

DẠNG 2.**CÔNG THỨC LOGARIT****A. PHƯƠNG PHÁP****1. Định nghĩa**

↻ Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$. Số α thỏa $a^\alpha = b$ gọi là logarit cơ số a của b và ghi $\log_a b$.

↻ Như vậy: $a^\alpha = b \Leftrightarrow \alpha = \log_a b$ với $a, b > 0$ và $a \neq 1$.

2. Định nghĩa

▶ Lôgarit thập phân: $\log a = \log_{10} a$

▶ Lôgarit Néper: $\ln a = \log_e a$ (với $e = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \approx 2,7183$)

3. Công thức

$$1. \log_a 1 = 0$$

$$2. \log_a a = 1$$

$$3. \log_a a^n = n$$

$$4. a^{\log_a n} = n$$

$$5. \log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$6. \log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$$

$$7. \log_a b^n = n \log_a |b|$$

$$8. \log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_{|a|} b$$

$$9. \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$10. \log_a b = \log_a c \cdot \log_c b$$

$$11. \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} = \frac{\log b}{\log a} = \frac{\ln b}{\ln a}$$

$$12. a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$$

B. VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tính $P = \log_{\frac{1}{4}} (\log_3 4 \cdot \log_2 3)$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Tính $P = 16^{1+\log_4 5} + 4^{\frac{1}{2}\log_2 3 + \log_5 5}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Cho $\log_2 a = 4$ và $\log_9 b = \frac{1}{2}$. Tính $P = \log_2 [\log_2 (a^2)] + \log_2 \left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{b^2} \right)$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Cho $\log_2 x = \sqrt{2}$. Tính $P = \log_2 x^2 - 3\log_4 \sqrt{x} + 5\log_{\frac{1}{2}} (2x) - 7$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào sau đây đúng? A. $\log(3a) = 3\log a$. B. $\log a^3 = \frac{1}{3}\log a$. C. $\log a^3 = 3\log a$. D. $\log(3a) = \frac{1}{3}\log a$.	
Câu 2. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log(ab^2)$ bằng A. $2\log a + \log b$. B. $\log a + 2\log b$. C. $2(\log a + \log b)$. D. $\log a + \frac{1}{2}\log b$.	
Câu 3. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng? A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$. B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$. C. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$. D. $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$.	
Câu 4. Cho $a \neq 1, a > 0, b > 0, b \neq 1$. Đẳng thức nào sau đây sai? A. $\log_a b^2 = \frac{1}{2}\log_a b$. B. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$. C. $\log_{a^2} b = \log_a \sqrt{b}$. D. $\log_a b \cdot \log_b a^2 = 2$.	
Câu 5. Cho a, b là hai số thực dương và khác 1. Khẳng định nào sau đây sai? A. $\log_a \sqrt[n]{b} = n \cdot \log_a b$. B. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$. C. $\log_a \frac{a}{b} = 1 - \log_a b$. D. $\log_a \frac{b}{a} = \log_a b - 1$.	
Câu 6. Cho a, b, c là các số thực dương, a và c khác 1. Mệnh đề nào dưới đây sai?	

A. $\log_a b \log_c a = \log_c b$. B. $\log_{a^c} b = c \log_a b$. C. $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$. D. $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$.	
Câu 7. Cho a là số thực dương và khác 1. Mệnh đề nào sau đây đúng? A. $\log_2 a = \frac{\ln a}{\ln 2}$. B. $\log_2 a = \frac{\ln a}{\log 2}$. C. $\log_2 a = \frac{\log 2}{\log a}$. D. $\log_2 a = \frac{\log a}{\ln 2}$.	
Câu 8. Cho hai số thực dương a và b. Mệnh đề nào sau đây sai? A. $\log_2 (ab)^2 = 2 \log_2 (ab)$. B. $\log_2 a + \log_2 b = \log_2 (ab)$. C. $\log_2 a - \log_2 b = \log_2 \frac{a}{b}$. D. $\log_2 a + \log_2 b = \log_2 (a+b)$.	
Câu 9. Cho a, b, c là các số dương và $a \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây sai? A. $\log_a b \cdot \log_a c = \log_a (b+c)$. B. $\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$. C. $\log_a b - \log_a c = \log_a \left(\frac{b}{c}\right)$. D. $-\log_a b = \log_a \left(\frac{1}{b}\right)$.	
Câu 10. Cho hai số dương a, b và $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây sai? A. $\log_a a^\alpha = \alpha$. B. $\log_{a^\alpha} a = \frac{1}{\alpha}$. C. $\log_a \left(\frac{a}{b}\right) = \frac{1}{\log_a b}$. D. $\log_a (ab) = 1 + \log_a b$.	
Câu 11. Giá trị của $9^{\log_3 5}$ bằng A. $\frac{2}{5}$. B. 10. C. 25. D. 5.	
Câu 12. Cho a là số thực dương khác 1. Với mọi số thực dương x và y, biểu thức $\log_a \frac{x}{y}$ bằng A. $\log_a x - \log_a y$. B. $\log_a x + \log_a y$. C. $\log_a (x-y)$. D. $\frac{\log_a x}{\log_a y}$.	
Câu 13. Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Biểu thức $\log_2 a$ bằng A. $\log_a 2$. B. $\frac{1}{\log_2 a}$. C. $\frac{1}{\log_a 2}$. D. $-\log_a 2$.	

Câu 14. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(3a)$ bằng A. $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$. B. $\ln(2a)$. C. $\ln \frac{5}{3}$. D. $\frac{\ln 5}{\ln 3}$.	
Câu 15. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a)$ bằng A. $3\log_3 a$. B. $3 + \log_3 a$. C. $1 + \log_3 a$. D. $1 - \log_3 a$.	
Câu 16. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3\left(\frac{3}{a}\right)$ bằng A. $\frac{1}{\log_3 a}$. B. $1 + \log_3 a$. C. $1 - \log_3 a$. D. $3 - \log_3 a$.	
Câu 17. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(9a)$ bằng A. $2 - \log_3 a$. B. $2\log_3 a$. C. $2 + \log_3 a$. D. $9\log_3 a$.	
Câu 18. Cho a là số thực dương khác 2. Giá trị của $\log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a^2}{4}\right)$ bằng A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. $-\frac{1}{2}$. D. -2.	
Câu 19. Cho a là số thực dương khác 4, khi đó $\log_{\frac{a}{4}}\left(\frac{a^3}{64}\right)$ bằng A. 3. B. $\frac{1}{3}$. C. -3. D. $-\frac{1}{3}$.	
Câu 20. Giá trị của $\log_{a^3} a$ ($a > 0$ và $a \neq 1$) bằng A. 3. B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. -3.	
Câu 21. Cho a là số thực dương và khác 1, khi đó $\log_{\sqrt{a}} a$ bằng A. $\frac{1}{2}$. B. 0. C. -2. D. 2.	
Câu 22. Cho a là số thực dương, $a \neq 1$, khi đó $\log_{\sqrt[3]{a}} a^3$ bằng A. 3. B. 1.	

C. 9.	D. $\frac{1}{3}$.	
Câu 23. Với $0 < a \neq 1$, giá trị của $\log_a \sqrt{a\sqrt{a}}$ bằng		
A. $-\frac{3}{4}$.	B. $\frac{4}{3}$.	
C. $\frac{3}{2}$.	D. $\frac{3}{4}$.	
Câu 24. Xét a là số thực bất kì và $a \neq 0$, khi đó $\log_{\sqrt{2}} a^2$ bằng		
A. $4\log_2 a $.	B. $\frac{1}{2}\log_2 a $.	
C. $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}} a $.	D. $\frac{1}{4}\log_2 a $.	
Câu 25. Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Biểu thức $\log_{a^2}(ab)$ bằng		
A. $\frac{1}{2}\log_a b$.	B. $2 + 2\log_a b$.	
C. $\frac{1}{4}\log_a b$.	D. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_a b$.	
Câu 26. Cho a và b là hai số thực dương tùy ý, $\ln \sqrt{ab}$ bằng		
A. $\frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$.	B. $\frac{1}{2}\ln a + \ln b$.	
C. $2\ln(ab)$.	D. $\frac{1}{2}(\ln a - \ln b)$.	
Câu 27. Cho $\log_a b = 2$, khi đó $\log_{a^4}(b^8 a^2)$ bằng		
A. $\frac{9}{2}$.	B. 9.	
C. 2.	D. 8.	
Câu 28. Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$, khi đó $\log_a(b^2 c^3)$ bằng		
A. 31.	B. 13.	
C. 30.	D. 108.	
Câu 29. Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, khi đó biểu thức $\log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$ bằng		
A. $9\log_a b$.	B. $27\log_a b$.	
C. $15\log_a b$.	D. $6\log_a b$.	
Câu 30. Cho $\log_2 x = a$, khi đó $\log_2 4x^2$ bằng		
A. $2 + a$.	B. $4 + 2a$.	
C. $4 + a$.	D. $2 + 2a$.	
Câu 31. Với các số thực dương a, b bất kì, khi đó $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right)$ bằng		

A. $1+3\log_2 a - \log_2 b$. B. $1+\frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$. C. $1+3\log_2 a + \log_2 b$. D. $1+\frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$.	
Câu 32. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\ln(a^2b^3)$ bằng A. $6(\ln a + \ln b)$. B. $2\ln a + 3\ln b$. C. $6\ln a + \ln b$. D. $\frac{1}{2}\ln a + \frac{1}{3}\ln b$.	
Câu 33. Với a, b là hai số thực dương tùy ý, khi đó $\ln\left(\frac{ab^2}{a+1}\right)$ bằng A. $\ln a + 2\ln b - \ln(a+1)$. B. $\ln a + \ln b - \ln(a+1)$. C. $\ln a + 2\ln b + \ln(a+1)$. D. $2\ln b$.	
Câu 34. Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $2\log_3[\log_3(3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$ bằng A. $\frac{5}{4}$. B. 4. C. 0. D. $\frac{3}{2}$.	
Câu 35. Cho $a, b > 0$ và $a, b \neq 1$, biểu thức $\log_{\sqrt{a}} b^3 \cdot \log_b a^4$ có giá trị bằng A. 18. B. 24. C. 12. D. 6.	
Câu 36. Cho $n > 1$ là một số nguyên. Giá trị của biểu thức $\frac{1}{\log_2 n!} + \frac{1}{\log_3 n!} + \dots + \frac{1}{\log_n n!}$ bằng A. n. B. 0. C. 1. D. $n!$.	
Câu 37. Cho $\log_a x = 3$, $\log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1, khi đó $\log_{ab} x$ bằng A. $\frac{7}{12}$. B. $\frac{1}{12}$. C. 12. D. $\frac{12}{7}$.	
Câu 38. Với các số thực dương x, y tùy ý, đặt $\log_3 x = a$ và $\log_3 y = b$, khi đó $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3$ bằng A. $9\left(\frac{a}{2} - b\right)$. B. $\frac{a}{2} + b$.	

C. $9\left(\frac{a}{2}+b\right)$. D. $\frac{a}{2}-b$.	
Câu 39. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a \neq 1$, $a \neq \sqrt{b}$ và $\log_a b = \sqrt{3}$, khi đó $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}}$ bằng A. $-5+3\sqrt{3}$. B. $-1+\sqrt{3}$. C. $-1-\sqrt{3}$. D. $-5-3\sqrt{3}$.	
Câu 40. Cho a và b là các số thực dương và $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = \sqrt{2}$, khi đó $\log_{a^2b} \frac{b^2}{a}$ bằng A. $\frac{2+3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+1}$. C. $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$. D. $\frac{-6+5\sqrt{2}}{2}$.	
Câu 41. Với a, b là hai số thực dương và $a \neq 1, \log_{a\sqrt{a}}(a\sqrt{b^3})$ bằng A. $\frac{3}{2} + \frac{3}{2}\log_a b$. B. $\frac{3}{2} + \log_a b$. C. $\frac{2}{3} + \frac{4}{9}\log_a b$. D. $\frac{2}{3} + \log_a b$	
Câu 42. Đặt $\log_{12} 6 = a; \log_{12} 7 = b$. Hãy biểu diễn $\log_2 7$ theo a và b. A. $\log_2 7 = \frac{b}{1+a}$. B. $\log_2 7 = \frac{b}{1-a}$. C. $\log_2 7 = \frac{a}{1-b}$. D. $\log_2 7 = \frac{a}{1+b}$.	
Câu 43. Cho a, b là các số thực dương khác 1 và thỏa mãn $\log_a b = 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}$. A. $T = 1$. B. $T = -\frac{3}{4}$. C. $T = -4$. D. $T = 4$.	
Câu 44. Đặt $a = \log_3 4, b = \log_5 4$. Hãy biểu diễn $\log_{12} 80$ theo a và b. A. $\log_{12} 80 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab + b}$.. B. $\log_{12} 80 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$. C. $\log_{12} 80 = \frac{a + 2ab}{ab + b}$. D. $\log_{12} 80 = \frac{a + 2ab}{ab}$.	