

C. $A = \frac{1}{2} (3c^2 + a^2 - b^2)$.

D. $A = \frac{1}{2} (3c^2 + a^2 + b^2)$.

Lời giải.

Theo giả thiết, ta có $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = -2\vec{c}$, suy ra

$$(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2 = 4\vec{c}^2 \Rightarrow \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + \vec{c}^2 + 2A = 4\vec{c}^2.$$

Vậy $A = \frac{1}{2} (3c^2 - a^2 - b^2)$.

Chọn đáp án (B)

Câu 146. Cho tam giác ABC vuông tại A , $\widehat{ABC} = 60^\circ, BC = 2a$. Tích vô hướng $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BC}$ bằng bao nhiêu?

A. $3a^2$.

B. $-3a^2$.

C. $a^2\sqrt{3}$.

D. $-a^2\sqrt{3}$.

Lời giải.

ΔABC vuông tại A có $\widehat{ABC} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = 30^\circ$.

Do đó $AB = \frac{1}{2}BC = a \Rightarrow CA = a\sqrt{3}$.

Ta có $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = -CA \cdot CB \cdot \cos(\widehat{ACB}) = -a\sqrt{3} \cdot 2a \cdot \cos 30^\circ = -3a^2$.

Chọn đáp án (B)

Câu 147. Cho $\vec{i}, \vec{j}$ là các véc-tơ đơn vị của các trục Ox, Oy trong hệ trục tọa độ vuông góc Oxy . Biết rằng $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j}, \vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j}$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1a_2 + b_1b_2$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_2 + b_1a_2$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có $\vec{a} = (a_1; a_2); \vec{b} = (b_1; b_2)$.

Do đó $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2$.

Chọn đáp án (A)

Câu 148. Tính cosin của góc giữa hai vectơ $\vec{u} = (3; -2)$ và $\vec{v} = (3; 2)$ trong hệ trục tọa độ Oxy .

A. 0.

B. 1.

C. $-\frac{5}{13}$.

D. $\frac{5}{13}$.

Lời giải.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \cdot 3 + (-2) \cdot 2 = 5.$$

$$\text{Lại có } \vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \sqrt{3^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{3^2 + 2^2} \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v}) = 13 \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v}).$$

$$\text{Do đó } \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{5}{13}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 149. Cho tam giác ABC có $AB = 5$, $BC = 6$ và $AC = 9$. Gọi M là trung điểm của BC , N là điểm thuộc cạnh AC sao cho $AC = 3NC$. Tính tích vô hướng $\vec{AM} \cdot \vec{BN}$.

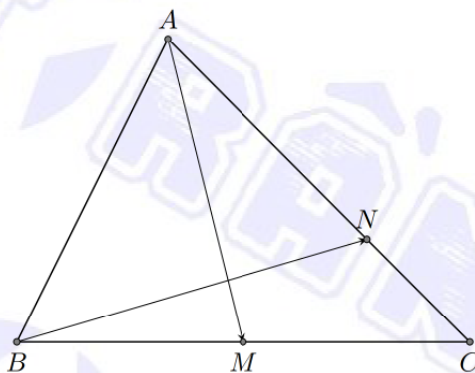
A. $\frac{26}{3}$.

B. $-\frac{11}{3}$.

C. $\frac{35}{3}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải.



$$\text{Ta có } \vec{AM} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC}) \text{ và } \vec{BN} = \frac{1}{3}(\vec{BA} + 2\vec{BC})$$

$$\vec{AM} \cdot \vec{BN} = \frac{1}{6}(\vec{AB} + \vec{AC}) \cdot (\vec{BA} + 2\vec{BC}) = \frac{1}{6}(-AB^2 - 2\vec{BA} \cdot \vec{BC} - \vec{AC} \cdot \vec{AB} + 2\vec{AC} \cdot \vec{BC}) = \frac{26}{3}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 150. Cho hai điểm $A(1; 0)$ và $B(-3; 3)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

A. $AB = 4$.

B. $AB = 5$.

C. $AB = 3\sqrt{2}$.

D. $AB = \sqrt{13}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } AB = \sqrt{(-3 - 1)^2 + (3 - 0)^2} = \sqrt{25} = 5.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

ĐÁP ÁN

101. C	102. C	103. C	104. B	105. B	106. B	107. D	108. C	109. C	110. B
111. B	112. C	113. C	114. B	115. A	116. B	117. C	118. C	119. D	120. A
121. B	122. C	123. A	124. C	125. B	126. D	127. B	128. D	129. D	130. B
131. D	132. A	133. C	134. D	135. A	136. C	137. D	138. D	139. B	140. B
141. B	142. B	143. A	144. A	145. B	146. B	147. A	148. D	149. A	150. B