Kiểm tra bài cũ

1. Tính tích phân $I = \int_0^1 (3x-1)^2 dx$ bằng cách khai triển $\left(3x-1\right)^2$.

2. Đặt $u = 3x-1$. Biến đổi biểu thức $\left(3x-1\right)^2 dx$ thành $g(u)du$

3. Tính $J = \int_{u(0)}^{u(1)} g(u)du$ và so sánh kết quả của ***I, J***

Bài 2. Tích phân (tiếp)

I,II.

III. Phương pháp tính tích phân

1. Phương pháp đổi biến số

2. Phương pháp tích phân từng phần

Bài 2. Tích phân (tiếp)

III. Phương pháp tính tích phân

1. Phương pháp đổi biến số

Định lí

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$.

Giả sử hàm số $x=\varphi(t)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[\alpha;\beta]$

sao cho $\begin{cases} \varphi(\alpha)=a; \varphi(\beta)=b \\ a \leqslant \varphi(t) \leqslant b \end{cases}$ với mọi $t \in [\alpha;\beta]$.

Khi đó

$$\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)dt$$

Bài 2. Tích phân (tiếp)

III. Phương pháp tính tích phân

1. Phương pháp đổi biến số

Ví dụ 1. Tính

$$I=\int_0^{\sqrt{3}}\frac{3}{1+x^2}dx$$

Giải

Đặt $x=\tan t, -\frac{\pi}{2}<t<\frac{\pi}{2}$.

Ta có $dx=d(\tan t)=\frac{1}{\cos^2 t}dt=(1+\tan^2 t)dt$.

Khi $x=0\to\tan t=0\to t=0$;

Khi $x=\sqrt{3}\to\tan t=\sqrt{3}\to t=\frac{\pi}{3}$.

$$\Longrightarrow I=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{3}{1+\tan^2 t}\left(1+\tan^2 t\right)dt=3\int_0^{\frac{\pi}{3}}dt=3t\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}=3\frac{\pi}{3}=\pi.$$

Bài 2. Tích phân (tiếp)

III. Phương pháp tính tích phân

1. Phương pháp đổi biến số

* **Chú ý** Để tính $\int_a^b f(x)dx$

ta có thể chọn $u = u(x)$ làm biến số mới,

trong đó trên đoạn $[a;b]$, $u(x)$ có đạo hàm liên tục và $u(x) \in [\alpha;\beta]$.

Giả sử có thể viết $f(x)dx = g(u(x))u'(x)dx, x \in [a;b]$, với $g(u)$ liên tục trên đoạn $[\alpha;\beta]$.

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{u(a)}^{u(b)} g(u)du$$

⇒ *Có bao nhiêu dạng đổi biến?*

$x = \varphi(t)$

$u = u(x)$

Bài 2. Tích phân (tiếp)

III. Phương pháp tính tích phân

1. Phương pháp đổi biến số

Nêu các bước tính tích phân bằng phương pháp đổi biến?

Bước 1. Đặt $x = \varphi(t)\,(u = u(x))$ (điều kiện, nếu có)

Bước 2. Tính vi phân của biến số mới theo biến số cũ.

Bước 3. Đổi cận.

Bước 4. Biến đổi tích phân ban đầu theo biến số mới và tính tích phân theo biến số mới.

Ví dụ 2. Tính

$$a)\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \sin x dx \qquad b)\int_0^1 \left(1+x^2\right)^3 x dx$$

Bài 2. Tích phân (tiếp)

III. Phương pháp tính tích phân

1. Phương pháp đổi biến số

2. Phương pháp tích phân từng phần

Ví dụ 3.

a) Hãy tính $I = \int (x+1)e^x dx$ bằng phương pháp nguyên hàm từng phần.

b) Từ đó tính

$$\int_0^1 (x+1)e^x dx$$

Bài 2. Tích phân (tiếp)

III. Phương pháp tính tích phân

1. Phương pháp đổi biến số

2. Phương pháp tích phân từng phần

Định lí

Nếu $u = u(x)$ và $v = v(x)$ là hai hàm số có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a;b]$ thì

$$\int_a^b u(x)v'(x)dx = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)dx$$

hay

$$\int_a^b udv = uv\Big|_a^b - \int_a^b vdu$$

Bài 2. Tích phân (tiếp)

III. Phương pháp tính tích phân

2. Phương pháp tích phân từng phần

Hoàn thành bảng

	$\int P(x)e^{x}dx$	$\int P(x)\cos x dx$	$\int P(x)\ln x dx$
u			
dv			

Bài 2. Tích phân (tiếp)

III. Phương pháp tính tích phân

2. Phương pháp tích phân từng phần

Hoàn thành bảng

	$\int P(x)e^x dx$	$\int P(x)\cos x dx$	$\int P(x)\ln x dx$
u	$P(x)$	$P(x)$	$\ln x$
dv	$e^x dx$	$\cos x dx$	$P(x)dx$

Ví dụ 4. Tính các tích phân sau bằng phương pháp tích phân từng phần

$$a) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos x dx \qquad b) \int_1^e x^3 \ln x dx$$

Củng cố

Các phương pháp tính tích phân

Đổi biến

Dạng 1

$x = \varphi(t)$

Dạng 2

$u = u(x)$

Tích phân từng phần

Bài tập về nhà

1. Với những biểu thức tích phân có dạng nào thì dùng phương pháp đổi biến dạng 1, dạng 2?
2. Với những biểu thức tích phân có dạng nào thì dùng phương pháp tích phân từng phần, học thuộc công thức tích phân từng phần?
3. Làm bài tập 3, 4, 6 trang 113 sách Giải tích.

1.Một số biểu thức tích phân dùng phương pháp đổi biến dạng 1

Biểu thức có chứa	$\dfrac{dx}{x^2+a^2}$	$\sqrt{a^2-x^2}dx$
x		

1.Một số biểu thức tích phân dùng phơng pháp đổi biến dạng 1

Biểu thức có chứa	$\frac{dx}{x^2+a^2}$	$\sqrt{a^2-x^2}dx$
x	$a\tan t$	$x=a\sin t$

2.Một số biểu thức tích phân dùng phương pháp đổi biến dạng 2

* Với những biểu thức tích phân có dạng $f(u(x))u'(x)dx$ thì đặt $u = u(x).$

* Cụ thể

Biểu thức có chứa	$f(\ln x)\dfrac{dx}{x}$	$f(\sin x)\cos x dx$	$f(e^x)e^x dx$	$f(\tan x)\dfrac{dx}{\cos^2 x}$	…
u					…

2.Một số biểu thức tích phân dùng phương pháp đổi biến dạng 2

* Với những biểu thức tích phân có dạng $f(u(x))u'(x)dx$ thì đặt $u = u(x).$

* Cụ thể

Biểu thức có chứa	$f(\ln x)\frac{dx}{x}$	$f(\sin x)\cos x dx$	$f(e^x)e^x dx$	$f(\tan x)\frac{dx}{\cos^2 x}$	…
u	$\ln x$	$\sin x$	e^x	$\tan x$	…