LUYỆN TẬP CHỦ ĐỀ
TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ (tiếp theo)

Câu 51. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tính khoảng cách giữa hai điểm $M(1;-2)$ và $N(-3;4)$.

A. $MN=4$. **B.** $MN=6$. **C.** $MN=3\sqrt{6}$. **D.** $MN=2\sqrt{13}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(-4;6)$ suy ra $MN=\sqrt{(-4)^2+6^2}=\sqrt{42}=2\sqrt{13}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 52. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;4)$, $B(3;2)$, $C(5;4)$. Tính chu vi P của tam giác đã cho.

A. $P=4+2\sqrt{2}$. **B.** $P=4+4\sqrt{2}$. **C.** $P=8+8\sqrt{2}$. **D.** $P=2+2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(2;-2)\\ \overrightarrow{BC}=(2;2)\\ \overrightarrow{CA}=(-4;0)\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}AB=\sqrt{2^2+(-2)^2}=2\sqrt{2}\\ BC=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}\\ CA=\sqrt{(-4)^2+0^2}=4.\end{cases}$

Vậy chu vi P của tam giác ABC là $P=AB+BC+CA=4+4\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 53. Trong hệ tọa độ $(O;\vec{i};\vec{j})$, cho véc-tơ $\vec{a}=-\frac{3}{5}\vec{i}-\frac{4}{5}\vec{j}$. Độ dài của véc-tơ $\vec{a}$ bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** 1. **C.** $\frac{6}{5}$. **D.** $\frac{7}{5}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a}=-\frac{3}{5}\vec{i}-\frac{4}{5}\vec{j}$

$\Rightarrow \vec{a}=(-\frac{3}{5};-\frac{4}{5})$

$\Rightarrow |\vec{a}|=\sqrt{(-\frac{3}{5})^2+(-\frac{4}{5})^2}=1.$

Chọn đáp án (B) □

Câu 54. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai véc-tơ $\vec{u}=(3;4)$ và $\vec{v}=(-8;6)$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $|\vec{u}|=|\vec{v}|$. **B.** $M\left(0;-\frac{1}{2}\right)$ và $\vec{v}$ cùng phương.

C. $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{v}$. **D.** $\vec{u}=-\vec{v}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \cdot (-8) + 4 \cdot 6 = 0$ suy ra $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{v}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 55. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các điểm $A(1;2)$, $B(-2;-4)$, $C(0;1)$ và $D(-1;\dfrac{3}{2})$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{CD}$.

B. $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\overrightarrow{CD}\right|$.

C. $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$.

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3;-6)$ và $\overrightarrow{CD} = \left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$ suy ra $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = (-3) \cdot (-1) + (-6) \cdot \dfrac{1}{2} = 0$.

Vậy $\overrightarrow{AB}$ vuông góc với $\overrightarrow{CD}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 56. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho bốn điểm $A(7;-3)$, $B(8;4)$, $C(1;5)$ và $D(0;-2)$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{CB}$.

B. Tam giác ABC đều.

C. Tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

D. Tứ giác $ABCD$ không nội tiếp đường tròn.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1;7) \Rightarrow AB = \sqrt{1^2+7^2} = 5\sqrt{2} \\ \overrightarrow{BC} = (-7;1) \Rightarrow BC = 5\sqrt{2} \\ \overrightarrow{CD} = (-1;-7) \Rightarrow CD = 5\sqrt{2} \\ \overrightarrow{DA} = (7;-1) \Rightarrow DA = 5\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow AB = BC = CD = DA = 5\sqrt{2}.$

Lại có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 1(-7) + 7 \cdot 1 = 0$ nên $AB \perp BC$.

Từ đó suy ra $ABCD$ là hình vuông.

Chọn đáp án (C) □

Câu 57. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho bốn điểm $A(-1;1)$, $B(0;2)$, $C(3;1)$ và $D(0;-2)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

B. Tứ giác $ABCD$ là hình thoi.

C. Tứ giác $ABCD$ là hình thang cân.

D. Tứ giác $ABCD$ không nội tiếp được đường tròn.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1;1) \\ \overrightarrow{DC} = (3;3) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{AB}.$

Suy ra $DC \parallel AB$ và $DC = 3AB$ (1)

Mặt khác $\begin{cases} AD = \sqrt{1^2+3^2} = \sqrt{10} \\ BC = \sqrt{3^2+1^2} = \sqrt{10} \end{cases} \Rightarrow AD = BC$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra tứ giác $ABCD$ là hình thang cân.

Chọn đáp án (C) □

Câu 58. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(-1;1)$, $B(1;3)$ và $C(1;-1)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Tam giác ABC đều.
B. Tam giác ABC có ba góc đều nhọn.
C. Tam giác ABC cân tại B.
D. Tam giác ABC vuông cân tại A.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;2)$, $\overrightarrow{BC}=(0;-4)$ và $\overrightarrow{AC}=(2;-2)$.

Suy ra $\begin{cases} AB=AC=2\sqrt{2} \\ AB^2+AC^2=BC^2. \end{cases}$

Vậy tam giác ABC vuông cân tại A.

Chọn đáp án (D) □

Câu 59. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(10;5), B(3;2)$ và $C(6;-5)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Tam giác ABC đều.
B. Tam giác ABC vuông cân tại A.
C. Tam giác ABC vuông cân tại B.
D. Tam giác ABC có góc A tù.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-7;-3)$, $\overrightarrow{BC}=(3;-7)$ và $\overrightarrow{AC}=(-4;-10)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=(-7)\cdot 3+(-3)\cdot(-7)=0$ và $AB=BC$.

Vậy tam giác ABC vuông cân tại B.

Chọn đáp án (C) □

Câu 60. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(-2;-1)$, $B(1;-1)$ và $C(-2;2)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Tam giác ABC đều.
B. Tam giác ABC vuông cân tại A.
C. Tam giác ABC vuông tại B.
D. Tam giác ABC vuông cân tại C.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;0)$, $\overrightarrow{BC}=(-3;3)$ và $\overrightarrow{AC}=(0;3)$.

Do đó $\begin{cases} AB=AC=3 \\ BC=3\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow AB^2+AC^2=BC^2$.

Vậy tam giác ABC vuông cân tại A.

Chọn đáp án (B) □

Câu 61. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-2;4)$ và $B(8;4)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc trục hoành sao cho tam giác ABC vuông tại C.

A. $C(6;0)$. **B**. $C(0;0)$, $C(6;0)$. **C**. $C(0;0)$. **D**. $C(-1;0)$.

Lời giải.

Ta có $C\in Ox$ nên $C(c;0)$ và $\begin{cases} \overrightarrow{CA}=(-2-c;4) \\ \overrightarrow{CB}=(8-c;4). \end{cases}$

Tam giác ABC vuông tại C nên $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=0\Leftrightarrow(-2-c)\cdot(8-c)+4\cdot 4=0$

$\Leftrightarrow c^2-6c=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=6\Rightarrow C(6;0) \\ c=0\Rightarrow C(0;0). \end{array}\right.$

Chọn đáp án (B) □

Câu 62. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;2)$ và $B(-3;1)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc trục tung sao cho tam giác ABC vuông tại A.

A. $C(0;6)$. **B.** $C(5;0)$. **C.** $C(3;1)$. **D.** $C(0;-6)$.

Lời giải.

Ta có $C \in Oy$ nên $C(0;c)$ và $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-4;-1) \\ \overrightarrow{AC} = (-1;c-2) \end{cases}$.

Tam giác ABC vuông tạiA nên $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow (-4) \cdot (-1) + (-1)(c-2) = 0 \Leftrightarrow c = 6$.

Vậy $C(0;6)$.

Chọn đáp án A □

Câu 63. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(4;0), B(5;0)$ và $C(3;0)$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

A. $M(2;0)$. **B.** $M(2;0)$. **C.** $M(4;0)$. **D.** $M(5;0)$.

Lời giải.

Ta có $M \in Ox$ nên $M(x;0)$ và $\begin{cases} \overrightarrow{MA} = (-4-x;0) \\ \overrightarrow{MB} = (-5-x;0) \\ \overrightarrow{MC} = (3-x;0) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = (-6-3x;0)$.

Do $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ nên$-6-3x = 0 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow M(-2;0)$.

Chọn đáp án A □

Câu 64. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $M(2;2)$ và $N(1;1)$. Tìm tọa độ điểm P thuộc trục hoành sao cho ba điểm M, N, P thẳng hàng.

A. $P(0;4)$. **B.** $P(0;4)$. **C.** $P(4;0)$. **D.** $P(4;0)$.

Lời giải.

Ta có $P \in Ox$ nên $P(x;0)$ và $\begin{cases} \overrightarrow{MP} = (x+2;-2) \\ \overrightarrow{MN} = (3;-1). \end{cases}$

Do M, N, P thẳng hàng nên $\dfrac{x+2}{3} = \dfrac{-2}{-1} \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow P(4;0)$.

Chọn đáp án D □

Câu 65. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm điểm M thuộc trục hoành để khoảng cách từ đó đến điểm $N(-1;4)$ bằng $2\sqrt{5}$.

A. $M(1;0)$. **B.** $M(1;0)$, $M(-3;0)$. **C.** $M(3;0)$. **D.** $M(1;0)$, $M(3;0)$.

Lời giải.

Ta có $M \in Ox$ nên $M(m;0)$ và $\overrightarrow{MN} = (-1-m;4)$.

Theo giả thiết: $MN = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{MN}\right| = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{(-1-m)^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow (1+m)^2 + 16 = 20 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \Rightarrow M(1;0) \\ m = -3 \Rightarrow M(-3;0). \end{array}\right.$

Chọn đáp án B □

Câu 66. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;3)$ và $B(4;2)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc trục hoành sao cho C cách đều hai điểm A và B.

A. $C\left(-\dfrac{5}{3};0\right)$. **B.** $C\left(\dfrac{5}{3};0\right)$. **C.** $C\left(-\dfrac{3}{5};0\right)$. **D.** $C\left(\dfrac{3}{5};0\right)$.

Lời giải.

Ta có $C \in Ox$ nên $C(x;0)$ và $\begin{cases} \overrightarrow{AC} = (x-1;-3) \\ \overrightarrow{BC} = (x-4;-2) \end{cases}$.

Do $CA = CB \Leftrightarrow CA^2 = CB^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (-3)^2 = (x-4)^2 + (-2)^2 \Leftrightarrow x = \dfrac{5}{3} \Rightarrow C\left(\dfrac{5}{3};0\right)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 67. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;2), B(5;-2)$. Tìm điểm M thuộc trục hoàng sao cho $\widehat{AMB} = 90°$.

A. $M(0;1)$. **B.** $M(6;0)$. **C.** $M(1;6)$. **D.** $M(0;6)$.

Lời giải.

Ta có $M \in Ox$ nên $M(m;0)$ và $\begin{cases} \overrightarrow{AM} = (m-2;-2) \\ \overrightarrow{BM} = (m-5;2) \end{cases}$. Vì $\widehat{AMB} = 90°$ suy ra $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$ nên

$(m-2)(m-5) + (-2)\cdot 2 = 0. \Leftrightarrow m^2 - 7m + 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 6 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} M(1;0) \\ M(6;0) \end{array}\right.$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 68. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;-1)$ và $B(3;2)$. Tìm M thuộc trục tung sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.

A. $M(0;1)$. **B.** $M(0;-1)$. **C.** $M\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $M\left(0;-\dfrac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Ta có $M \in Oy$ nên $M(0;m)$ và $\begin{cases} \overrightarrow{MA} = (1;-1-m) \\ \overrightarrow{MB} = (3;2-m) \end{cases}$.

Khi đó $MA^2 + MB^2 = \left|\overrightarrow{MA}\right|^2 + \left|\overrightarrow{MB}\right|^2 = 1^2 + (-1-m)^2 + 3^2 + (2-m)^2 = 2m^2 - 2m + 15$.

$= 2(m - \dfrac{1}{2})^2 + \dfrac{29}{2} \geq \dfrac{29}{2}; \forall m \in \mathbb{R}$.

Suy ra $\min\{MA^2 + MB^2\} = \dfrac{29}{2}$.

Dấu $''=''$ xảy ra khi và chỉ khi $m = \dfrac{1}{2} \Rightarrow M\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 69. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ biết $A(-2;0)$, $B(2;5)$, $C(6;2)$. Tìm tọa độ điểm D.

A. $D(2;-3)$. **B.** $D(2;3)$. **C.** $D(-2;-3)$. **D.** $D(-2;3)$.

Lời giải.

Gọi $D(x;y)$ Ta có $\overrightarrow{AD} = (x+2;y)$ và $\overrightarrow{BC} = (4;-3)$.

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} x+2 = 4 \\ y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow D(2;-3)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 70. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;3)$, $B(-2;4)$, $C(5;3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác đã cho.

A. $G(2;\dfrac{10}{3})$. **B.** $G(\dfrac{8}{3};-\dfrac{10}{3})$. **C.** $G(2;5)$. **D.** $G(\dfrac{4}{3};\dfrac{10}{3})$.

Lời giải.

Tọa độ trọng tâm $G(x_G;y_G)$ là $\begin{cases} x_G=\dfrac{1-2+5}{3}=\dfrac{4}{3} \\ y_G=\dfrac{3+4+3}{3}=\dfrac{10}{3} \end{cases}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 71. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(-4;1)$, $B(2;4)$, $C(2;-2)$. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác đã cho.

A. $I\left(\frac{1}{4};1\right)$. **B.** $I\left(-\frac{1}{4};1\right)$. **C.** $I\left(1;\frac{1}{4}\right)$. **D.** $I\left(1;-\frac{1}{4}\right)$.

Lời giải.

Gọi $I(x;y)$. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AI}=(x+4;y-1) \\ \overrightarrow{BI}=(x-2;y-4) \\ \overrightarrow{CI}=(x-2;y+2) \end{cases}$.

Do I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên

$$\begin{aligned} IA=IB=IC &\Leftrightarrow \begin{cases} IA^2=IB^2 \\ IB^2=Ic^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (x+4)^2+(y-1)^2=(x-2)^2+(y-4)^2 \\ (x-2)^2+(y-4)^2=(x-2)^2+(y+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+4)^2=(x-2)^2+9 \\ y=1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{1}{4} \\ y=1. \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 72. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(-3;0)$, $B(3;0)$ và $C(2;6)$. Gọi $H(a;b)$ là tọa độ trực tâm của tam giác đã cho. Tính $a+6b$.

A. $a+6b=5$. **B.** $a+6b=6$. **C.** $a+6b=7$. **D.** $a+6b=8$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AH}=(a+3;b) \\ \overrightarrow{BC}=(-1;6) \\ \overrightarrow{BH}=(a-3;b) \\ \overrightarrow{AC}=(5;6) \end{cases}$.

Từ giả thiết, ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC}=0 \\ \overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{AC}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+3)\cdot(-1)+b.6=0 \\ (a-3)\cdot 5+b.6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=\dfrac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow a+6b=7.$

Chọn đáp án (C) □

Câu 73. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(4;3)$, $B(2;7)$ và $C(-3;-8)$. Tìm toạ độ chân đường cao A' kẻ từ đỉnh A xuống cạnh BC.

A. $A'(1;-4)$. **B.** $A'(-1;4)$. **C.** $A'(1;4)$. **D.** $A'(4;1)$.

Lời giải.

Gọi $A'(x;y)$. Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AA'}=(x-4;y-3)\\ \overrightarrow{BC}=(-5;-15)\\ \overrightarrow{BA'}=(x-2;y-7)\end{cases}$.

Từ giả thiết, ta có $\begin{cases}AA'\perp BC\\ B,A',C \text{ thẳng hàng}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AA'}\cdot\overrightarrow{BC}=0 \quad (1)\\ \overrightarrow{BA'}=k\overrightarrow{BC} \quad (2)\end{cases}$

- $(1)\Leftrightarrow -5(x-4)-15(y-3)=0\Leftrightarrow x+3y=13$.
- $(2)\Leftrightarrow \dfrac{x-2}{-5}=\dfrac{y-7}{-15}\Leftrightarrow 3x-y=-1$.

Giải hệ $\begin{cases}x+3y=13\\ 3x-y=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=4\end{cases}\Rightarrow A'(1;4)$.

Chọn đáp án C □

Câu 74. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;4)$, $B(-3;1)$, $C(3;-1)$. Tìm tọa độ chân đường cao A' vẽ từ đỉnh A của tam giác đã cho.

A. $A'(\frac{3}{5};\frac{1}{5})$. **B.** $A'(-\frac{3}{5};-\frac{1}{5})$. **C.** $A'(-\frac{3}{5};\frac{1}{5})$. **D.** $A'(\frac{3}{5};-\frac{1}{5})$.

Lời giải.

Gọi $A'(x;y)$ Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AA'}=(x-2;y-4)\\ \overrightarrow{BC}=(6;-2)\\ \overrightarrow{BA'}=(x+3;y-1)\end{cases}$.

Vì A' là chân đường cao vẽ từ đỉnh A của tam giác ABC nên

$$\begin{cases}AA'\perp BC\\ B,C,A' \text{ thẳng hàng}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AA'}\cdot\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{BA'}=k\overrightarrow{BC}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(x-2)\cdot 6+(y-4)\cdot(-2)=0\\ \dfrac{x+3}{6}=\dfrac{y-1}{-2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6x-2y=4\\ -2x-6y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{3}{5}\\ y=-\dfrac{1}{5}.\end{cases}$$

Chọn đáp án D □

Câu 75. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(-3;-2)$, $B(3;6)$ và $C(11;0)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

A. $D(5;-8)$. . **B.** $D(8;5)$. **C.** $D(-5;8)$. **D.** $D(-8;5)$.

Lời giải.

Dễ dàng kiểm tra $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=0\Rightarrow\widehat{ABC}=90^\circ$

Gọi I là tâm của hình vuông $ABCD$. Suy ra I là trung điểm của $AC\Rightarrow I(4;-1)$.

Gọi $D(x;y)$, do I cũng là trung điểm của $BD\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{x+3}{2}=4\\ \dfrac{y+6}{2}=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=5\\ y=-8\end{cases}\Rightarrow D(5;-8)$.

Chọn đáp án A □

Câu 76. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;4)$ và $B(1;1)$. Tìm tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC vuông cân tại B

A. $C(4;0)$. **B.** $C(-2;2)$. **C.** $C(4;0), C(-2;2)$. **D.** $C(2;0)$.

Lời giải.

Gọi $C(x;y)$. Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{BA}=(1;3)\\ \overrightarrow{BC}=(x-1;y-1)\end{cases}$.

Tam giác ABC vuông cân tại B

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=0\\ BA=BC\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}1\cdot(x-1)+3\cdot(y-1)=0\\ 1^2+3^2=(x-1)^2+(y-1)^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x=4-3y\\ 10y^2-20y=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=0\\ x=4\end{cases} \text{ hay } \begin{cases}y=2\\ x=-2.\end{cases}$$

Chọn đáp án C □

Câu 77. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có $A(1;-1)$ và $B(3;0)$. Tìm tọa độ điểm D, biết D có tung độ âm.

A. $D(0;-1)$. **B.** $D(2;-3)$. **C.** $D(2;-3), D(0;1)$. **D.** $D(-2;-3)$.

Lời giải.

Gọi $C=(x;y)$ Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(2;1)\\ \overrightarrow{BC}=(x-3;y)\end{cases}$.

Vì $ABCD$ là hình vuông nên ta có

$$\begin{cases}\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{BC}\\ AB=BC\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2(x-3)+1.y=0\\ (x-3)^2+y^2=5\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}y=2(3-x)\\ 5(x-3)^2=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=2(3-x)\\ (x-3)^2=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=4\\ y=-2\end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases}x=2\\ y=2.\end{cases}$$

Với $C_1(4;-2)$ ta tính được đỉnh $D_1(2;-3)$: thỏa mãn.

Với $C_2(2;2)$ ta tính được đỉnh $D_2(0;1)$: không thỏa mãn.

Chọn đáp án B □

Câu 78. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho bốn điểm $A(1;2)$, $B(-1;3)$, $C(-2;-1)$ và $D(0;-2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $ABCD$ là hình vuông. **B.** $ABCD$ là hình chữ nhật.

C. $ABCD$ là hình thoi. **D.** $ABCD$ là hình bình hành.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(-2;1)\\ \overrightarrow{BC}=(-1;-4)\\ \overrightarrow{DC}=(-2;1)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\\ \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=-2\neq 0\end{cases} \Rightarrow ABCD$ là hình hình hành.

Chọn đáp án D □

Câu 79. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác OAB với $A(1;3)$ và $B(4;2)$. Tìm tọa độ điểm E là chân đường phân giác trong góc O của tam giác OAB

A. $E=(\frac{5}{2};\frac{5}{2})$. **B.** $E=(\frac{3}{2};-\frac{1}{2})$.

C. $E=(-2+3\sqrt{2};4+\sqrt{2})$. **D.** $E=(-2+3\sqrt{2};4-\sqrt{2})$.

Lời giải.

Theo tính chất đường phân giác của tam giác ta có $\dfrac{EA}{EB}=\dfrac{OA}{OB}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Vì E nằm giữa hai điểm A,B nên $\overrightarrow{EA}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\overrightarrow{EB}$. $(*)$

Gọi $E(x;y)$. Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{EA}=(1-x;3-y)\\ \overrightarrow{EB}=(4-x;2-y)\end{cases}$.

Từ $(*)$, suy ra $\begin{cases}1-x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}(4-x)\\ 3-y=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}(2-y)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2+3\sqrt{2}\\ y=4-\sqrt{2}.\end{cases}$

Chọn đáp án (D) □

Câu 80. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(2;0),B(0;2)$ và $C(0;7)$. Tìm tọa độ đỉnh thứ tư D của hình thang cân $ABCD$.

A. $D(7;0)$. **B.** $D(7;0)$, $D(2;9)$. **C.** $D(0;7)$, $D(9;2)$. **D.** $D(9;2)$.

Lời giải.

Để tứ giác $ABCD$ là hình thang cân, ta cần có một cặp cạnh đối song song không bằng nhau và cặp cạnh còn lại có độ dài bằng nhau. Gọi $D(x;y)$,

- Trường hợp 1: Với $k\neq -1$, ta có

$$\begin{cases}AB\parallel CD\\ AB\neq CD\end{cases}\Leftrightarrow\overrightarrow{CD}=k\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow(x-0;y-7)=(-2k;2k)\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2k\\ y=2k+7\end{cases}\quad(1)$$

Ta có

$$\begin{cases}\overrightarrow{AD}=(x-2;y)\Rightarrow AD=\sqrt{(x-2)^2+y^2}\\ \overrightarrow{BC}=(0;5)\Rightarrow BC=5\end{cases}\Rightarrow AD=BC\Leftrightarrow(x-2)^2+y^2=25\quad(2)$$

Từ (1) và (2), ta có $(-2k-2)^2+(2k+7)^2=25\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}k=-1(\text{ loại})\\ k=-\dfrac{7}{2}\end{array}\right.\Rightarrow D(7;0)$.

- Trường hợp 2: $\begin{cases}AD\parallel BC\\ AD\neq BC.\end{cases}$

Làm tương tự ta được $D=(2;9)$.

Vậy $D(7;0)$ hoặc $D(2;9)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 81. Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

A. $\dfrac{3a^2}{2}$. **B.** $\dfrac{5a^2}{2}$. **C.** $\dfrac{a^2}{2}$. **D.** $-\dfrac{a^2}{2}$.

Lời giải.

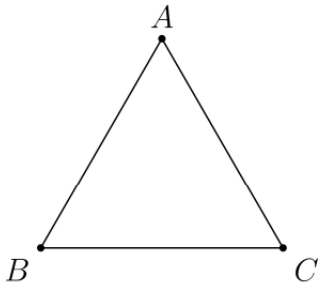
Ta có $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=AB\cdot AC\cdot\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=a^2\cos 60^\circ=\dfrac{a^2}{2}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 82. Cho tam giác đều ABC cạnh bằng 2. Hỏi mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}=-2$.
B. $\left(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AC}\right)\cdot\overrightarrow{BA}=4$.
C. $\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right)\cdot\overrightarrow{AC}=-4$.
D. $\left(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}\right)\cdot\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BC}$.

Lời giải.



- $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}=BC\cdot CA\cdot\cos\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CA}\right)=2\cdot2\cdot\cos120^\circ=-2$.
- $\left(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AC}\right)\cdot\overrightarrow{BA}=\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}\right)\cdot\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BA}=BA^2=4$.
- $\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right)\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AC}=AC^2=4$.
- $\left(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}\right)\cdot\overrightarrow{BC}=AB\cdot AC\cdot\cos60^\circ\cdot\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BC}$.

Chọn đáp án C □

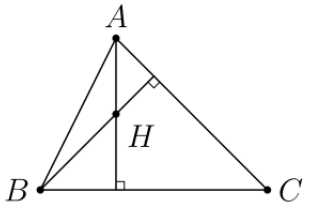
Câu 83. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(-3;0)$, $B(3;0)$ và $C(2;6)$. Gọi $H(a;b)$ là trực tâm của tam giác ABC. Tính $6ab$.

A. 10. **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** 60. **D.** 6.

Lời giải.

- $\overrightarrow{AH}=(a+3;b)$, $\overrightarrow{BC}=(-1;6)$, $\overrightarrow{BH}=(a-3;b)$, $\overrightarrow{AC}=(5;6)$.
- H là trực tâm tam giác $ABC\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AH}\perp\overrightarrow{BC}\\ \overrightarrow{BH}\perp\overrightarrow{AC}\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{AC}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(a+3)\cdot(-1)+b\cdot6=0\\ (a-3)\cdot5+b\cdot6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\ b=\dfrac{5}{6}.\end{cases}$$



- Khi đó $6ab=10$.

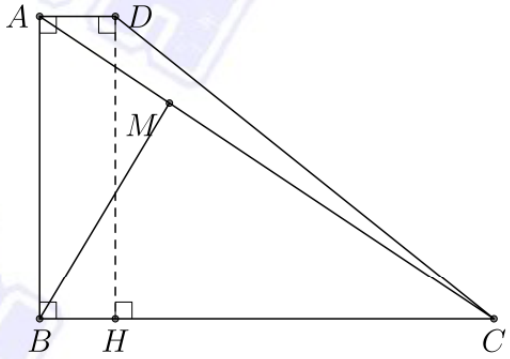
Chọn đáp án A □

Câu 84. Cho hình thang vuông $ABCD$ với đường cao $AB=2a$, các cạnh đáy $AD=a$ và $BC=3a$. Gọi M là điểm trên đoạn AC sao cho $\overrightarrow{AM}=k\cdot\overrightarrow{AC}$. Tìm k để $BM\perp CD$.

A. $\dfrac{4}{9}$. **B.** $\dfrac{3}{7}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{2}{5}$.

Lời giải.

Hạ $DH\perp BC$ dễ thấy $ABHD$ là hình chữ nhật và $BH=a$.



Từ giả thiết

$$\begin{aligned}&\overrightarrow{AM}=k\cdot\overrightarrow{AC}\\ \Leftrightarrow\ &\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}=k\cdot\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right)\\ \Leftrightarrow\ &\overrightarrow{BM}=(k-1)\cdot\overrightarrow{AB}+k\cdot\overrightarrow{BC}.\end{aligned}$$

Mặt khác $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DH}+\overrightarrow{HC}$.

Theo chứng minh trên ta có $\overrightarrow{DH}=\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{HC}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. Nên $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

Để $BM\perp CD$ khi và chỉ khi $\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{DC}=0\quad(*)$.

Do giả thiết ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ nên

$$\begin{aligned}(*) &\Leftrightarrow \left((k-1)\cdot\overrightarrow{AB} + k\cdot\overrightarrow{BC}\right)\cdot\left(\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}\right) = 0\\ &\Leftrightarrow (k-1)\cdot\overrightarrow{AB}^2 + \frac{2k}{3}\cdot\overrightarrow{BC}^2 = 0\\ &\Leftrightarrow 4(k-1)\cdot a^2 + 9\cdot\frac{2k}{3}\cdot\vec{a}^2 = 0\\ &\Leftrightarrow 4k - 4 + 6k = 0 \Leftrightarrow k = \frac{2}{5}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 85. Cho hai vectơ $\vec{a} = (4;3)$, $\vec{b} = (-1;-7)$. Tính góc giữa hai vectơ đó.

A. $135°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Lời giải.

Ta có $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|} = \dfrac{4\cdot(-1)+3\cdot(-7)}{\sqrt{4^2+3^2}\cdot\sqrt{(-1)^2+(-7)^2}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \left(\vec{a},\vec{b}\right) = 135°$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 86. Cho hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 4$; $\left|\vec{b}\right| = 3$; $\left|\vec{a} - \vec{b}\right| = 4$. Gọi α là góc giữa hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$. Chọn phát biểu **đúng**.

A. $\alpha = 60°$. **B.** $\alpha = 30°$. **C.** $\cos\alpha = \dfrac{1}{3}$. **D.** $\cos\alpha = \dfrac{3}{8}$.

Lời giải.

Ta có $\left|\vec{a} - \vec{b}\right| = 4 \Rightarrow \left|\vec{a} - \vec{b}\right|^2 = 16 \Rightarrow 2\vec{a}\cdot\vec{b} = (\vec{a})^2 + \left(\vec{b}\right)^2 - 16 = |\vec{a}|^2 + \left|\vec{b}\right|^2 - 16 = 9$.

Khi đó $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot\left|\vec{b}\right|} = \dfrac{3}{8}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 87. Cho tam giác ABC có $AB = 5$, $AC = 8$, $BC = 7$. Tính $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

A. -20. **B.** 40. **C.** 10. **D.** 20.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}&\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\\ \Leftrightarrow\ &\overrightarrow{BC}^2 = (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})^2\\ \Leftrightarrow\ &BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}\\ \Leftrightarrow\ &\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2} = 20.\end{aligned}$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 88. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (-1;1)$ và $\vec{b} = (2;0)$. Tính cô-sin của góc giữa hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = -\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$. **D.** $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

$\cos\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot \left|\vec{b}\right|} = \dfrac{-1 \cdot 2 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{2^2 + 0^2}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 89. Gọi G là trọng tâm tam giác đều ABC có cạnh bằng a. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \dfrac{1}{2}a^2$. **B.** $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = -\dfrac{1}{2}a^2$. **C.** $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} = \dfrac{a^2}{6}$. **D.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = \dfrac{1}{2}a^2$.

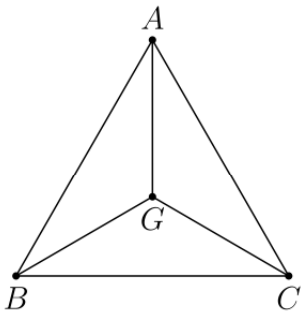
Lời giải.

Vì $\triangle ABC$ đều nên $\widehat{BAC} = 60°$, $\widehat{AGB} = 120°$, $\widehat{BAG} = 30°$,

$GA = GB = GC = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy suy ra

- $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a \cdot a \cdot \cos 60° = \dfrac{1}{2}a^2$.
- $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = a \cdot a \cdot \cos 120° = -\dfrac{1}{2}a^2$.
- $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \cos 120° = -\dfrac{a^2}{6}$
- $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG} = a \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \cos 30° = \dfrac{1}{2}a^2$.



Do đó mệnh đề sai là $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} = \dfrac{a^2}{6}$.

Chọn đáp án (C) □

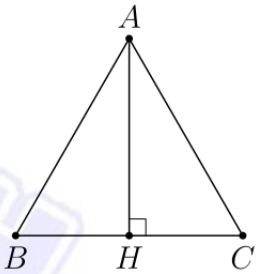
Câu 90. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a và chiều cao AH. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$. **B.** $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{HA}\right) = 150°$. **C.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \dfrac{a^2}{2}$. **D.** $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = \dfrac{a^2}{2}$.

Lời giải.

Vì tam giác ABC đều có chiều cao AH nên ta có

- $AH \perp BC \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.
- $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{HA}\right) = 180° - \widehat{BAH} = 180° - 30° = 150°$.
- $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos A = a \cdot a \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{a^2}{2}$.
- $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = AC \cdot CB \cdot \cos(180° - \widehat{C}) = a \cdot a \cdot \dfrac{-1}{2} = -\dfrac{a^2}{2}$.



Chọn đáp án (D) □

Câu 91. Điều kiện cần và đủ để tích vô hướng $\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right) \overrightarrow{AB} = 0$ khi ba điểm O, A, B không thẳng hàng là

A. tam giác OAB đều. **B.** tam giác OAB cân tại O.

C. tam giác OAB vuông tại O. **D.** tam giác OAB vuông cân tại O.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB. Khi đó $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OI}$.

Vậy $\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right) \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow 2\overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{OI} \perp \overrightarrow{AB}$ hay $\triangle OAB$ cân tại O.

Chọn đáp án (B) □

Câu 92. Cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 8$ và $BD = 6$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

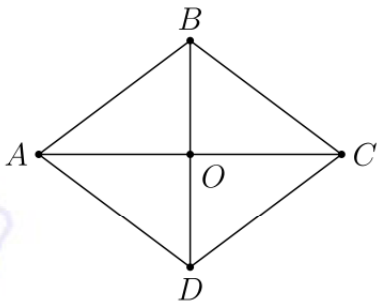
A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 24$. **B.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 26$. **C.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 28$. **D.** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 32$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình thoi $ABCD$.

Khi đó $AO = 4$, $BO = 3$ và $AB = 5$.

Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = 5 \cdot 8 \cdot \dfrac{4}{5} = 32$.



Chọn đáp án (D) □

Câu 93. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (-3; 2)$ và $\vec{b} = (-1; -7)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\vec{c}$ biết $\vec{c} \cdot \vec{a} = 9$ và $\vec{c} \cdot \vec{b} = -20$.

A. $\vec{c} = (-1; -3)$. **B.** $\vec{c} = (-1; 3)$. **C.** $\vec{c} = (1; -3)$. **D.** $\vec{c} = (1; 3)$.

Lời giải.

Gọi tọa độ của $\vec{c}$ là $(m; n)$.

Vì $\vec{c} \cdot \vec{a} = 9$ và $\vec{c} \cdot \vec{b} = -20 \Rightarrow \begin{cases} -3m + 2n = 9 \\ -m - 7n = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n = 3. \end{cases}$

Chọn đáp án (B) □

Câu 94. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(6; 0)$, $B(3; 1)$ và $C(-1; -1)$. Tính số đo góc B của tam giác đã cho.

A. $15°$. **B.** $60°$. **C.** $120°$. **D.** $135°$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BA} = (3; -1)$ và $\overrightarrow{BC} = (-4; -2)$.

Suy ra $\cos B = \cos\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right) = \dfrac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{\left|\overrightarrow{BA}\right| \cdot \left|\overrightarrow{BC}\right|} = \dfrac{3 \cdot (-4) + (-1) \cdot (-2)}{\sqrt{3^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

$\Rightarrow \widehat{B} = 135°$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 95. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(-4; 1)$, $B(2; 4)$, $C(2; -2)$. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác đã cho.

A. $I\left(\dfrac{1}{4}; 1\right)$. **B.** $I\left(-\dfrac{1}{4}; 1\right)$. **C.** $I\left(1; \dfrac{1}{4}\right)$. **D.** $I\left(1; -\dfrac{1}{4}\right)$.

Lời giải.

Ta có $M(2; 1)$ là trung điểm của BC, $N\left(-1; \dfrac{5}{2}\right)$ là trung điểm của AB.

Vậy $I(m; n)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{IN} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2 - a)(2 - 2) + (1 - b)(-2 - 4) = 0 \\ (-1 - a)(2 + 4) + \left(\dfrac{5}{2} - b\right)(4 - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{1}{4} \\ b = 1. \end{cases}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 96. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(-3;0)$, $B(3;0)$ và $C(2;6)$. Gọi $H(a;b)$ là tọa độ trực tâm của tam giác đã cho. Tính $a+6b$.

A. $a+6b=5$. **B.** $a+6b=6$. **C.** $a+6b=7$. **D.** $a+6b=8$.

Lời giải.

$H(a;b)$ là trực tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi

$$\begin{cases}\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{AC}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(a+3)(2-3)+(b-0)(6-0)=0\\ (a-3)(2+3)+(b-0)(6-0)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\ b=\dfrac{5}{6}.\end{cases}$$

Vậy $a+6b=2+6\cdot\dfrac{5}{6}=7$.

Chọn đáp án C □

Câu 97. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(4;3)$, $B(2;7)$ và $C(-3;-8)$. Tìm tọa độ chân đường cao A' kẻ từ đỉnh A xuống cạnh BC.

A. $A'(1;-4)$. **B.** $A'(-1;4)$. **C.** $A'(1;4)$. **D.** $A'(4;1)$.

Lời giải.

Vì $A'\in BC$ nên $\overrightarrow{BA'}=k\overrightarrow{BC}\Leftrightarrow\begin{cases}x_{A'}-2=-5k\\ y_{A'}-7=-15k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_{A'}=2-5k\\ y_{A'}=7-15k\end{cases}$.

Vậy A' là chân đường cao kẻ từ đỉnh A xuống cạnh BC khi và chỉ khi
$\overrightarrow{AA'}\cdot\overrightarrow{BC}=0\Leftrightarrow(-2-5k)\cdot(-5)+(4-15k)\cdot(-15)=0\Leftrightarrow k=\dfrac{1}{5}$.

Suy ra tọa độ của A' là $(1;4)$.

Chọn đáp án C □

Câu 98. Phương tích của điểm $M(1;2)$ đối với đường tròn $(\mathscr{C})$ tâm $I(-2;1)$, bán kính $R=2$ là

A. 6. **B.** 8. **C.** 0. **D.** -5.

Lời giải.

$\mathscr{P}_{M/(I)}=MI^2-R^2=(-3)^2+(-1)^2-2^2=6$.

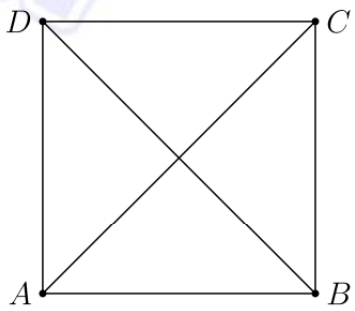
Chọn đáp án A □

Câu 99. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a. Tính $P=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BA}\right)$.

A. $P=2\sqrt{2}a$. **B.** $P=2a^2$. **C.** $P=a^2$. **D.** $P=-2a^2$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}P&=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BA}\right)\\ &=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)\left(\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BD}\right)\\ &=2\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)\overrightarrow{BD}\\ &=2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BD}+2\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}\\ &=2a\cdot a\sqrt{2}\cdot\cos 135^\circ+0=-2a^2.\end{aligned}$$



Chọn đáp án D □

Câu 100. Cho tam giác ABC. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA}\left(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)=0$ là

A. một điểm. **B**. đường thẳng. **C**. đoạn thẳng. **D**. đường tròn.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm BC. Khi đó $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MI}$.

Vậy $\overrightarrow{MA}\left(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)=0 \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MI}=\vec{0} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\overrightarrow{MA}=\vec{0}\\ \overrightarrow{MI}=\vec{0}\\ \overrightarrow{MA}\perp\overrightarrow{MI}.\end{array}\right.$

$\Rightarrow M$ nằm trên đường tròn đường kính AI.

Chọn đáp án (D) □

ĐÁP ÁN

51. D	52. B	53. B	54. C	55. C	56. C	57. C	58. D	59. C	60. B
61. B	62. A	63. A	64. D	65. B	66. B	67. B	68. C	69. A	70. D
71. B	72. C	73. C	74. D	75. A	76. C	77. B	78. D	79. D	80. B
81. C	82. C	83. A	84. D	85. A	86. D	87. D	88. B	89. C	90. D
91. B	92. D	93. B	94. D	95. B	96. C	97. C	98. A	99. D	100. D