

ÔN TẬP CHƯƠNG I

Câu 1. Cho hàm $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = (-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$.

Ta có $y' = \frac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+5}} > 0, \forall x \in (5; +\infty)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.
C. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

$y' = \frac{5}{(x+3)^2} > 0, \forall x \in D$.

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-3; +\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	3	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; -1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ta có $y' < 0, \forall x \in (-\infty; -1)$ và $(0; 3)$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 3)$.

Câu 4. Hàm số $y = x^3 - 2(m+1)x^2 + x - 2m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Khi đó giá trị nguyên của m thuộc vào tập hợp nào sau đây?

- A. $\{-2; -1; 0; 1\}$. B. $\{-1\}$. C. $\emptyset$. D. $\{-1; 0\}$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số: $y = x^3 - 2(m+1)x^2 + x - 2m$ có:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 4(m+1)x + 1;$$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 16m^2 + 32m + 4 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-2 - \sqrt{3}}{2} \leq m \leq \frac{-2 + \sqrt{3}}{2}$

$$\xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = -1.$$

Câu 5. Hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định. Khi đó giá trị của m là tập hợp nào sau đây?

- A. $(-2; 2)$. B. $(-\infty; -2), (2; +\infty)$.
C. $[-2; 2]$. D. $(-\infty; -2], [2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ có:

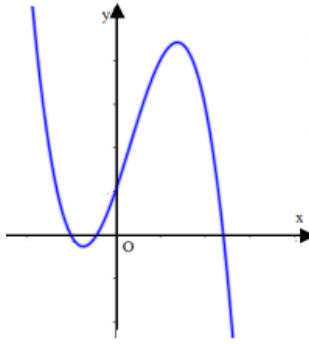
Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

$$y' = \frac{m^2 - 4}{(x+m)^2}.$$

Hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định khi $y' = \frac{m^2 - 4}{(x+m)^2} > 0, (x \neq -m)$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}.$$

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào đúng?



A. $a < 0; b > 0; c > 0; d > 0$.

B. $a < 0; b < 0; c > 0; d > 0$.

C. $a > 0; b < 0; c > 0; d > 0$

D. $a < 0; b > 0; c < 0; d > 0$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta có:

- Nhánh ngoài cùng bên phải đi xuống nên hệ số $a < 0$
- Đồ thị cắt trục tung có tung độ dương nên $d > 0$
- Hai điểm cực trị nằm về hai phía trục tung nên $ac < 0$, suy ra $c > 0$
- Tổng 2 điểm cực trị lớn hơn 0 nên a, b trái dấu, suy ra $b > 0$

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	0	4	$-\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

A. 0.

B. -1.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Quan sát bảng biến thiên nhận thấy: $f'(x)$ đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi đi qua điểm $x = -1$.

Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$; Giá trị cực tiểu là $f(-1) = 0$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y		-1		$+\infty$		$+\infty$
	$-\infty$		$-\infty$		3	

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -1$ và đạt cực tiểu tại điểm $x = 3$.
B. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$ và đạt cực tiểu tại điểm $x = 3$.
 C. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$ và đạt cực đại tại điểm $x = 3$.
 D. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$ và đạt cực đại tại điểm $x = 3$.

Lời giải

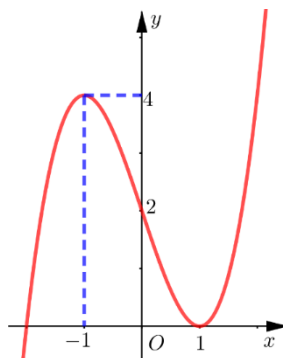
Chọn B

Quan sát bảng biến thiên nhận thấy:

- + $f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi đi qua điểm $x = 1$. Suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.
- + $f'(x)$ đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi đi qua điểm $x = 3$. Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Vậy, mệnh đề B đúng.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:

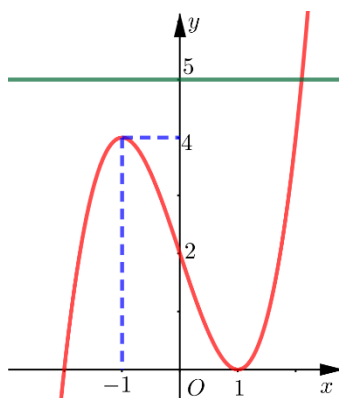


Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) - 5x$ là:

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $y' = f'(x) - 5$; $y = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 5$.

Dựa vào đồ thị, suy ra phương trình $f'(x) = 5$ có nghiệm duy nhất và đó là nghiệm đơn.

Vậy hàm số $y = f(x) - 5x$ có một điểm cực trị.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là.

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Lập bảng biến thiên.

x	$-\infty$	0	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0

Dựa vào Bxd ta có $f'(x)$ đổi dấu 2 lần nên hàm số có 2 cực trị.

Câu 11. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x + 2020$ không có cực trị.

A. $m \leq -1$.

B. $-1 \leq m \leq 2$.

C. $m \geq 2$.

D. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = x^2 - 2mx + (m+2)$.

Hàm số $f(x)$ không có cực trị $\Leftrightarrow f'(x) = 0$ không có nghiệm hoặc có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - (m+2) \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 2.$$

Vậy để hàm không có cực trị thì $-1 \leq m \leq 2$.

Câu 12. Tìm tập giá trị T của hàm số $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{5-x}$.

A. $T = (3; 5)$.

B. $T = [3; 5]$.

C. $T = [\sqrt{2}; 2]$.

D. $T = [0; \sqrt{2}]$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = [3; 5]$. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x-3}} - \frac{1}{2\sqrt{5-x}}$, $y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-3} = \sqrt{5-x} \Leftrightarrow x = 4$

$$y(3) = \sqrt{2}, y(5) = \sqrt{2}, y(4) = 2.$$

x	3	4	5
y'		+	-
y		2	

$\swarrow$ $\sqrt{2}$ $\searrow$ $\sqrt{2}$

Dựa vào BBT ta có tập giá trị của hàm số là $T = [\sqrt{2}; 2]$.

Câu 13. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \sqrt{5-x^2}$ trên đoạn $[-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$.

A. 5.

B. $\sqrt{10}$.

C. 6.

D. Một đáp án khác.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 1 - \frac{x}{\sqrt{5-x^2}}$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{x}{\sqrt{5-x^2}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{5-x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = \pm \sqrt{\frac{5}{2}} \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{5}{2}}.$$

$$\text{Xét } y(-\sqrt{5}) = -\sqrt{5}, y(\sqrt{5}) = \sqrt{5}, y\left(\sqrt{\frac{5}{2}}\right) = \sqrt{10}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng $\sqrt{10}$.

Câu 14. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = 1 + \sqrt{4x-x^2}$

A. 5.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải:

Chọn B

Tập xác định $D = [0; 4]$

$$\text{Ta có } y' = \frac{(4x-x^2)'}{2\sqrt{4x-x^2}} = \frac{4-2x}{2\sqrt{4x-x^2}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Bảng biến thiên:

x	0	2	4
y'		+	-
y	1	3	1

Vậy hàm số đạt giá trị lớn nhất $y = 3$ tại $x = 2$

Câu 15. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \sqrt{10 - x^2}$ bằng.

A. $\sqrt{10}$.

B. $-3\sqrt{10}$.

C. -10 .

D. $3\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hàm số xác định và liên tục trên $[-\sqrt{10}; \sqrt{10}]$

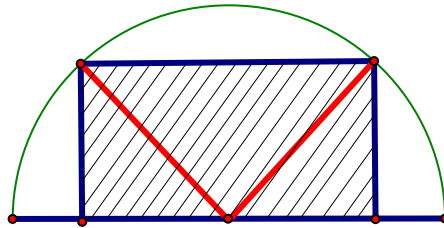
$$y' = 3 - \frac{x}{\sqrt{10 - x^2}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{10 - x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 9(10 - x^2) = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$$

$$f(-\sqrt{10}) = -3\sqrt{10}, \quad f(\sqrt{10}) = 3\sqrt{10}, \quad f(3) = 10.$$

$$\text{Vậy } \min f(x) = -3\sqrt{10}$$

Câu 16. Tính diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của một hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính $R = 6\text{ cm}$ nếu một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của hình tròn mà hình chữ nhật đó nội tiếp.



A. $S_{\max} = 36\pi \text{ cm}^2$.

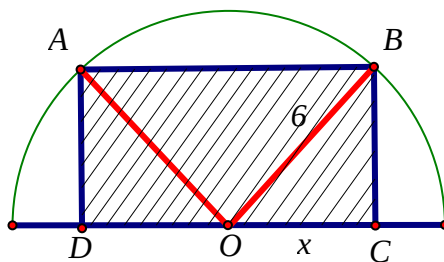
B. $S_{\max} = 36 \text{ cm}^2$.

C. $S_{\max} = 96\pi \text{ cm}^2$.

D. $S_{\max} = 18 \text{ cm}^2$.

Lời giải

Chọn B



Gọi hình chữ nhật cần tính diện tích là $ABCD$ có $OC = x$ ($0 < x < 6$), $OB = 6$.

Khi đó diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ là: $S = AB \cdot BC = 2x\sqrt{36 - x^2} = f(x)$.

Diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $ABCD$ là giá trị lớn nhất của $f(x) = 2x\sqrt{36 - x^2}$ trên $(0; 6)$.

$$f'(x) = 2\sqrt{36 - x^2} - \frac{2x^2}{\sqrt{36 - x^2}} = \frac{-4x^2 + 72}{\sqrt{36 - x^2}}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3\sqrt{2} \in (0; 6) \\ x = -3\sqrt{2} \notin (0; 6) \end{cases}$$

BBT

x	0	$3\sqrt{2}$	6
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$\curvearrowright$	36	$\curvearrowright$

Ta có: $\max_{(0;6)} f(x) = 36$.

Vậy $S_{\max} = 36 \text{ cm}^2$.

Câu 17. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \sqrt{4 - x^2}$.

Tính $M - m$.

- A.** $M - m = 2\sqrt{2}$. **B.** $M - m = 2\sqrt{2} - 2$. **C.** $M - m = 4$. **D.** $M - m = 2\sqrt{2} + 2$.

Lời giải

Chọn D

+Tập xác định của hàm số: $D = [-2; 2]$

$$+ f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}} = \frac{\sqrt{4 - x^2} - x}{\sqrt{4 - x^2}}; x \in (-2; 2)$$

$$+ f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4 - x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}.$$

$$+ f(-2) = -2; f(2) = 2; f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$$

$$+ \text{Suy ra: } M = 2\sqrt{2}; m = -2 \Rightarrow M - m = 2\sqrt{2} + 2.$$

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'		+	+
y			

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

- A.** 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, ta có

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty \text{ nên } x = -2 \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số } y = f(x).$$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ nên $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 2.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	+		-	0	+
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$	

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

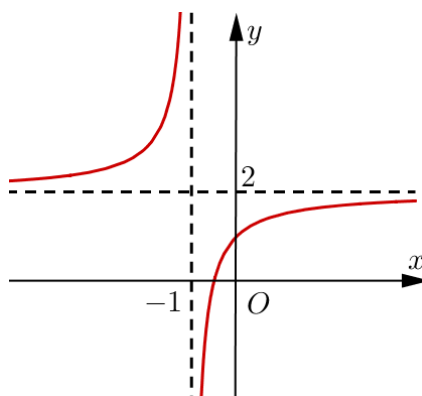
- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Lời giải

Chọn D

Ta có tập xác định $D = \mathbb{R}$, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau



Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$. Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 2$.

Mặt khác: $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = +\infty$. Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$		$-$	0	$+$
y	5	$+\infty$	$+\infty$	3	5

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{f(x) - 2021}$ là:

A. 4.

B. 2.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có phương trình $f(x) = 2021$ có 2 nghiệm phân biệt

Suy ra đồ thị hàm số $y = \frac{2}{f(x) - 2021}$ có 2 đường tiệm cận đứng.

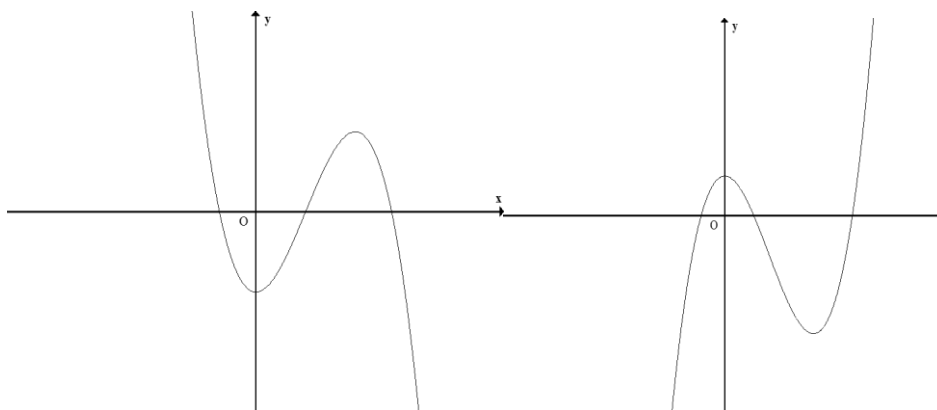
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{2}{5 - 2021} = \frac{-1}{1008}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{2}{5 - 2021} = \frac{-1}{1008}$$

Suy ra đồ thị hàm số $y = \frac{2}{f(x) - 2018}$ có 1 tiệm cận ngang.

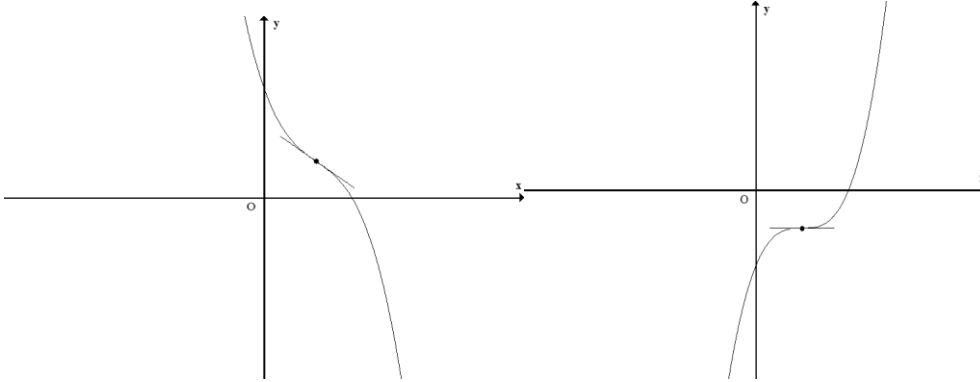
Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{2}{f(x) - 2018}$ có 3 tiệm cận.

Câu 22. Dạng của đồ thị của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a < 0$) trong trường hợp phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt là:



A. Hình 1.

B. Hình 2.



C. Hình 3.

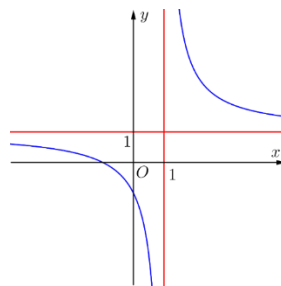
D. Hình 4.

Lời giải

Chọn A

Vì hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a < 0$) trong trường hợp phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt nên đồ thị dạng Hình 1.

Câu 23. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x-1}{2x-2}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{x-1}{-x+1}$.

D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn B

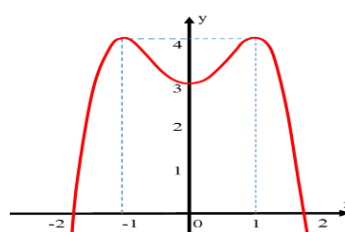
Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng.

Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang.

Đồ thị cắt trục Ox tại điểm có tọa độ là $(-1; 0)$.

Nên đáp B đúng.

Câu 24. Đường cong bên là biểu diễn của đồ thị hàm số nào sau đây?



A. $y = -x^4 + 4x^2 + 3$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 3$. C. $y = -x^3 + 3x + 3$. D. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào đồ thị ta thấy, đây là đồ thị hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$, suy ra C loại.

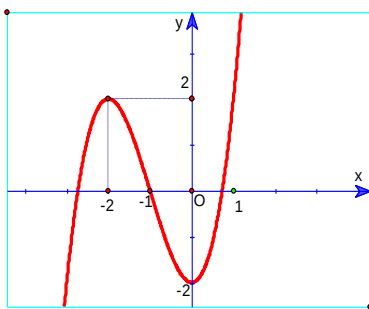
Đồ thị có 2 cực đại và một cực tiểu nên hệ số $a < 0$, suy ra B loại.

Đồ thị hàm số điểm cực trị là $(1; 0) \Leftrightarrow y'(1) = 0$.

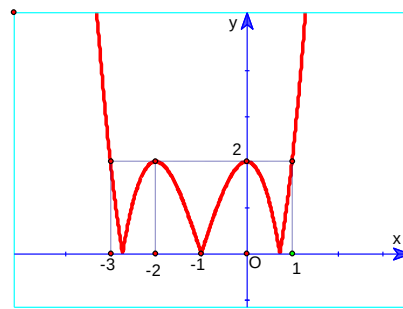
Xét đáp án A: $y'(1) = -4 \cdot (1)^3 + 8 \cdot 1 = 4 \neq 0$, suy ra loại.

Xét đáp án D: $y'(1) = -4 \cdot (1)^3 + 4 \cdot 1 = 0$, suy ra thỏa mãn.

Câu 25. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |x|^3 + 3|x|^2 - 2$. B. $y = |x^3 + 3x^2 - 2|$. C. $y = ||x|^3 + 3x^2 - 2|$. D. $y = -x^3 - 3x^2 + 2$.

Lời giải

Chọn B

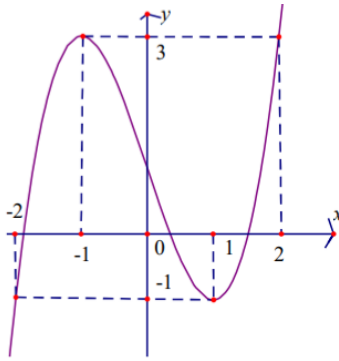
Nhận xét đồ thị Hình 2 gồm:

+ Phần đồ thị Hình 1 nằm phía trên trục Ox .

+ Đối xứng phần đồ thị Hình 1 nằm phía dưới trục Ox qua trục Ox .

$\Rightarrow$ Đồ thị Hình 2 là của hàm số $y = |x^3 + 3x^2 - 2|$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(f(x)) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?



A. 7.

B. 5.

C. 9.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Ta có: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

Đồ thị hàm số qua các điểm $(-1; 3)$ và $(1; -1)$ nên ta có:

$$\begin{cases} -a + b - c + d = 3 \\ a + b + c + d = -1 \end{cases} \quad (1)$$

Hàm số đạt cực đại, cực tiểu tại $x = 1; x = -1$ nên ta có: $\begin{cases} f'(1) = 0 \\ f'(-1) = 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a + 2b + c = 0 \\ 3a - 2b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ c = -3a \end{cases} \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta tìm được $\begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \\ d = 1 \end{cases} \Rightarrow y = f(x) = x^3 - 3x + 1$

$$f(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x^2 + 1 \approx -1,8 \\ x^3 - 3x^2 + 1 \approx 0,2 \\ x^3 - 3x^2 + 1 \approx 1,5 \end{cases} \rightarrow \text{CASIO} \Rightarrow \text{Phương trình } f(f(x)) = 0 \text{ có 7 nghiệm.}$$

Cách 2: Phương trình $f(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = a_1, & a_1 \in (-2; -1) \\ f(x) = a_2, & a_2 \in (0; 1) \\ f(x) = a_3, & a_3 \in (1; 2) \end{cases}$

+) Số nghiệm của phương trình $f(x) = a_1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = a_1$. Vì $a_1 \in (-2; -1)$ nên có 1 giao điểm.

+) Tương tự phương trình $f(x) = a_2$ có 3 nghiệm phân biệt và phương trình $f(x) = a_3$ có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy số nghiệm thực của phương trình $f(f(x)) = 0$ là 7 nghiệm.

Câu 27. Cho đồ thị $(C_m): y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3}$ (m là tham số). Tìm tất cả giá trị của m để đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 15$

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C_m) và trục hoành :

$$\frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3} = 0 \Leftrightarrow (x-1)\left(\frac{1}{3}x^2 + \left(\frac{1}{3}-m\right)x - \frac{2}{3} - m\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ \frac{1}{3}x^2 + \left(\frac{1}{3}-m\right)x - \frac{2}{3} - m = 0 \end{cases}$$

Để (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt thì phương trình $\frac{1}{3}x^2 + \left(\frac{1}{3}-m\right)x - \frac{2}{3} - m = 0$ có hai nghiệm

phân biệt khác 1. Suy ra:
$$\begin{cases} m^2 + \frac{2}{3}m + 1 > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 0.$$

Ta có :

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 15 \Leftrightarrow 1 + (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 > 15 \Leftrightarrow 9m^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$$

Vậy $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$ thì đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2, x_3 thỏa mãn

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 15.$$

Câu 28. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 - m + 3 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

- A.** $-1 \leq m < 3$. **B.** $-1 < m \leq 3$. **C.** $-1 \leq m \leq 3$. **D.** $-1 < m < 3$.

Lời giải:

Chọn D

Ta có $x^3 - 3x^2 - m + 3 = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = m - 3$.

Phương trình này có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $d: y = m - 3$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2$ tại ba điểm phân biệt.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	$\nearrow$		0	$\searrow$		$+\infty$
					-4		
					$\nearrow$		

Phương trình có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -4 < m - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 3$.

Câu 29. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị của hàm số

$y = x^3 + (m+2)x^2 + (m^2 - m - 3)x - m^2$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt?

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải:

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành:

$$x^3 + (m+2)x^2 + (m^2 - m - 3)x - m^2 = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)[x^2 + (m+3)x + m^2] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ g(x) = x^2 + (m+3)x + m^2 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Để đồ thị cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt thì phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt nên phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt và khác 1

$$\begin{cases} \Delta_g > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m^2 + 6m + 9 > 0 \\ m^2 + m + 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 3 \\ \forall m \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 3. \text{ Mà } \mathbb{Z} \text{ nên } m \in \{0; 1; 2\}.$$

Câu 30. Cho hàm số $y = (x-1)(x^2 + mx + 1)$ có đồ thị m . Số các giá trị của m thỏa mãn đồ thị

(C) cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2; x_3$ thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 10$ là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục Ox là

$$(x-1)(x^2+mx+1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ f(x)=x^2+mx+1=0 \end{cases}$$

Khi đó (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi $f(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt và khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ f(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4 > 0 \\ m+2 \neq 0 \end{cases} (*)$.

Cho $x_3=1$ và gọi $x_1; x_2$ là nghiệm của $f(x)=x^2+mx+1=0$. Theo định lý Vi – et ta có $\begin{cases} x_1+x_2=-m \\ x_1 \cdot x_2=1 \end{cases}$.

Theo đề bài ta có $x_1^2+x_2^2+x_3^2=10 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=9 \Leftrightarrow m^2-2=9 \Leftrightarrow m^2=11 \Leftrightarrow m=\pm\sqrt{11}$ (thỏa mãn (*)).

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1		3		$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	4		-2		$+\infty$

Phương trình $f(x)-2=0$ có bao nhiêu nghiệm?

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0 \Leftrightarrow f(x)=2$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=2$.

Theo BBT ta thấy đường thẳng $y=2$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

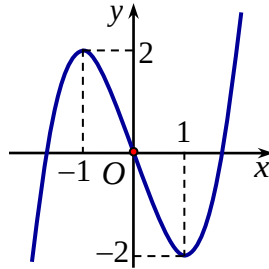
x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-1	$-\infty$	2		$-\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên đã cho, phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-1 < m < 2$ hay $m \in (-1; 2)$ vì lúc đó, đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như vẽ. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có 6 nghiệm phân biệt.



Lời giải

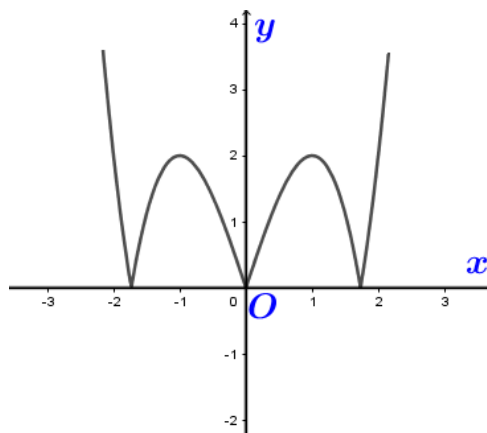
Phương trình $|f(x)| = m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = m$ (song song hoặc trùng trục Ox cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng m).

Ta có: $y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{khi } f(x) < 0 \end{cases}$ suy ra: đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ gồm hai phần:

+ Phần 1: Giữ nguyên đồ thị hàm số $y = f(x)$ phía trên Ox .

+ Phần 2: Lấy đối xứng đồ thị hàm số $y = f(x)$ phía dưới Ox qua trục Ox và xóa bỏ phần đồ thị bên dưới trục Ox .

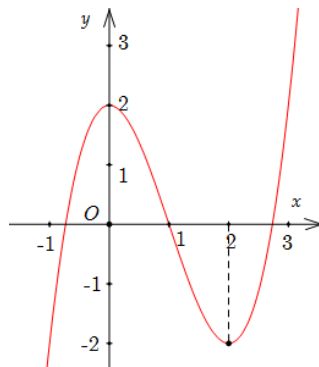
Ta được đồ thị:



Quan sát đồ thị hàm số, ta có: để phương trình $|f(x)| = m$ có 6 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow 0 < m < 2$$

Câu 34. Cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ như hình vẽ.

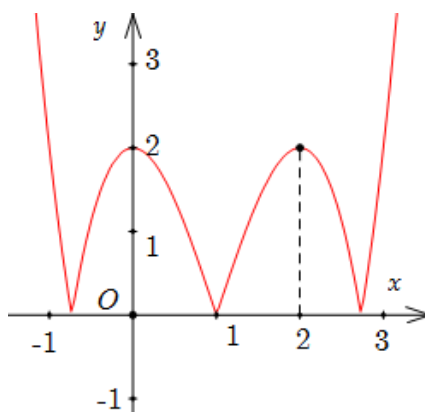


Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để phương trình $|x^3 - 3x^2 + 2| - m = 1$ có 6 nghiệm phân biệt.

Lời giải

Ta có: $|x^3 - 3x^2 + 2| - m = 1 \Leftrightarrow |x^3 - 3x^2 + 2| = m + 1$.

Từ đó ta suy ra đồ thị hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$.



Số nghiệm của phương trình $|x^3 - 3x^2 + 2| - m = 1$ là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + 2|$ và đường thẳng $y = m + 1$.

Nhìn vào đồ thị ta thấy để phương trình có 6 nghiệm cần: $0 < m + 1 < 2 \Leftrightarrow -1 < m < 1$.

Câu 35. Tọa độ giao điểm có hoành độ nhỏ hơn 1 của đường $(C): y = \frac{3x-1}{x-1}$ và đường thẳng

$(d): y = x + 1$ là:

A. $A(0; -1)$

B. $A(0; 1)$

C. $A(-1; 2)$

D. $A(-2; 7)$.

Lời giải

Chọn B

Hoành độ giao điểm của $y = \frac{3x-1}{x-1}$ và $y = x + 1$ là nghiệm phương trình :

$$\frac{3x-1}{x-1} = x+1$$

Với $x \neq 1$ ta được $3x-1 = x^2-1 \Leftrightarrow x^2-3x=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=3 \end{cases}$.

Do tọa độ giao điểm có hoành độ nhỏ hơn 1 nên suy ra $x=0$.

Vậy $A(0;1)$.

Câu 36. Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x + 1$ tại điểm có hoành độ bằng 2 có phương trình là

A. $y = 8x + 15$.

B. $y = 8x - 15$.

C. $y = -8x + 17$.

D. $y = 8x - 16$.

Lời giải

Chọn B

Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 4$. Suy ra: $y'(2) = 8$. Ta có: $y(2) = 1$.

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = 8(x-2) + 1 \Leftrightarrow y = 8x - 15$.

Câu 37. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ có bao nhiêu tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 9x - 16$

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

TXĐ $D = \mathbb{R}$ và $y' = 3x^2 - 3$. Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của đồ thị hàm số và tiếp tuyến.

Khi đó, hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ x_0 là $y'(x_0) = 3x_0^2 - 3$.

Tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 9x - 16$ nên $y'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 3 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = -2 \end{cases}$.

☆ Tại $x_0 = 2, y_0 = 2$ ta có phương trình tiếp tuyến với đồ thị là: $y = 9x - 16$ (loại vì trùng với đường thẳng đề cho).

☆ Tại $x_0 = -2, y_0 = -2$ ta có phương trình tiếp tuyến với đồ thị là: $y = 9x + 16$ (thỏa mãn).

Vậy có 1 tiếp tuyến thỏa yêu cầu đề bài.