

Bài 5. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

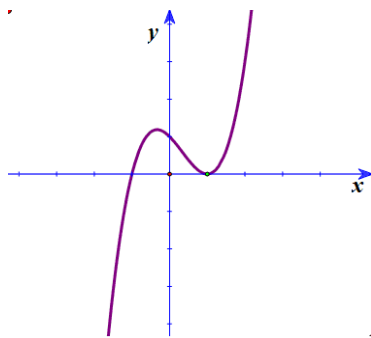
A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Sơ đồ bài toán khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

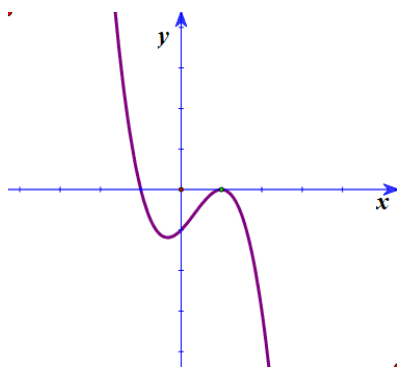
- **Bước 1.** Tìm tập xác định của hàm số;
- **Bước 2.** Tính đạo hàm $y' = f'(x)$;
- **Bước 3.** Tìm nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$;
- **Bước 4.** Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$ và tìm tiệm cận đứng, ngang (nếu có);
- **Bước 5.** Lập bảng biến thiên;
- **Bước 6.** Kết luận tính biến thiên và cực trị (nếu có);
- **Bước 7.** Tìm các điểm đặc biệt của đồ thị (giao với trục Ox , Oy , các điểm đối xứng, ...);
- **Bước 8.** Vẽ đồ thị.

2. Các dạng đồ thị của hàm số bậc 3 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

Đồ thị có 2 điểm cực trị

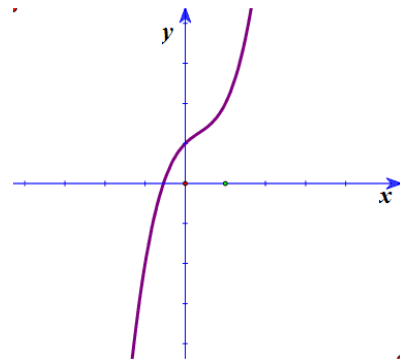


$a > 0$

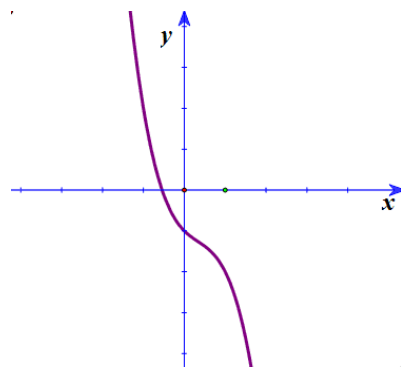


$a < 0$

Đồ thị không có điểm cực trị

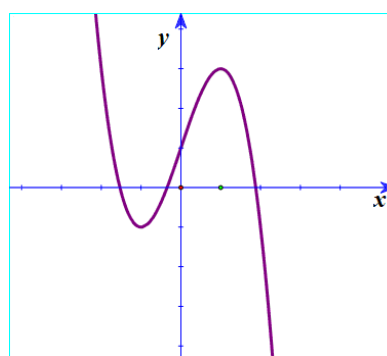
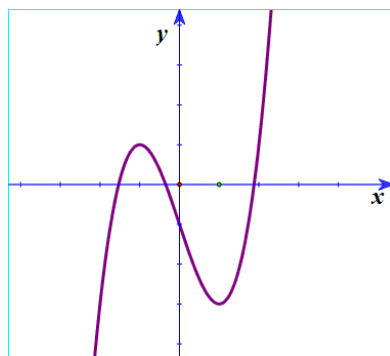


$a > 0$



$a < 0$

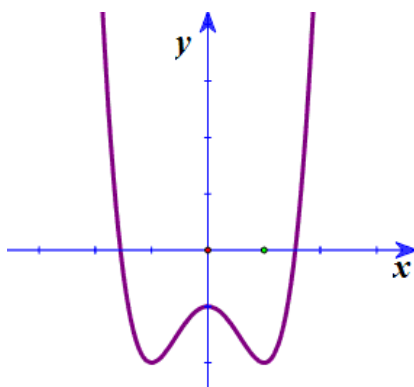
✎ **Lưu ý:** Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị nằm 2 phía so với trục Oy khi $ac < 0$



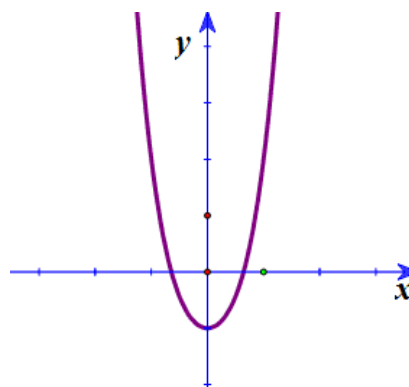
3. Các dạng đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$)

Đồ thị có 3 điểm cực trị

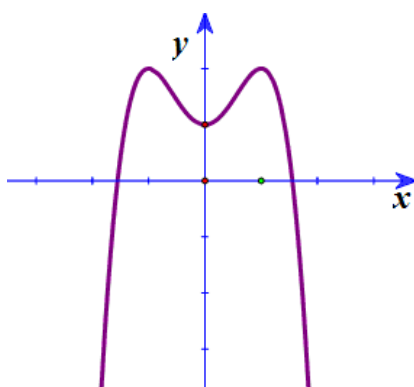
Đồ thị có 1 điểm cực trị



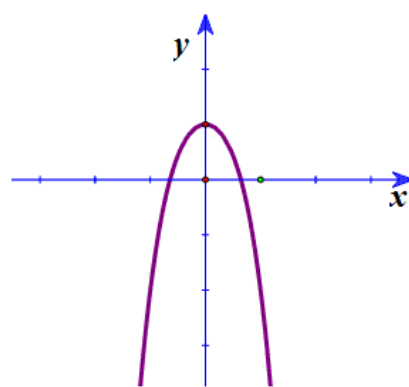
$$a > 0$$



$$a > 0$$



$$a < 0$$

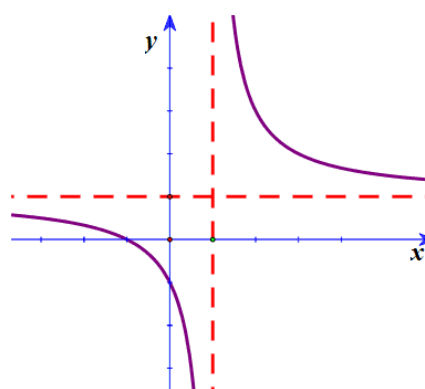
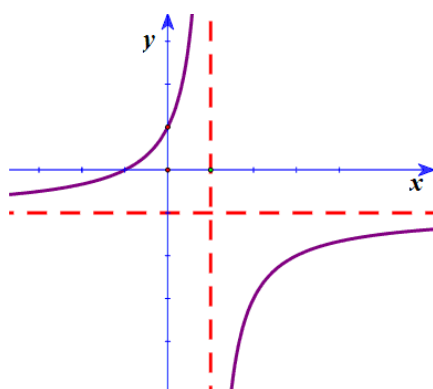


$$a < 0$$

4. Các dạng đồ thị của hàm số nhất biến $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, ($ab-bc \neq 0$)

Khi $ad - bc > 0$

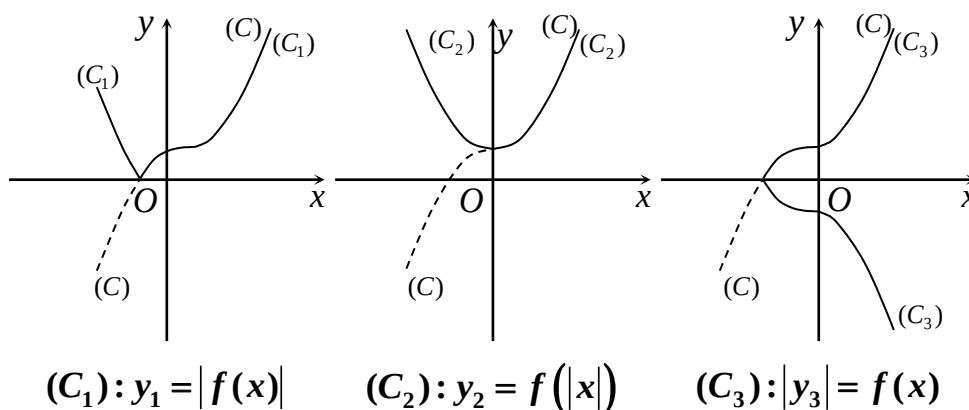
Khi $ad - bc < 0$



5. Biến đổi đồ thị

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) . Khi đó, với số $a > 0$ ta có:

- Hàm số $y = f(x) + a$ có đồ thị (C') là tịnh tiến (C) theo phương của Oy lên trên a đơn vị.
- Hàm số $y = f(x) - a$ có đồ thị (C') là tịnh tiến (C) theo phương của Oy xuống dưới a đơn vị.
- Hàm số $y = f(x + a)$ có đồ thị (C') là tịnh tiến (C) theo phương của Ox qua trái a đơn vị.
- Hàm số $y = f(x - a)$ có đồ thị (C') là tịnh tiến (C) theo phương của Ox qua phải a đơn vị.
- Hàm số $y = -f(x)$ có đồ thị (C') là đối xứng của (C) qua trục Ox .
- Hàm số $y = f(-x)$ có đồ thị (C') là đối xứng của (C) qua trục Oy .
- Hàm số $y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x > 0 \\ f(-x) & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$ có đồ thị (C') bằng cách:
 - ✓ Giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm bên phải trục Oy và bỏ phần (C) nằm bên trái Oy .
 - ✓ Lấy đối xứng phần đồ thị (C) nằm bên phải trục Oy qua Oy .



- Hàm số $y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x) > 0 \\ -f(x) & \text{khi } f(x) \leq 0 \end{cases}$ có đồ thị (C') bằng cách:
 - ✓ Giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm trên Ox .
 - ✓ Lấy đối xứng phần đồ thị (C) nằm dưới Ox qua Ox và bỏ phần đồ thị (C) nằm dưới Ox .

B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số

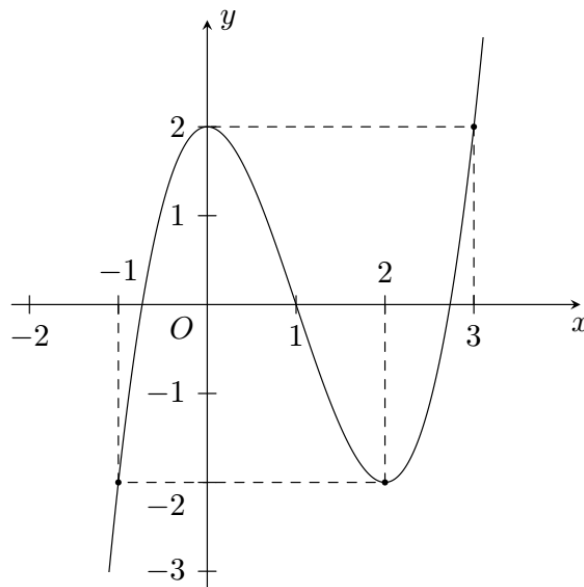
Ví dụ 1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số sau:

- $y = x^3 - 3x^2 + 2$.
 - Tập xác định $D = \mathbb{R}$;
 - Đạo hàm $y' = 3x^2 - 6x$.
 - $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.
 - Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$.

- Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		2		-2		$+\infty$

- Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$, nghịch biến trên $(0; 2)$.
- Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{\text{CD}} = 2$.
Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$, $y_{\text{CT}} = -2$.
- Điểm đặc biệt: $(1; 0); (3; 2); (-1; -2)$.
- Vẽ đồ thị.



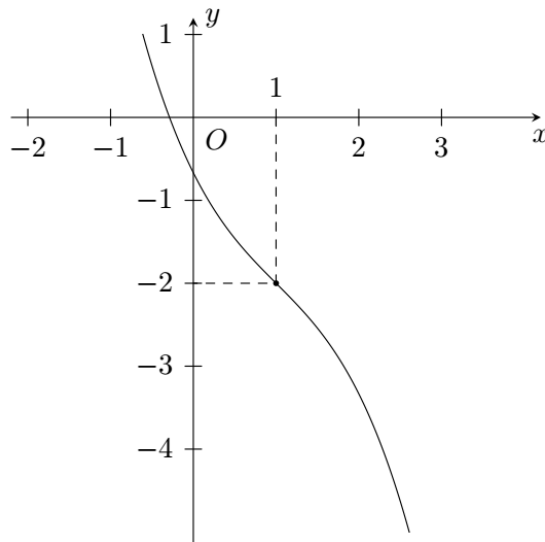
b. $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - 2x - \frac{2}{3}$.

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$;
- Đạo hàm $y' = -x^2 + 2x - 2$.
- $y' = -x^2 + 2x - 2$.
- $y' = 0 : \text{VN}$.
- Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$.
- Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$+\infty$
y'	$-$	
y	$+\infty$	$-\infty$

- Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số không có cực trị.

- Điểm đặc biệt: $(1; -2)$.
- Vẽ đồ thị.



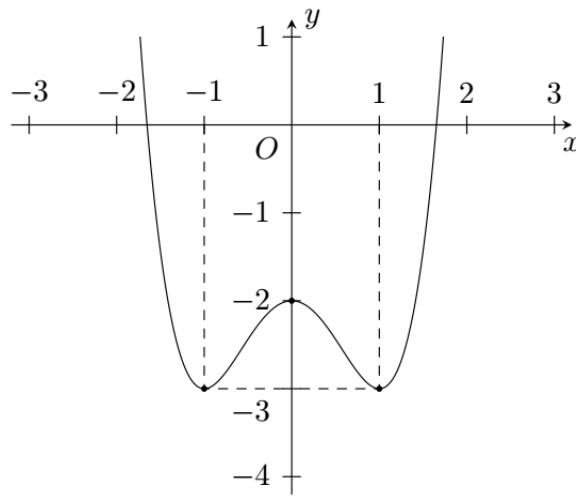
Ví dụ 2. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số sau:

a. $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$;
- Đạo hàm $y' = 4x^3 - 4x$.
- $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$.
- Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$.
- Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-3	-2	-3	$+\infty$

- Hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$, nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.
- Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{\text{CD}} = -2$.
Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$, $y_{\text{CT}} = -3$.
- Điểm đặc biệt: $(-2; 6); (2; 6)$.
- Vẽ đồ thị.

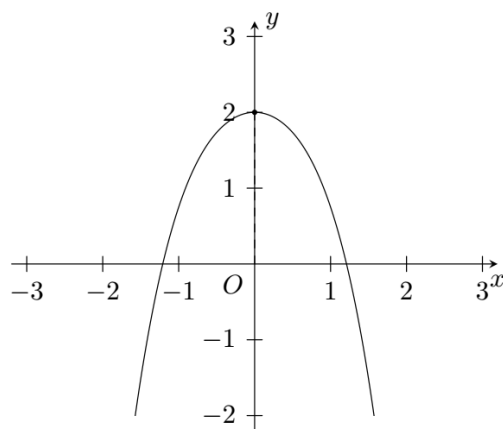


b. $y = -\frac{1}{4}x^4 - x^2 + 2.$

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$;
- Đạo hàm $y' = -x^3 - 2x.$
- $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0.$
- Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty.$
- Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	2	$-\infty$

- Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$, nghịch biến trên $(0; +\infty).$
- Hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y_{\text{CD}} = 2.$
- Điểm đặc biệt: $\left(-1; \frac{3}{4}\right); \left(1; \frac{3}{4}\right).$
- Vẽ đồ thị.



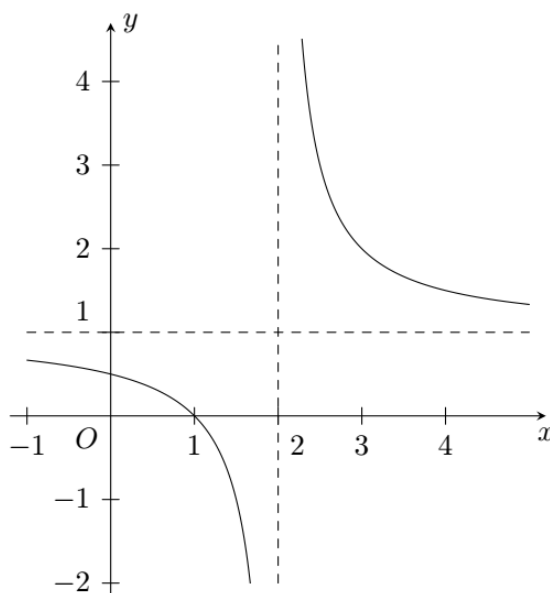
Ví dụ 3. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-2}.$

- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\};$

- Đạo hàm $y' = \frac{-1}{(x-2)^2} < 0, \forall x \in D$.
- Tiệm cận đứng: $x = 2$, vì $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$.
- Tiệm cận ngang: $y = 1$, vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1$.
- Bảng biến thiên

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	1	$\searrow$	$-\infty$	$+\infty$	$\searrow$
					1

- Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.
- Hàm số không có cực trị.
- Điểm đặc biệt: $\left(0; \frac{1}{2}\right); (1; 0); (3; 2); \left(4; \frac{3}{2}\right)$.
- Vẽ đồ thị.

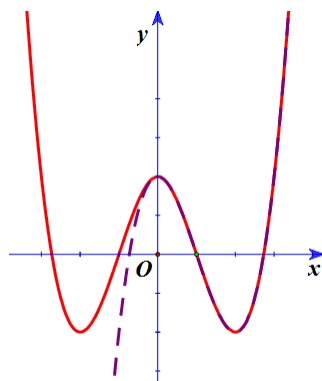


2. Biến đổi đồ thị

Ví dụ 4. Vẽ đồ thị hàm số (C') : $y = |x|^3 - 3x^2 + 2$ từ đồ thị (C) : $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (C) :

Giả sử (C) là đường đứt khúc trong hình vẽ.

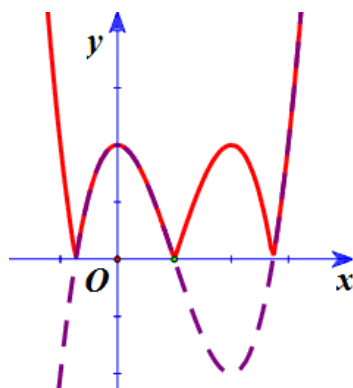
- **Bước 1:** Giữ nguyên đường đứt khúc phía bên phải trục Oy bằng cách tô đậm phần đường đứt khúc bên phải Oy , và bỏ phần đường đứt khúc bên trái Oy .
- **Bước 2:** lấy đối xứng qua Oy phần đường mới tô đậm, ta được đồ thị (C') .



Ví dụ 5. Vẽ đồ thị hàm số $(C') : y = |x^3 - 3x^2 + 2|$ từ đồ thị $(C) : y = x^3 - 3x^2 + 2$.

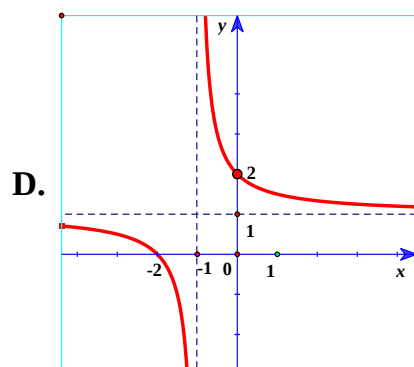
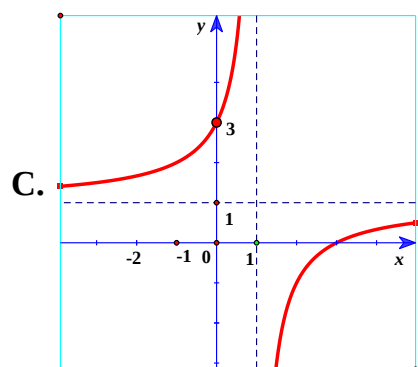
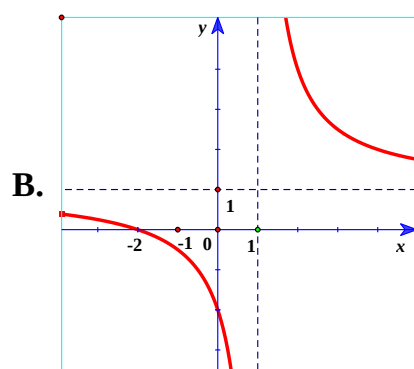
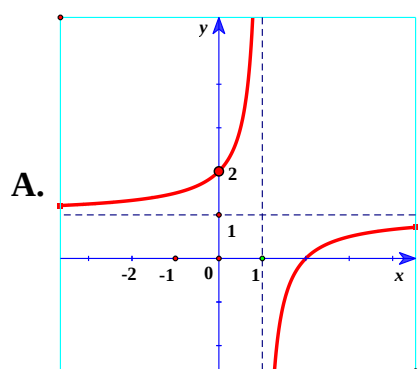
Giả sử (C) là đường đứt khúc trong hình vẽ.

- **Bước 1:** Giữ nguyên đường đứt khúc phía trên trục Ox bằng cách tô đậm phần đường đứt khúc phía trên Ox .
- **Bước 2:** Lấy đối xứng qua Ox phần đường đứt khúc nằm dưới Ox qua Ox rồi xóa phần đường đứt khúc nằm dưới Ox , ta được đồ thị (C') .

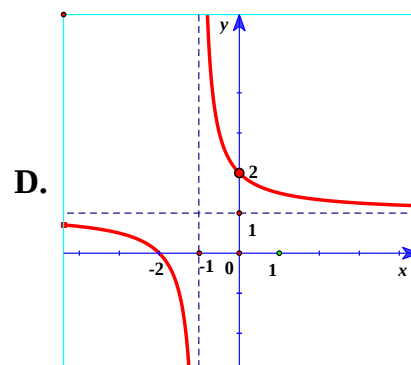
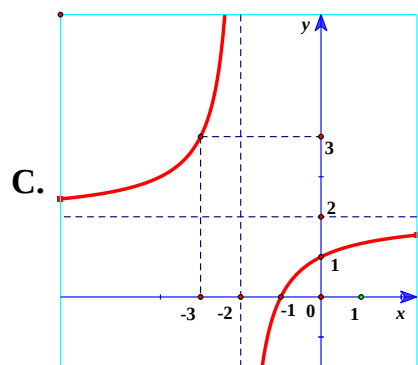
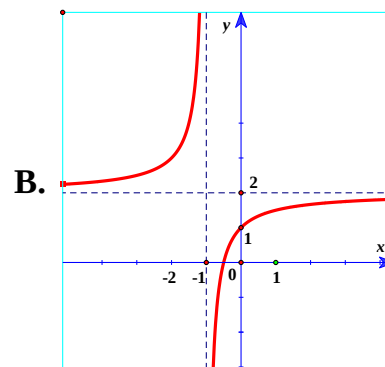
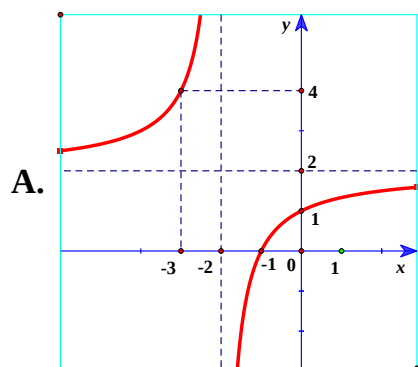


C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

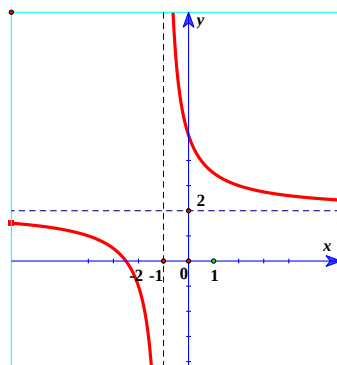
Câu 1. Hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.



Câu 2. Hàm số $y = \frac{2+2x}{2+x}$ có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.

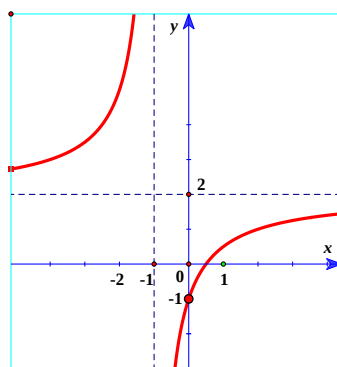


Câu 3. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 + 3x^2 + 1$. **B.** $y = \frac{2x+5}{x+1}$. **C.** $y = x^4 - x^2 + 1$. **D.** $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

Câu 4. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. **B.** $y = \frac{2x+1}{x-1}$. **C.** $y = \frac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y = \frac{1-2x}{x-1}$.

Câu 5. Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	-1	$+\infty$	-1

A. $y = \frac{x+3}{x-1}$.

B. $y = \frac{-x-2}{x-1}$.

C. $y = \frac{-x+3}{x-1}$.

D. $y = \frac{-x-3}{x-1}$.

Câu 6. Hàm số $y = \frac{3x+2}{x-1}$ có bảng biến thiên nào dưới đây. Chọn đáp án đúng?

A.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	3	$+\infty$	3

B.

x	$-\infty$	-5	$+\infty$
y'	-		-
y	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

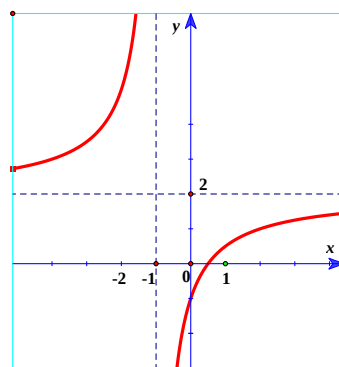
C.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

D.

x	$-\infty$	-5	$+\infty$
y'	-		-
y	3	$+\infty$	3

Câu 7. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là **sai**?



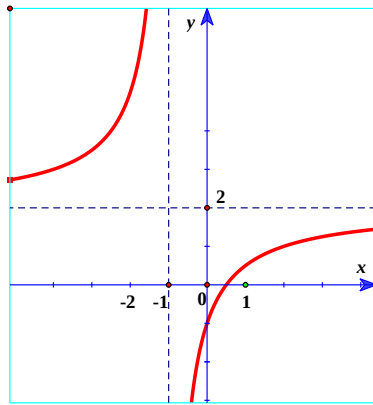
A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 2$.

B. Hàm số đồng biến trong khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận.

D. Hàm số có hai cực trị.

Câu 8. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



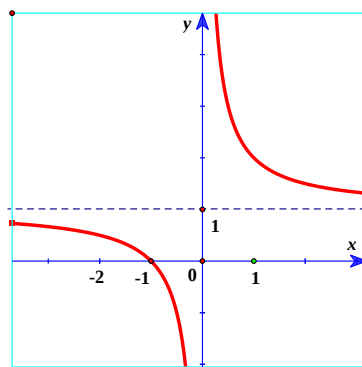
A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 2$.

B. Hàm số nghịch biến trong khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

C. Hàm số có hai cực trị.

D. Hàm số đồng biến trong khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 9. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 0$, tiệm cận ngang $y = 1$.

C. Hàm số có hai cực trị.

D. Hàm số đồng biến trong khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$-$		
y	-1	$+\infty$	-1

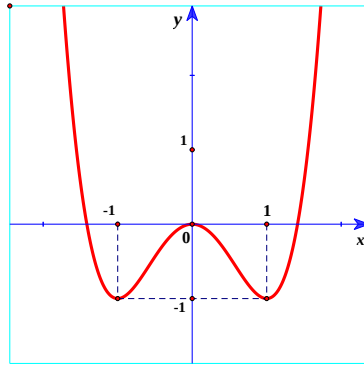
A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = -1$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 1$.

C. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng.

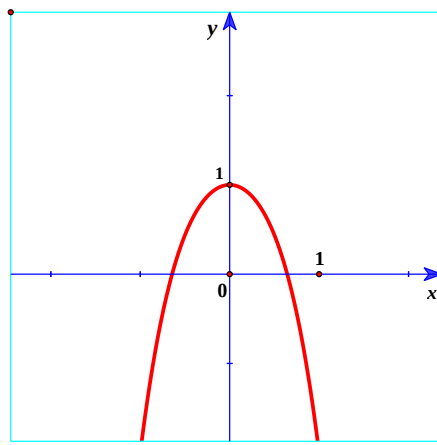
D. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.

Câu 11. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?



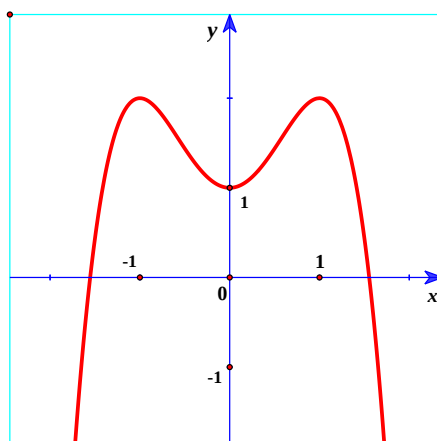
- A. $y = x^4 - 3x^2 + 1$. B. $y = x^4 + 2x^2$. C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = -x^4 - 2x^2$.

Câu 12. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?



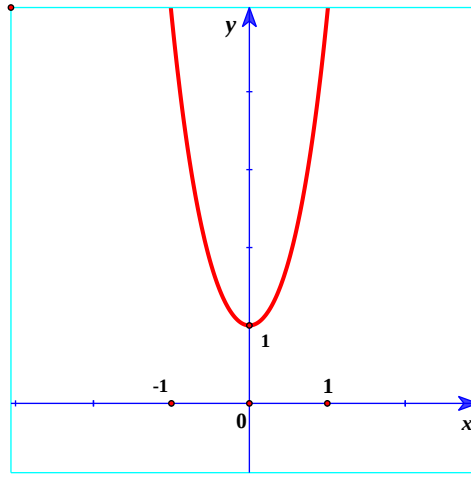
- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. C. $y = x^4 - 3x^2 + 1$. D. $y = -x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 13. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?



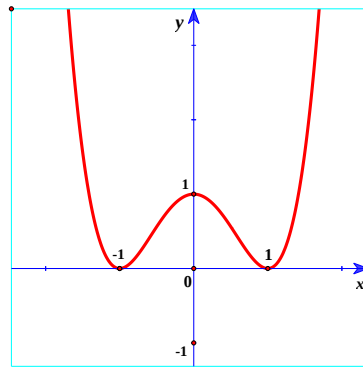
- A. $y = x^4 - 3x^2 + 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.
C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = -x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 14. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?



A. $y = x^4 + 3x^2 + 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. C. $y = x^4 - 3x^2 + 1$. D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng về hàm số $f(x)$



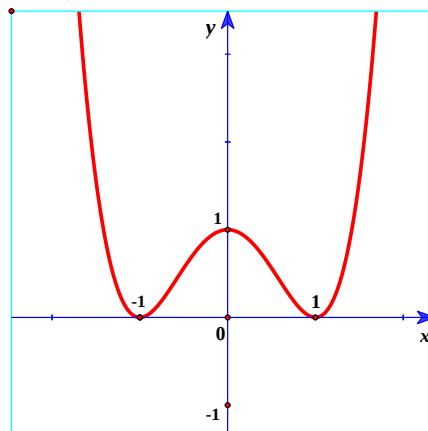
A. Hàm số $f(x)$ có điểm cực đại là $(0; 1)$.

B. Hàm số $f(x)$ có điểm cực tiểu là $(0; 1)$.

C. Hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị.

D. Hàm số $f(x)$ có ba giá trị cực trị.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Chọn khẳng định sai về hàm số $f(x)$:



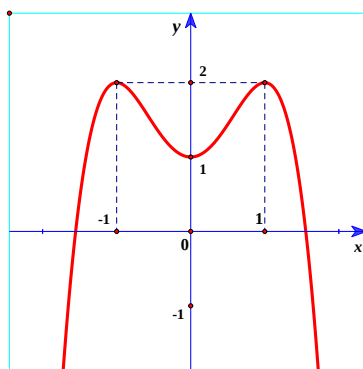
A. Hàm số $f(x)$ tiếp xúc với Ox .

B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-1; 0)$.

C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.

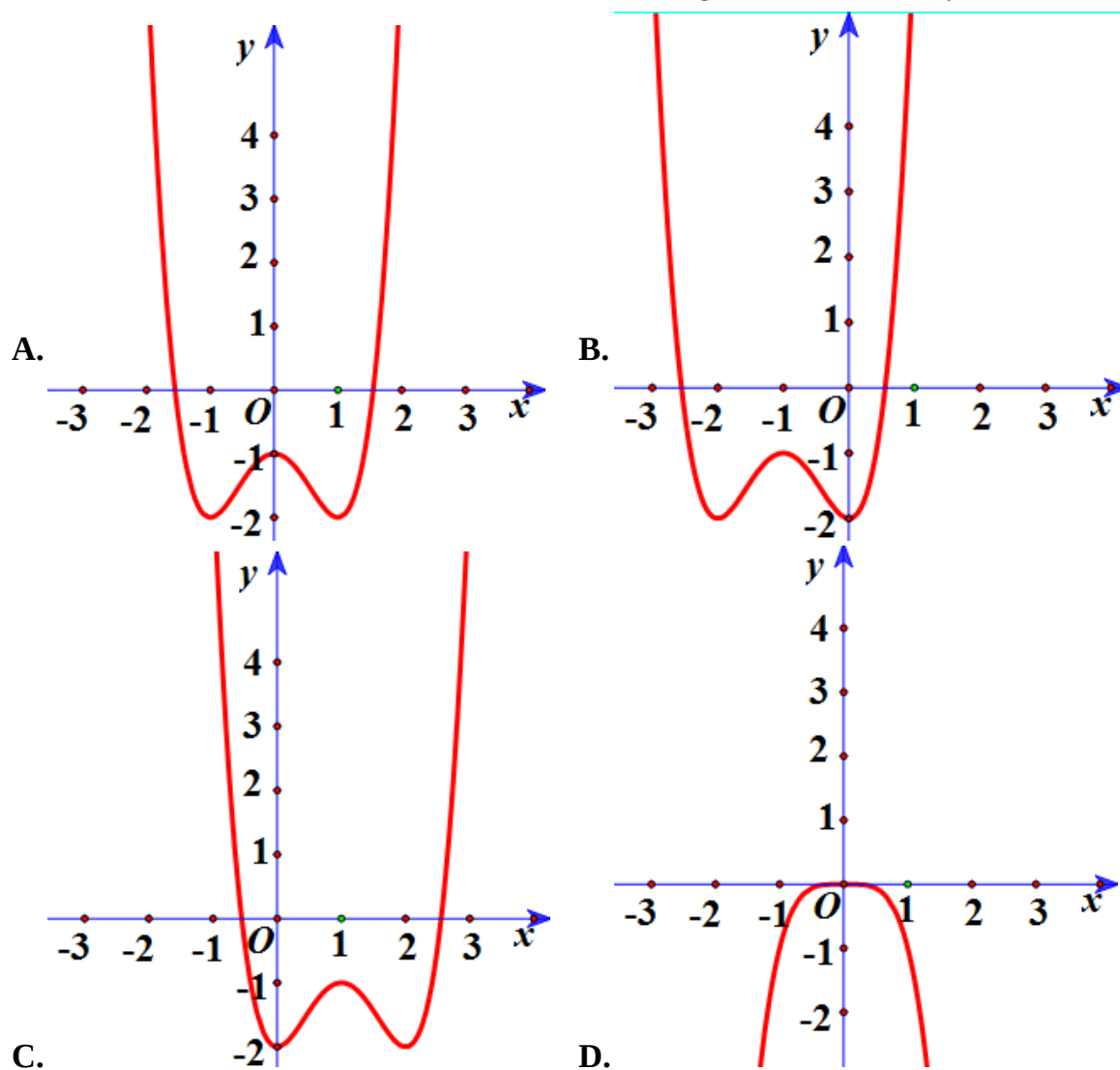
D. Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận ngang là $y = 0$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Chọn khẳng định sai về hàm số $f(x)$:

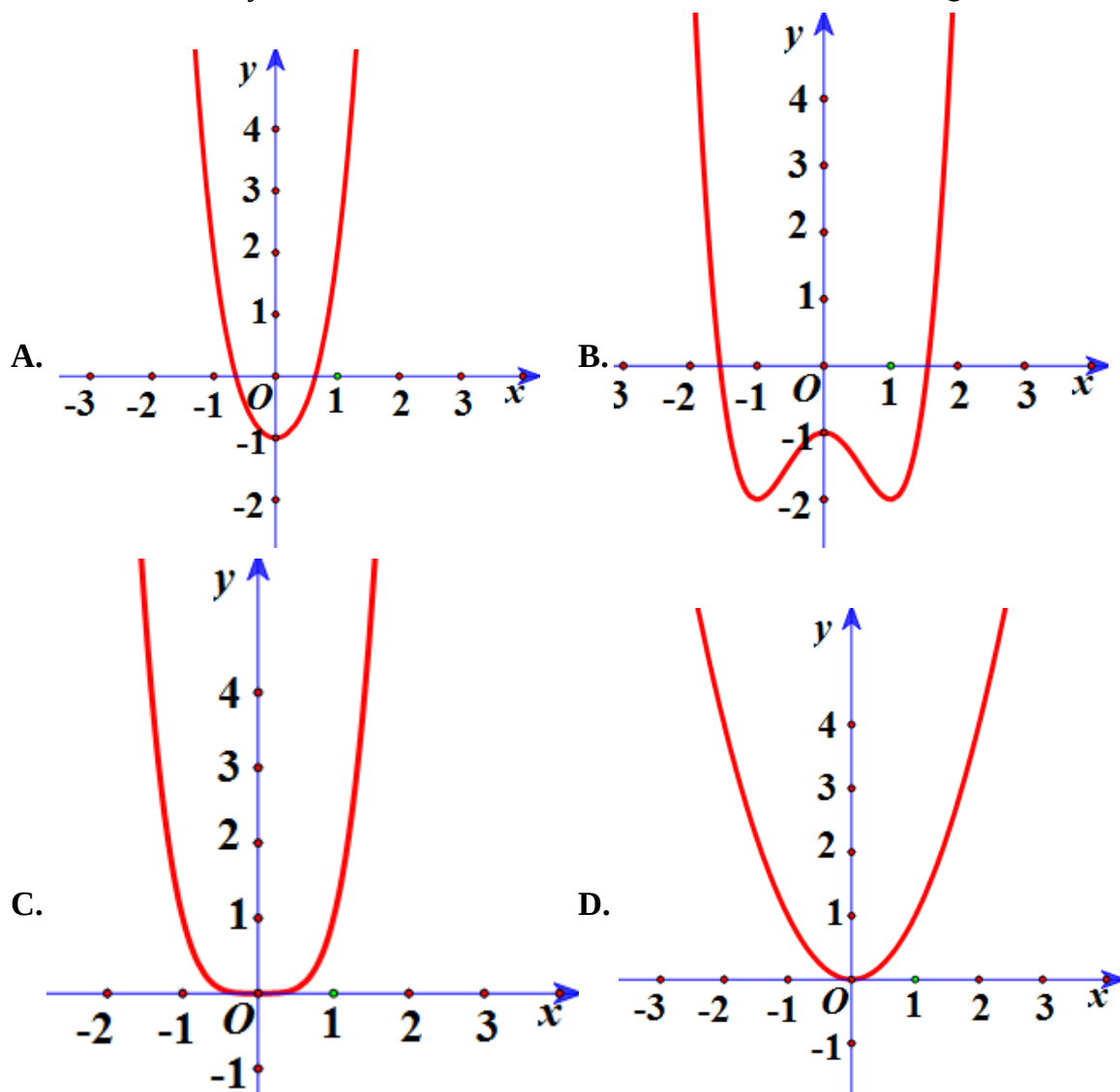


- A. Hàm số $f(x)$ có ba cực trị.
- B. Hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất là 2 khi $x = 1$.
- C. Hàm số $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất là 1 khi $x = 0$.
- D. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$.

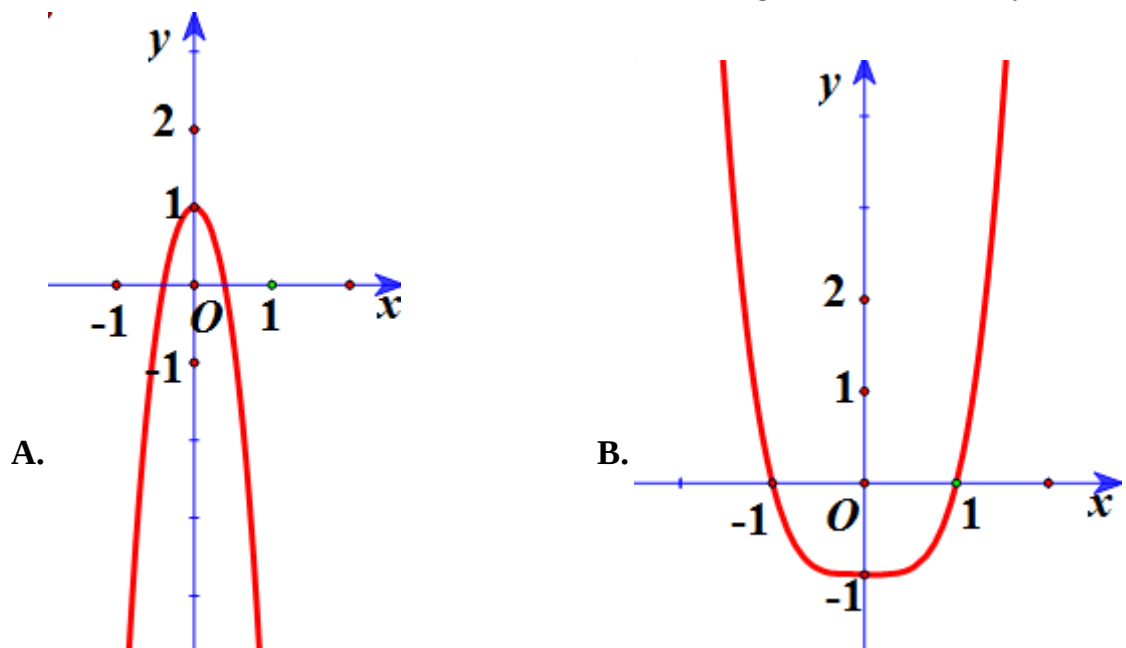
Câu 18. Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ là đồ thị nào trong các đồ thị sau đây?

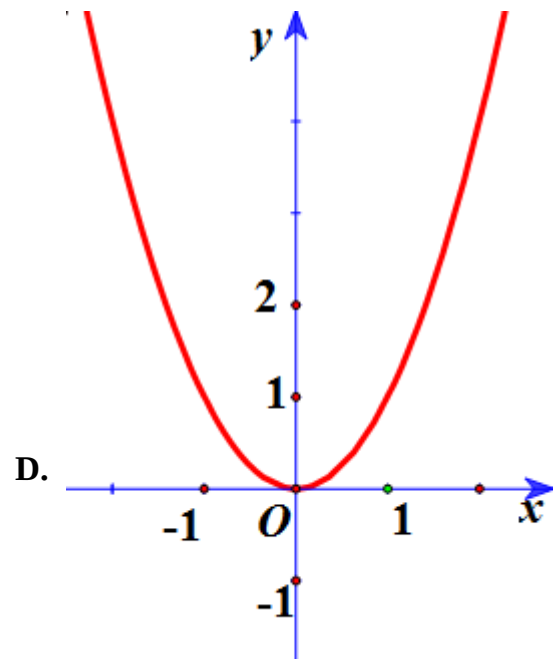
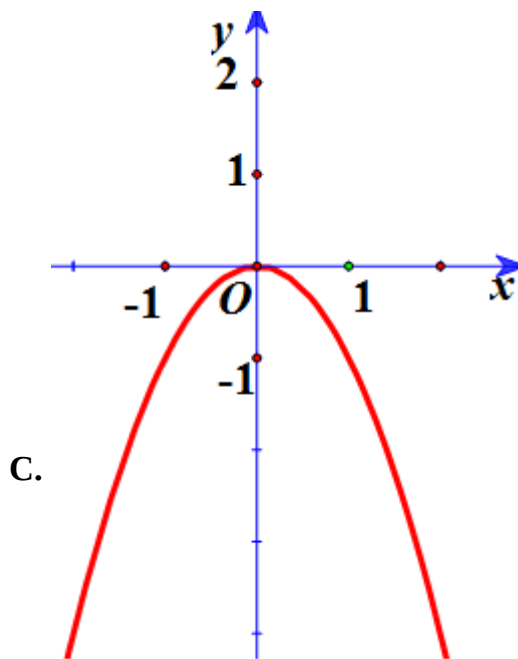


Câu 19. Cho hàm số (C): $y = x^4 + 2x^2 - 1$. Đồ thị hàm số (C) là đồ thị nào trong các đồ thị sau?



Câu 20. Đồ thị của hàm số $y = -3x^4 - 6x^2 + 1$ là đồ thị nào trong các đồ thị sau đây?





Câu 21. Bảng biến thiên sau đây là của một trong 4 hàm số được liệt kê dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗		↘		↗	
		CD		CT			
						$+\infty$	

A. $y = -x^3 - 3x^2 + 2$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

C. $y = x^3 + 3x^2 - 2$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.

Câu 22. Bảng biến thiên sau đây là của một trong 4 hàm số được liệt kê dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		+	0	+	
y	$-\infty$	↗			
		1			
		$+\infty$			

A. $y = -x^3 - 3x^2 - 3x$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 - 3x$.

C. $y = x^3 + 3x^2 - 3x$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 3x$.

Câu 23. Bảng biến thiên sau đây là của một trong 4 hàm số được liệt kê dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	↘		↗		↘	
				3			
						-1	
						$-\infty$	

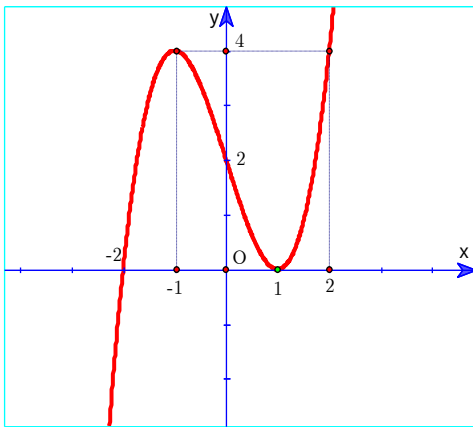
A. $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

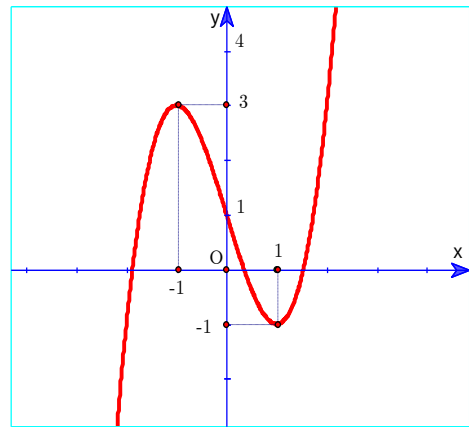
C. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

D. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

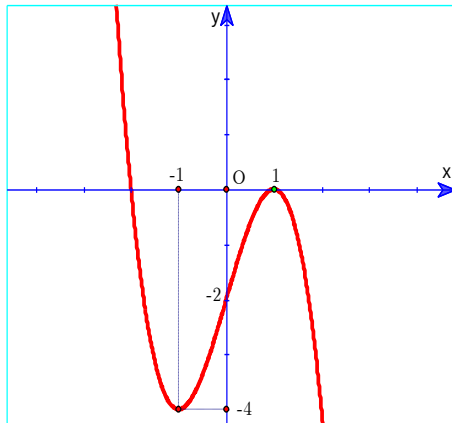
Câu 24. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ là hình nào trong 4 hình dưới đây?



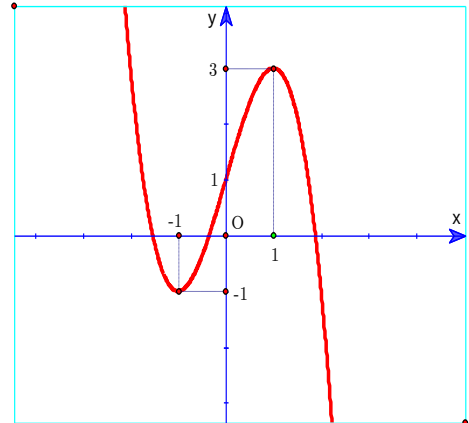
A. Hình 1.



B. Hình 2.

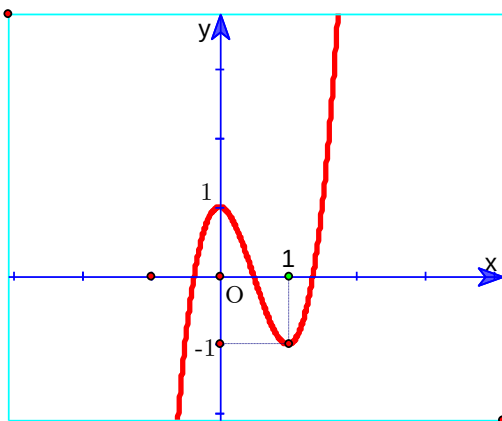


C. Hình 3.

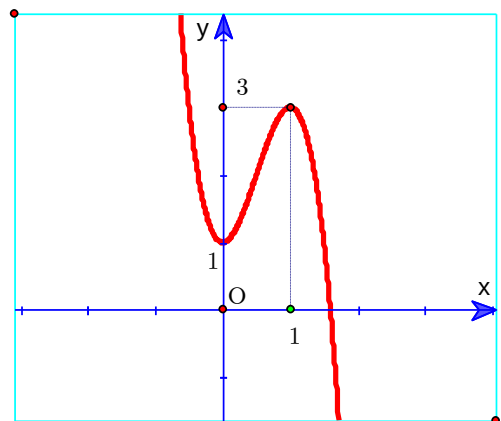


D. Hình 4.

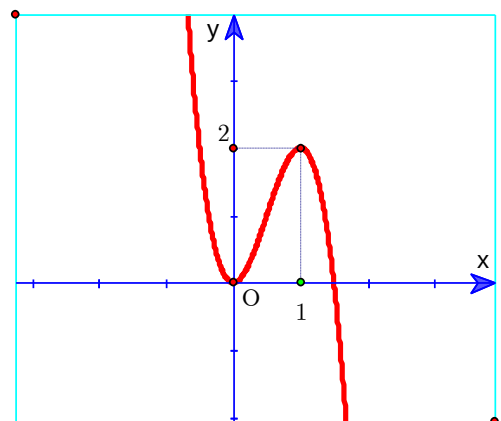
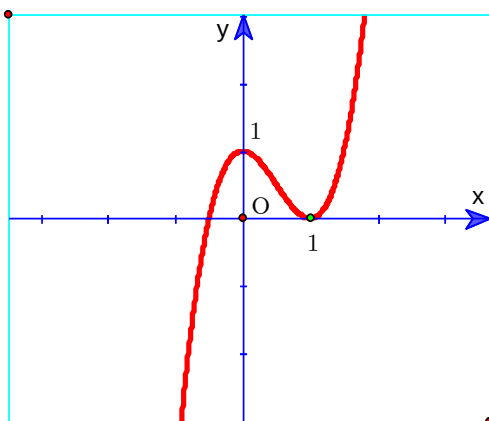
Câu 25. Đồ thị hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$ có dạng:



A. Hình 1.



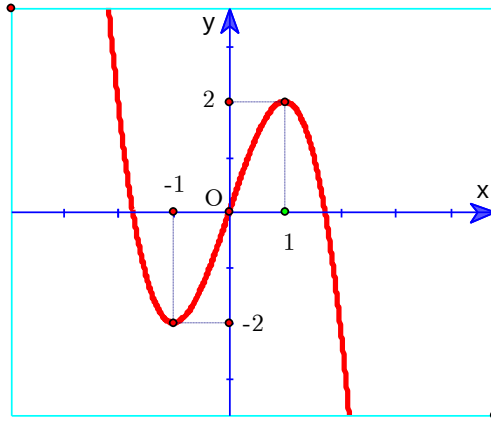
B. Hình 2.



C. Hình 3.

D. Hình 4.

Câu 26. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



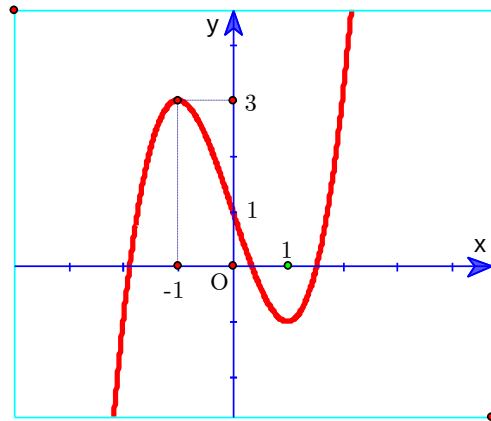
A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = -x^3 + 3x - 1$.

C. $y = -x^3 + 3x$.

D. $y = x^4 - x^2 + 1$.

Câu 27. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



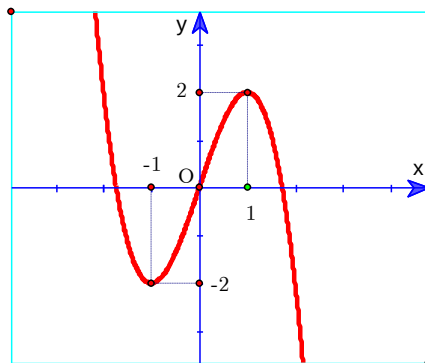
A. $y = x^3 - 3x + 1$.

B. $y = -x^3 + 3x + 1$.

C. $y = -x^2 + x - 1$.

D. $y = x^4 - x^2 + 1$.

Câu 28. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



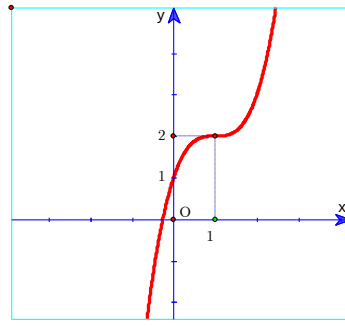
A. $y = -x^3 + 3x - 1$.

B. $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = x^4 - x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x$.

Câu 29. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x + 1$.

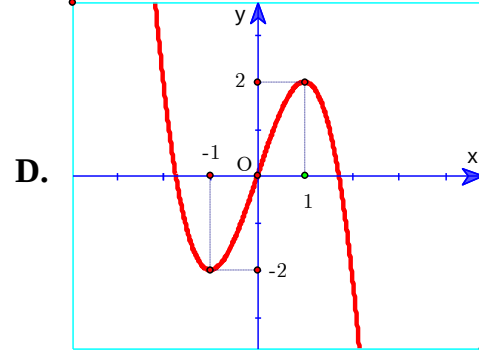
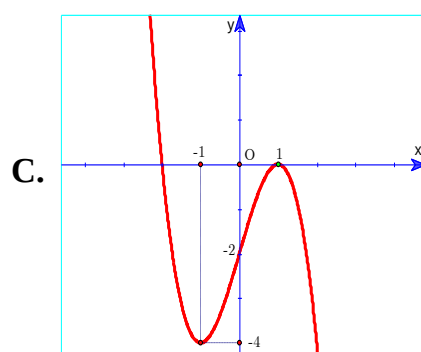
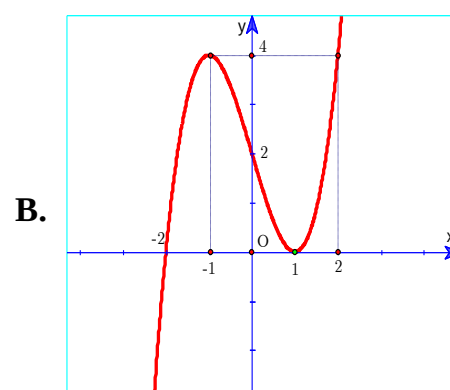
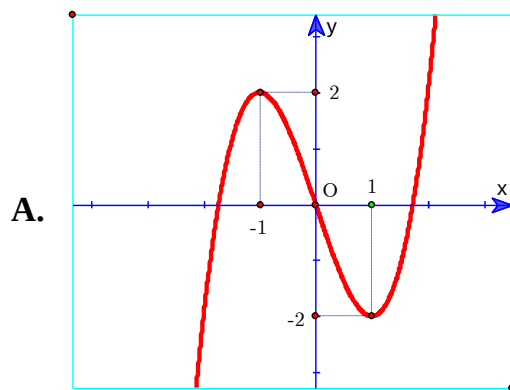
B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$.

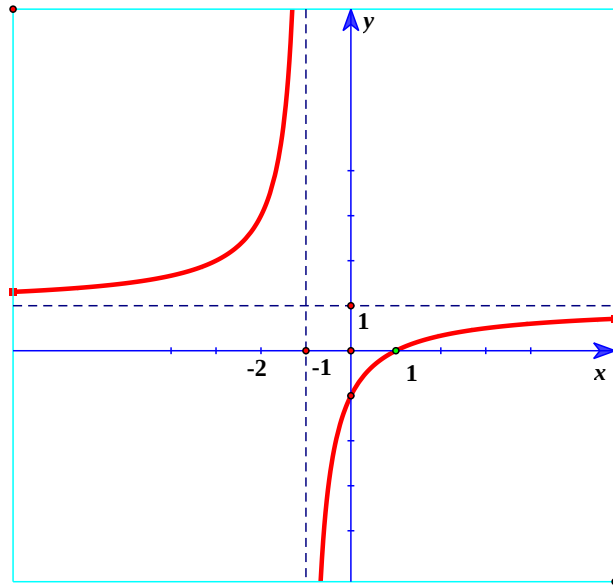
D. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau. Đồ thị nào thể hiện hàm số $y = f(x)$?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow -2$	$\nearrow +\infty$	

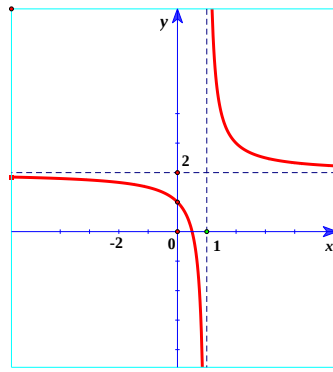


Câu 31. Xác định a, b để hàm số $y = \frac{ax-1}{x+b}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



- A. $a = 1, b = -1$. B. $a = 1, b = 1$. C. $a = -1, b = 1$. D. $a = -1, b = -1$.

Câu 32. Xác định a, b, c để hàm số $y = \frac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



- A. $a = 2, b = -1, c = 1$. B. $a = 2, b = 1, c = 1$.
C. $a = 2, b = 2, c = -1$. D. $a = 2, b = 1, c = -1$.

Câu 33. Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{cx+d}$ có tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = 2$ và đi qua điểm

$A(2; -3)$. Lúc đó hàm số $y = \frac{ax+1}{cx+d}$ là hàm số nào trong bốn hàm số sau:

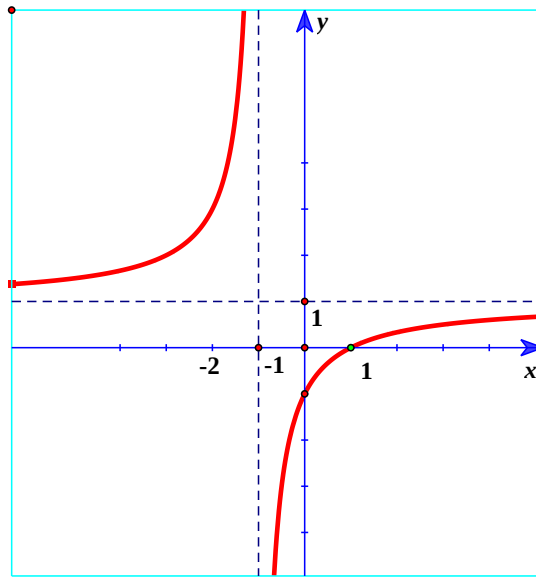
- A. $y = \frac{-3}{5} \cdot \frac{2x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{2x-1}{1-x}$. C. $y = \frac{-2x-1}{-x+1}$. D. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

Câu 34. Bảng biến thiên ở hình bên dưới là bảng biến thiên của một trong bốn hàm số ở các đáp án A, B, C, D. Hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	2	$+\infty$	2
	$-\infty$		

- A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. B. $y = \frac{2x-3}{x-1}$. C. $y = \frac{x+1}{2x-1}$. D. $y = \frac{2x-5}{x+1}$.

Câu 35. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ hình bên. Khẳng định nào đúng?



- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=-1$.
- B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
- D. Hàm số có một cực đại và một cực tiểu.

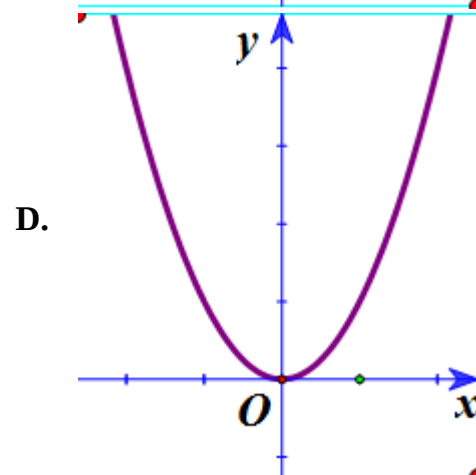
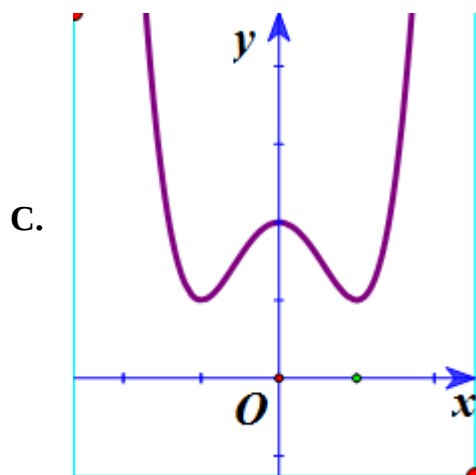
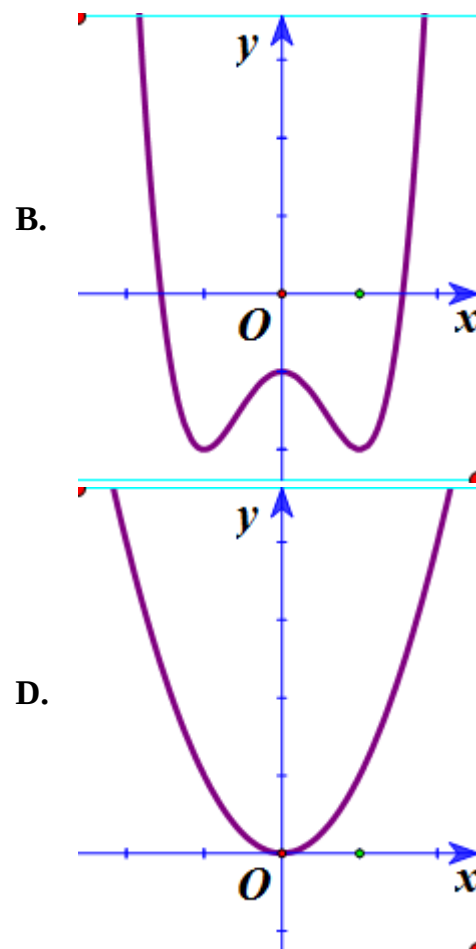
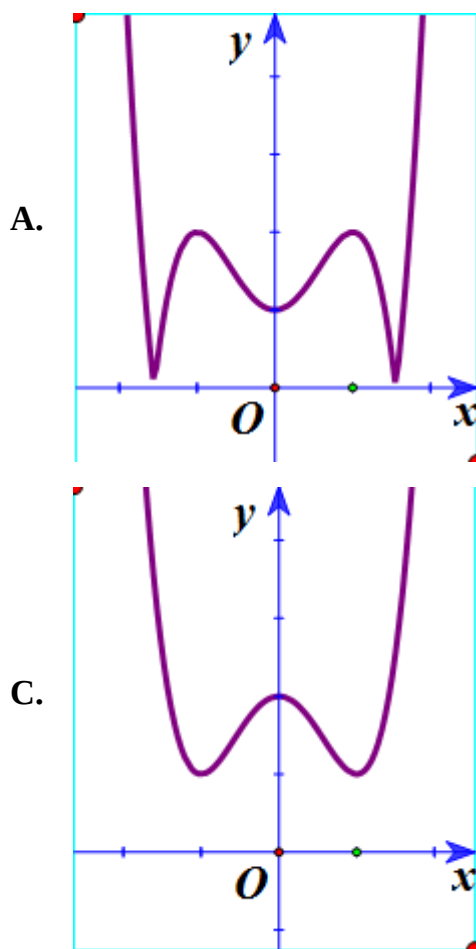
Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'	$-$	$-$	$+$	
y	-1	$+\infty$	0	1

Khẳng định nào sau đây và khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.
- B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.
- C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.
- D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng 0.

Câu 37. Đồ thị của hàm số $y = |x^4 - 2x^2 - 1|$ là đồ thị nào trong các đồ thị sau



Câu 38. Giả sử đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ là (C), khi tịnh tiến (C) theo Ox qua trái 1 đơn vị thì sẽ được đồ thị của một hàm số trong 4 hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = x^4 - 2x^2$.

B. $y = (x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 1$.

C. $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

D. $y = (x+1)^4 - 2(x+1)^2 - 1$.

Câu 39. Giả sử đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ là (C), khi tịnh tiến (C) theo Oy lên trên 1 đơn vị thì sẽ được đồ thị của hàm số

A. $y = x^4 - 2x^2$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

C. $y = (x-1)^4 - 2(x-1)^2 - 1$.

D. $y = (x+1)^4 - 2(x+1)^2 - 1$.

Câu 40. Giả sử đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là (C), khi tịnh tiến (C) theo Oy xuống dưới 1 đơn vị thì sẽ được đồ thị của hàm số:

A. $y = f(x) - 1$.

B. $y = f(x-1)$.

C. $y = f(x) + 1$.

D. $y = f(x+1)$.

Câu 41. Giả sử đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là (C), khi tịnh tiến (C) theo Ox qua phải 1 đơn vị thì sẽ được đồ thị của hàm số:

A. $y = f(x) + 1$.

B. $y = f(x+1)$.

C. $y = f(x-1)$.

D. $y = f(x) - 1$.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'		+	0	-
y			0	

$\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$

	$-\infty$	-4
--	-----------	------

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số có một cực đại bằng 0 và có một cực tiểu bằng -4 .
- B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -4 .
- C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3 và giá trị cực đại bằng 1.
- D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và đạt cực đại tại $x=3$.

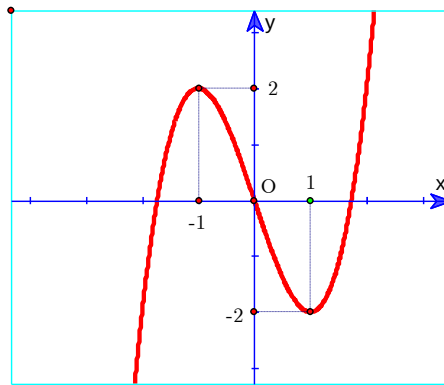
Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y		0		-4		$+\infty$
	$-\infty$					

Khẳng định nào sau đây đúng?

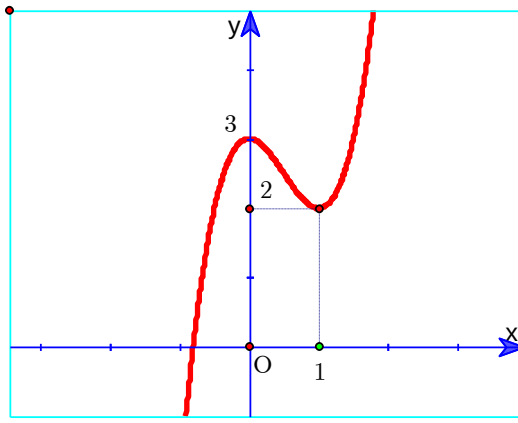
- A. Hàm số có một cực đại bằng 0 và có một cực tiểu bằng -4 .
- B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -4 .
- C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3 và giá trị cực đại bằng 1.
- D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và đạt cực đại tại $x=3$.

Câu 44. Cho đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$ như hình sau. Chọn đáp án đúng?



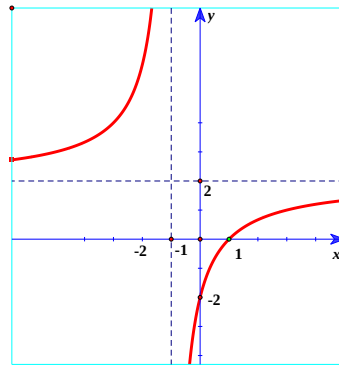
- A. Phương trình $f''(x) = 0$ có nghiệm là $x=0$.
- B. Hàm số đồng biến trên đoạn $(-2;1)$ và $(1;2)$.
- C. Hàm số không có cực trị.
- D. Hàm số có hệ số $a < 0$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Nhận xét nào sau đây là **sai** ?

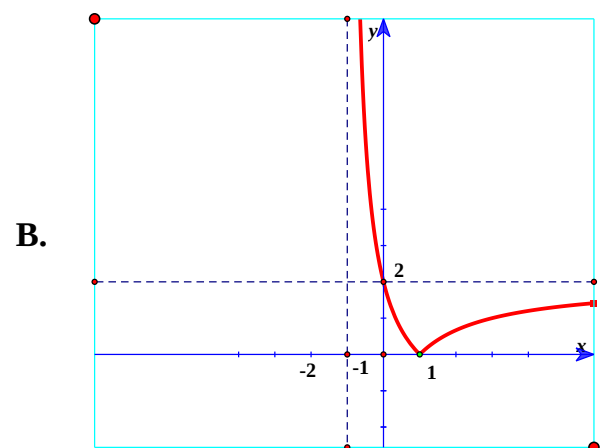
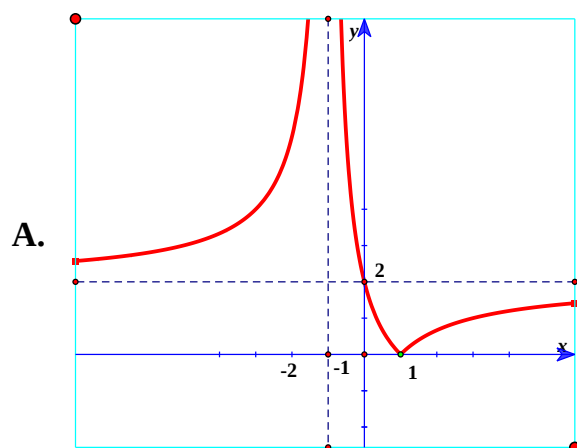


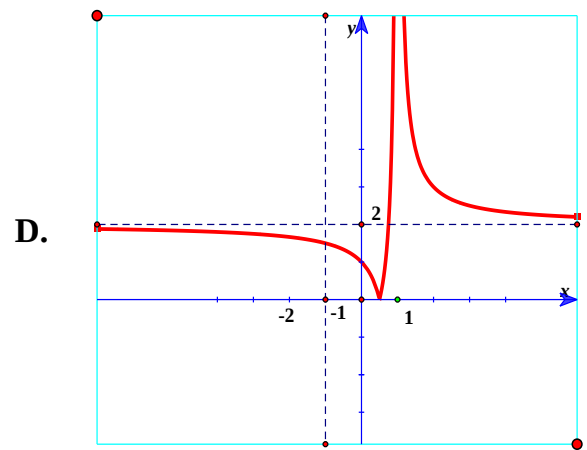
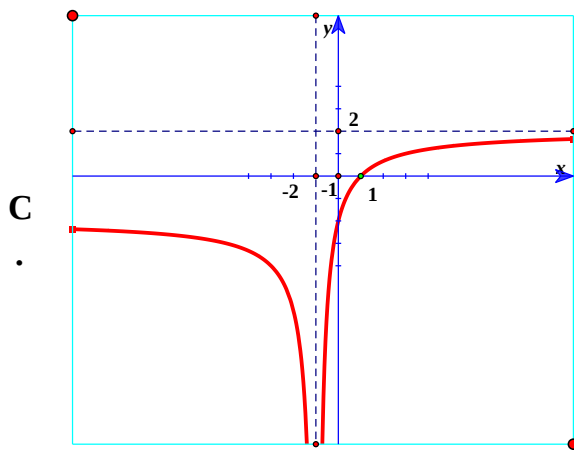
- A. Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x=0$ và $x=1$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$ và $(1; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 46. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ là hình vẽ sau:

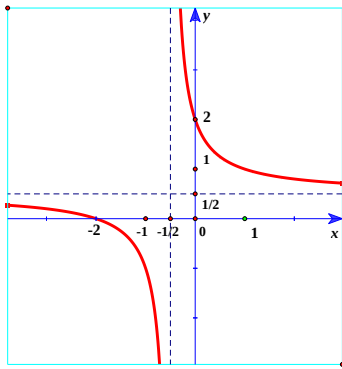


Đồ thị hàm số $y = \left| \frac{2x-2}{x+1} \right|$ là hình vẽ nào trong 4 hình vẽ sau:

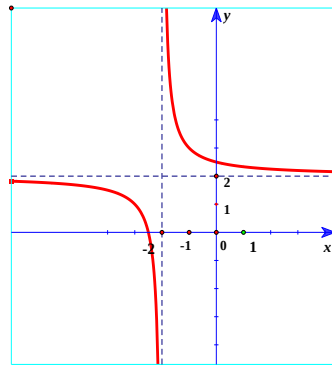




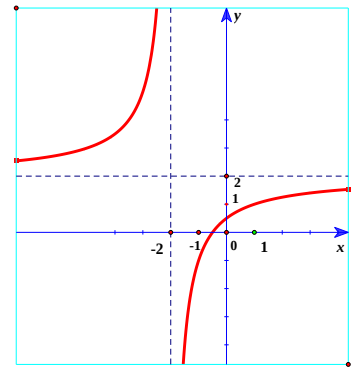
Câu 47. Cho hàm số $y = \frac{mx+1}{x+m}$. Các đồ thị nào dưới đây có thể là đồ thị biểu diễn hàm số đã cho? Hãy chọn đáp án **sai**?



Hình (I)



Hình (II)



Hình (III)

A. Hình (I) và (III). B. Hình (III). C. Hình (I). D. Hình (II).

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'	-		+	
y	-1	$+\infty$	0	1

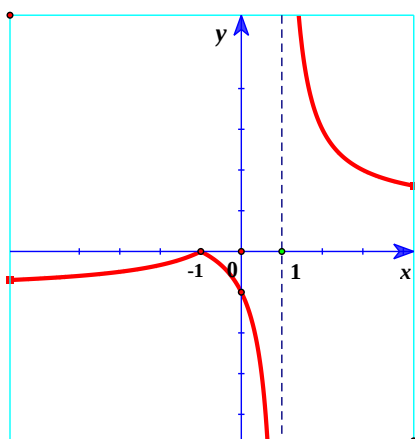
Arrows indicate the function values at the boundaries of the intervals: from -1 to $-\infty$ in the first interval, from $+\infty$ to 0 in the second interval, and from 0 to 1 in the third interval.

Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên là hàm số nào dưới đây:

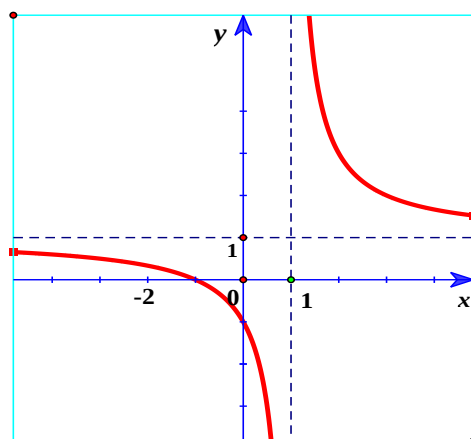
A. $y = \frac{1}{x(x+1)}$. B. $y = |x|(x+1)$. C. $y = \frac{x}{|x+1|}$. D. $y = \frac{|x|}{x+1}$.

Câu 49. Đồ thị hàm số $y = \frac{|x+1|}{x-1}$ là hình vẽ nào trong các hình vẽ sau:

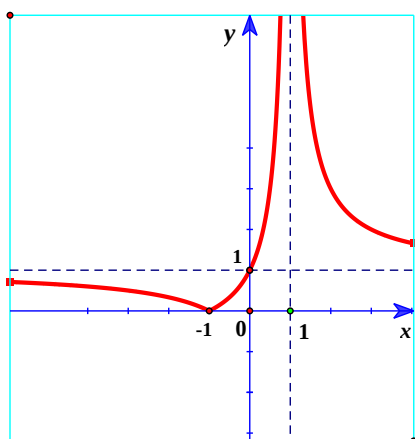
A.



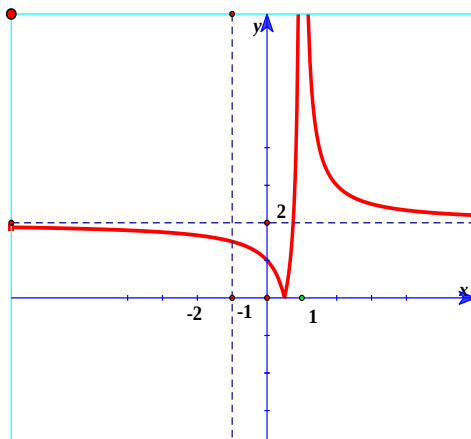
B.



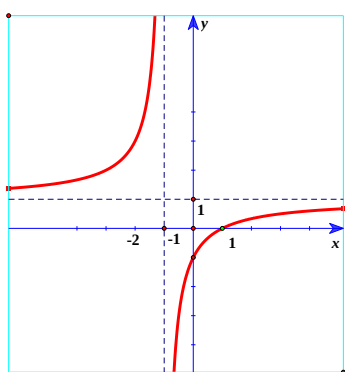
C.



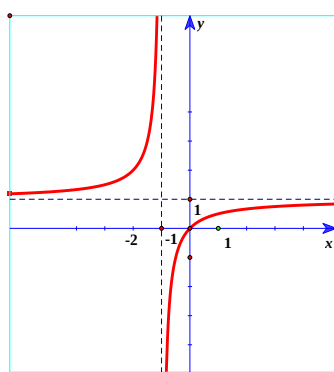
D.



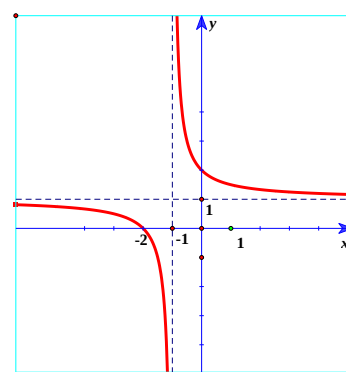
Câu 50. Cho hàm số $y = \frac{x - m^2 - 1}{x + 1}$. Các đồ thị nào dưới đây có thể là đồ thị biểu diễn hàm số đã cho?



Hình (I)



Hình (II)

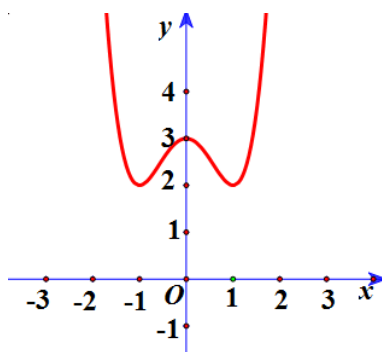


Hình (III)

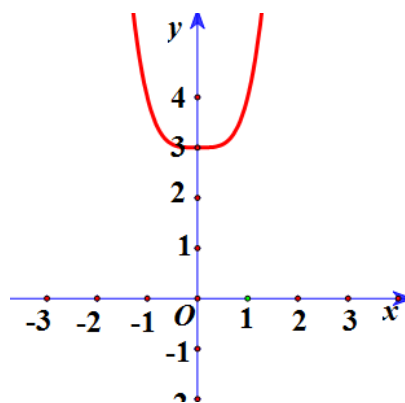
A. Hình (I) và (II). **B.** Hình (I). **C.** Hình (I) và (III). **D.** Hình (III).

Câu 51. Cho hàm số $y = x^4 - (m^2 + 1)x^2 + 3$. Đồ thị nào dưới đây có thể là đồ thị của hàm số đã cho?

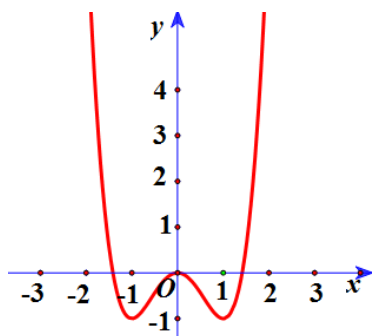
A.



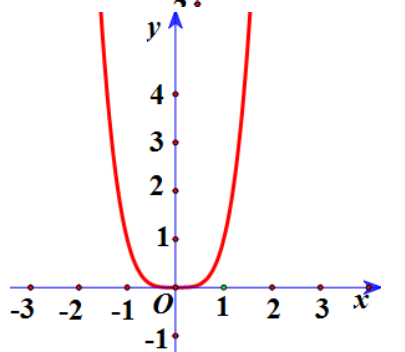
B.



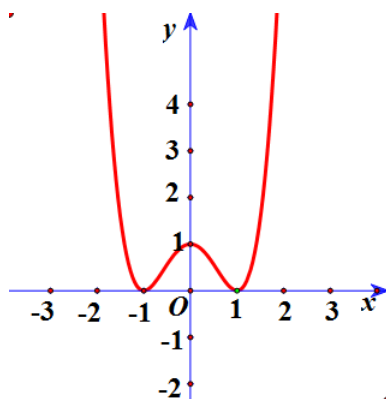
C.



D.



Câu 52. Giả sử hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



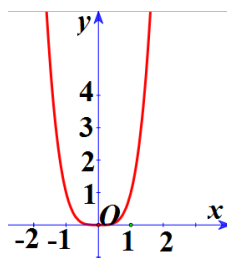
A. $a < 0, b > 0, c = 1$.

B. $a > 0, b > 0, c = 1$.

C. $a > 0, b < 0, c = 1$.

D. $a > 0, b > 0, c > 0$.

Câu 53. Giả sử hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó:



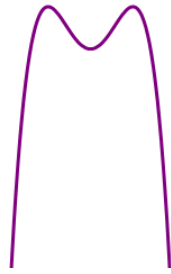
A. $a > 0, b > 0, c > 0$.

B. $a > 0, b \geq 0, c = 0$.

C. $a < 0, b \leq 0, c = 0$.

D. $a > 0, b < 0, c = 0$.

Câu 54. Giả sử hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó

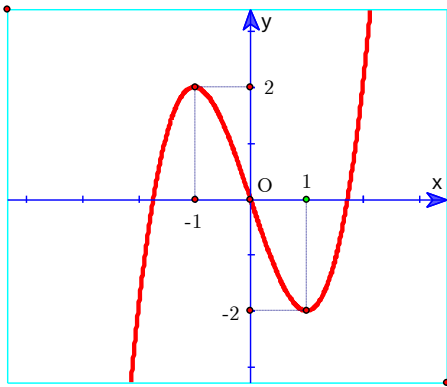


A. $a > 0, b < 0, c > 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c > 0$. **C.** $a < 0, b > 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b > 0$.

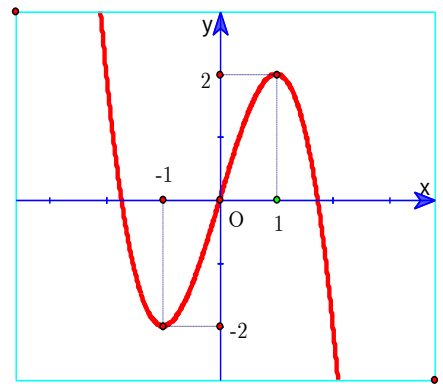
Câu 55. Cho hàm số $y = x^4 + bx^2 + c$ có đồ thị (C). Chọn khẳng định đúng nhất:

- A.** Đồ thị (C) có ít nhất một điểm cực đại.
- B.** Đồ thị (C) có đúng một điểm cực tiểu.
- C.** Đồ thị (C) có ít nhất một điểm cực tiểu.
- D.** Đồ thị (C) có đúng một điểm cực đại.

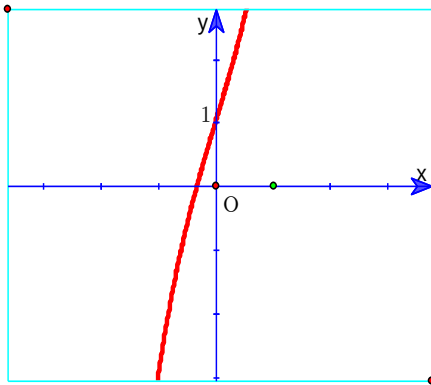
Câu 56. Cho hàm số bậc 3 có dạng: $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.



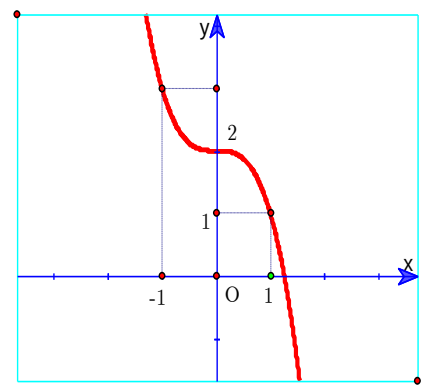
(I)



(II)



(III)

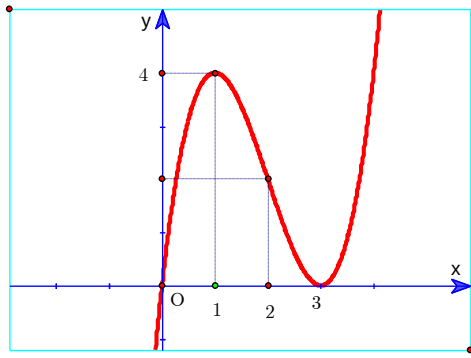


(IV)

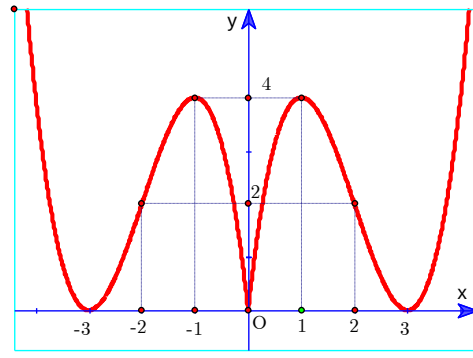
Hãy chọn đáp án đúng?

- A.** Đồ thị (IV) xảy ra khi $a > 0$ và $f'(x) = 0$ có nghiệm kép.
- B.** Đồ thị (II) xảy ra khi $a \neq 0$ và $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.
- C.** Đồ thị (I) xảy ra khi $a < 0$ và $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.
- D.** Đồ thị (III) xảy ra khi $a > 0$ và $f'(x) = 0$ vô nghiệm.

Câu 57. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

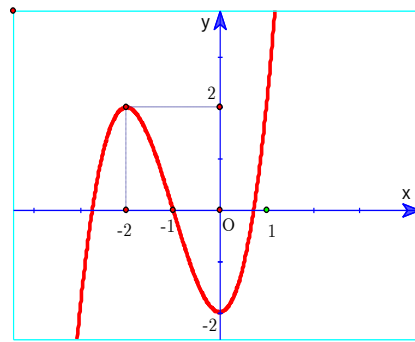
A. $y = |x|^3 + 6|x|^2 + 9|x|$.

B. $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$.

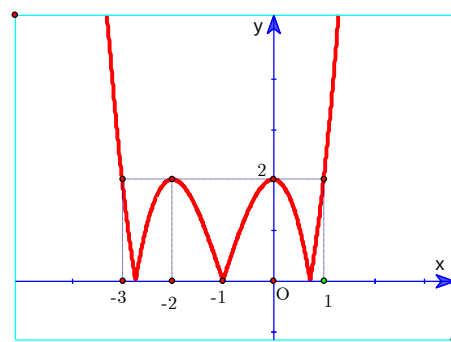
C. $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$.

D. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$.

Câu 58. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

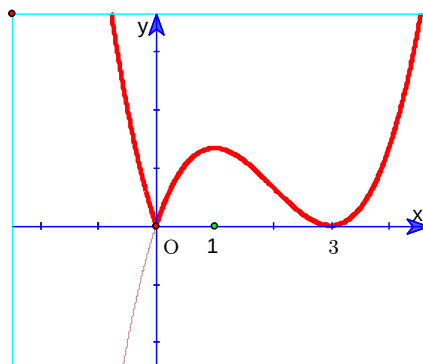
A. $y = -x^3 - 3x^2 + 2$.

B. $y = |x|^3 + 3|x|^2 - 2$.

C. $y = ||x|^3 + 3x^2 - 2|$.

D. $y = |x^3 + 3x^2 - 2|$.

Câu 59. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?



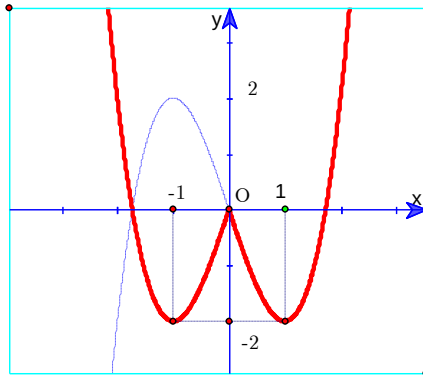
A. $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$.

B. $y = |x|^3 - 2x^2 + 3|x|$.

C. $y = |x^3 - 2x^2 + 3x|$.

D. $y = \frac{1}{3}|x|^3 - 2x^2 + 3|x|$.

Câu 60. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?



A. $y = |x^3| - 3|x|$. B. $y = |x^3 + 3x|$. C. $y = |x|^3 + 3|x|$. D. $y = |x^3 - 3x|$.

D. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I – ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	A	B	A	C	A	D	B	B	A	C	D	C	A	C	D	C	B	A	A

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	D	C	A	A	A	A	B	C	D	B	D	B	A	C	A	A	D	A	A

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
C	A	A	A	B	A	D	D	A	B	A	C	B	D	C	D	B	D	A	A