

Chuyên đề. 2

HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

VẤN ĐỀ 1.

GÓC

A. PHƯƠNG PHÁP

1. GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Định nghĩa

Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 là góc giữa hai đường thẳng d'_1 và d'_2 cùng đi qua một điểm và lần lượt song song (hoặc trùng) với d_1 và d_2

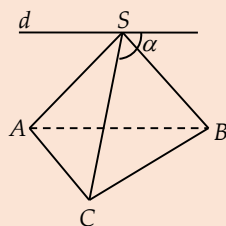
Chú ý

Góc giữa hai đường thẳng không vượt quá 90° .

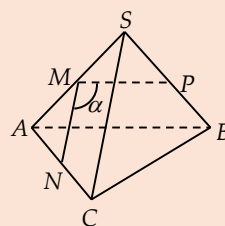
Ví dụ

Cho hình hình chóp $S.ABC$. Xác định góc giữa hai đường thẳng SC và AB .

Giải



Hình 1



Hình 2

Chọn một điểm thích hợp và qua điểm đó, lần lượt vẽ hai đường thẳng song song (hoặc trùng) với SC và AB .

► Cách 1. (Hình 1)

Chọn điểm S và qua điểm đó, vẽ đường thẳng d song song với AB .

Khi đó, $(SC, AB) = (SC, d)$. Chú ý: $(SC, d) = \alpha$ nếu $\alpha \leq 90^\circ$ và $(SC, d) = 180^\circ - \alpha$ nếu $\alpha > 90^\circ$.

► Cách 2. (Hình 2)

Chọn điểm M là trung điểm SA và qua điểm đó, vẽ hai đường thẳng MN và MP ($N \in AC$ và $P \in SB$) lần lượt song song với SC và AB .

Khi đó, $(SC, AB) = (MN, MP)$

△ Nhận xét

Chọn điểm M như cách 2 sẽ thuận lợi hơn trong tính toán.

2. GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

⇌ Định nghĩa

- ▶ Nếu đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) thì góc giữa d và (P) bằng 90° .
- ▶ Nếu đường thẳng d không vuông góc với mặt phẳng (P) thì góc giữa d và (P) là góc giữa d và hình chiếu d' của nó trên (P) .

△ Chú ý

Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng không vượt quá 90° .

🏰 Ví dụ

Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SH \perp (ABCD)$. Xác định góc giữa cạnh bên SA và mặt phẳng $(ABCD)$.

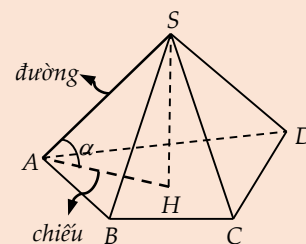
Giải

$$SH \perp (ABCD) \Rightarrow h_{c_{(ABCD)}SA} = AH$$

$$\Rightarrow (SA, (ABCD)) = (SA, AH) = \angle SAH = \alpha$$

🏰 Cách nhớ

Góc giữa đường và mặt là góc giữa đường và chiếu.



3. GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG

⇌ Định nghĩa

Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng đó.

△ Chú ý

Góc giữa hai mặt phẳng không vượt quá 90° .

🏰 Ví dụ

Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SH \perp (ABCD)$. Xác định góc giữa mặt bên (SAB) và đáy.

Giải

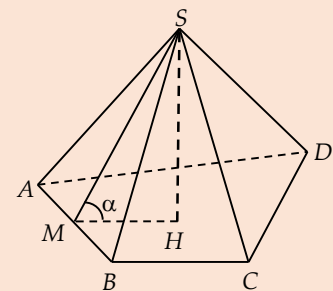
Vẽ HM vuông góc giao tuyến AB tại M

$$\Rightarrow SM \perp AB$$

$$\Rightarrow ((SAB), (ABCD)) = \angle SMH = \alpha$$

🏰 Cách nhớ

Từ chân đường cao H vẽ 1 đường vuông góc với giao tuyến AB .



🌸 Chú ý

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với đáy, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và SD .

Lời giải

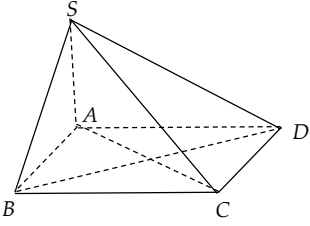
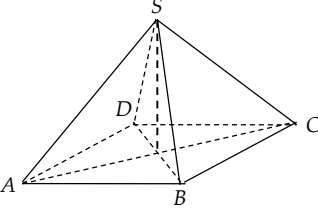
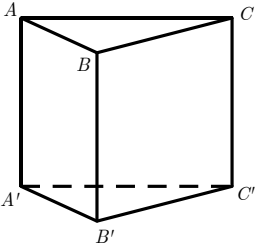
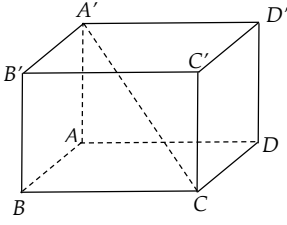
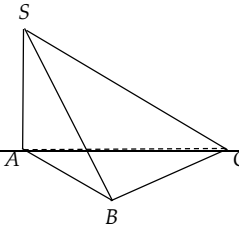
Ví dụ 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = \sqrt{2}a$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) .

Lời giải

Ví dụ 3. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OB = OC = a\sqrt{6}$, $OA = a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (OBC) bằng

Lời giải

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy ($ABCD$) và $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB và SC bằng A. 45°. B. 120°. C. 90°. D. 60°.	
Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $BC = a$. Các cạnh bên của hình chóp cùng bằng $a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB và SC bằng A. 45°. B. 30°. C. 60°. D. $\arctan 2$.	
Câu 3. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C$ bằng A. 60°. B. 45°. C. 90°. D. 30°.	
Câu 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = 2$ và $AA' = 2\sqrt{2}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng ($ABCD$) bằng A. 30°. B. 45°. C. 60°. D. 90°.	
Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = a$ và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng A. 30°. B. 60°.	

5

Câu 12. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

A. 45° .

B. 75° .

C. 30° .

D. 60° .

