**BÀI TẬP VỀ HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VÀ HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU**

**A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.**

**1. Vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian.**

Cho hai đường thẳng  và  trong không gian. Có các trường hợp sau đây xảy ra đối với  và :

Trường hợp 1: Có một mặt phẳng chứa cả  và , khi đó theo kết quả tronh hình học phẳng ta có ba khả năng sau:

*  và  cắt nhau tại điểm , ta kí hiệu .
*  và  song song với nhau, ta kí hiệu .
*  và  trùng nhau, ta kí hiệu .

Trường hợp 2: Không có mặt phẳng nào chứa cả  và , khi đó ta nói  và  là hai đường thẳng chéo nhau.

**2. Các định lí và tính chất.**

* Trong không gian, qua một điểm cho trước không nằm trên đường thẳng  có một và chỉ một đường thẳng song song với .
* Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó hoặc đồng qui hoặc đôi một song song.
* Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.
* Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chúng song song.



**B. LUYỆN KĨ NĂNG GIẢI CÁC DẠNG BÀI TẬP.**

**1. TÌM GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẲNG BẰNG QUAN HỆ SONG SONG**

**Phương pháp:**

Sử dụng tính chất: Nếu hai mặt phẳng  và  có điểm chung và lần lượt chứa hai đường thẳng song song  và  thì giao tuyến của  và  là đường thẳng đi qua  song song với  và .

**Các ví dụ**

**Ví dụ 1.** Cho hình chóp  có đáy  là hình bình hành.

Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  và ,  và 

**Lời giải.**

1. Ta có 

.

1. Tương tự, Ta có 

.

**Ví dụ 2.** Cho hình chóp  có đáy  là hình thang với các cạnh đáy là  và . Gọi  lần lượt là trung điểm của các cạnh  và  và  là trọng tâm của tam giác .

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  và .

b) Tìm điều kiện của  và  để thiết diện của  và hình chóp là một hình bình hành.

**Lời giải.**

a) Ta có  là hình thang và  là trung điểm của  nên .

Vậy 

  với

 .

b) Dễ thấy thiết diện là tứ giác .

Do  là trọng tâm tam giác  và nên 

( là trung điểm của ).

.

Lại có . Vì  nên  là hình thang, do đó  là hình bình hành khi 

.

Vậy thết diện là hình bình hành khi .

**2. CHỨNG MINH HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG.**

**Phương pháp:**

Để chứng minh hai đường thẳng song song ta có thể làm theo một trong các cách sau:

* Chứng minh chúng cùng thuộc một mặt phẳng rồi dùng các phương pháp chứng minh hai đường thẳng song song trong mặt phẳng.
* Chứng minh hai đường thẳng đó cùng song song vơi đường thẳng thứ ba.
* Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.
* Sử dụng định lí về giao tuyến của ba mặt phẳng.

**Các ví dụ**

**Ví dụ 1.** Cho hình chóp  có đáy  là một hình thang với đáy lớn . Gọi  lần lượt là trung điểm của  và .

a) Chứng minh  song song với .

b) Gọi  là giao điểm của  và ,  là giao điểm của  và . Chứng minh  song song với .

**Lời giải.**

a) Ta có  là đường trung bình của tam giác  nên .

****Lại có  là hình thang .

Vậy .

b) Trong  gọi , trong  gọi .

Ta có  .

Vậy .

Do .

Ta có .

**Ví dụ 2.** Cho hình chóp  có đáy  là một hình thang với đáy  và . Biết . Gọi  và  lần lượt là trọng tâm các tam giác  và . Mặt phẳng  cắt  lần lượt tại . Mặt phẳng  cắt  tại .

a) Chứng minh  song sonng với .

b) Giải sử  cắt  tại ;  cắt  tại . Chứng minh  song song với  và . Tính  theo .

**Lời giải.**

a) Ta có .

Vậy 



Tương tự 

Vậy 



Từ  và  suy ra .

b) Ta có ;

Do đó . Mà .

Tính : Gọi 

Ta có , 

Mà .

Từ suy ra 

Tương tự . Vậy .

**C. CÁC BÀI TOÁN TỰ LUYỆN**

**ĐỀ CƯƠNG TOÁN 11 – TRƯỜNG PHTH LTK TRANG 57**

**Bài 1 :** Cho hình bình hành ABCD và S là một điểm ở ngoài mp(ABCD).

 a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).

 b) Gọi M là một điểm trên SC. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (MAB) và (SCD).

**Bài 2 :** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành ABCD tâm O.

 a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

 b) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).

 c) Điểm M thuộc cạnh SC sao cho SC = 3SM. Xác định hình tính của của thiết diện tạo bởi mp(MAD) và hình chóp S.ABCD.

 d) Xác định giao điểm I của AM và mp(SBD), chứng minh rằng :

 I là trung điểm của SO.

**Bài 3 :** Cho tứ diện đều ABCD cạnh a. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC, BC. K là điểm trên cạnh BD sao cho KB = 2KD.

 a) Xác định thiết diện tạo bởi mặt phẳng (IJK) và tứ diện ABCD.

 b) Chứng minh rằng thiết diện tìm được là hình thang cân.

 c) Tính diện tích thiết diện đó theo a.

**Bài 4 :** Cho tứ diện ABCD. Gọi H, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD. Chứng minh rằng GH // CD.

**Bài 5 :** Cho hình chóp S. ABCD có AB // CD, AB > CD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB.

 a) Chứng minh rằng MN // CD.

 b) Tìm giao điểm P của SC và mp(AND).

 c) AN và DP kéo dài cắt nhau tại I. Chứng minh rằng SI // AB // CD. Tứ giác SABI là hình gì? Vì sao?