

BÀI 5. SỐ GẦN ĐÚNG, SAI SỐ

I. LÝ THUYẾT

1. Số gần đúng.

Trong nhiều trường hợp ta không thể biết được giá trị đúng của đại lượng mà ta chỉ biết số gần đúng của nó.

Ví dụ: giá trị gần đúng của π là 3,14 hay 3,14159; còn đối với $\sqrt{2}$ là 1,41 hay 1,414;

Như vậy có sự sai lệch giữa giá trị chính xác của một đại lượng và giá trị gần đúng của nó. Để đánh giá mức độ sai lệch đó, người ta đưa ra khái niệm sai số tuyệt đối.

2. Sai số tuyệt đối:

a) Sai số tuyệt đối của số gần đúng

Nếu a là số gần đúng của $\bar{a}$ thì $\Delta_a = |\bar{a} - a|$ được gọi là **sai số tuyệt đối** của số gần đúng a .

Độ chính xác của một số gần đúng

Trong thực tế, nhiều khi ta không biết $\bar{a}$ nên ta không tính được Δ_a . Tuy nhiên ta có thể đánh giá Δ_a không vượt quá một số dương d nào đó.

Nếu $\Delta_a \leq d$ thì $a - d \leq \bar{a} \leq a + d$, khi đó ta viết $\bar{a} = a \pm d$

d gọi là **độ chính xác của số gần đúng**.

b) Sai số tương đối

Sai số tương đối của số gần đúng a , kí hiệu là δ_a là tỉ số giữa sai số tuyệt đối và $|a|$, tức là $\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|}$.

Nhận xét: Nếu $\bar{a} = a \pm d$ thì $\Delta_a \leq d$ suy ra $\delta_a \leq \frac{d}{|a|}$. Do đó $\frac{d}{|a|}$ càng nhỏ thì chất lượng của

phép đo đặc hay tính toán càng cao.

3. Quy tròn số gần đúng

Nguyên tắc quy tròn các số như sau:

Nếu chữ số **ngay sau hàng quy tròn** nhỏ hơn 5 thì ta chỉ việc thay chữ số đó và các chữ số bên phải nó bởi 0.

Nếu chữ số **ngay sau hàng quy tròn** lớn hơn hay bằng 5 thì ta thay chữ số đó và các chữ số bên phải nó bởi 0 và cộng thêm một đơn vị vào số hàng làm tròn.

Nhận xét: Khi thay số đúng bởi số qui tròn đến một hàng số nào đó thì sai số tuyệt đối của số qui tròn không vượt quá nửa đơn vị của hàng qui tròn.

Như vậy, độ chính xác của số qui tròn bằng nửa đơn vị của hàng qui tròn.

Chú ý: Các viết số quy tròn của số gần đúng căn cứ vào độ chính xác cho trước.

Cho số gần đúng a với độ chính xác d . Khi được yêu cầu quy tròn a mà không nói rõ quy tròn đến hàng nào thì ta quy tròn a đến hàng cao nhất mà d nhỏ hơn một đơn vị của hàng đó.

II. DẠNG TOÁN

1. Dạng 1: Tính sai số tuyệt đối, độ chính xác của một số gần đúng.

A. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Kết quả đo chiều dài của một cây cầu được ghi là $152m \pm 0,2m$, điều đó có nghĩa là gì?

A. Chiều dài đúng của cây cầu là một số nằm trong khoảng từ 151,8m đến 152,2m.

B. Chiều dài đúng của cây cầu là một số lớn hơn 152 m.

C. Chiều dài đúng của cây cầu là một số nhỏ hơn 152 m.

D. Chiều dài đúng của cây cầu là 151,8 m hoặc là 152,2 m.

Giải

Kết quả đo chiều dài của một cây cầu được ghi là $152m \pm 0,2m$ có nghĩa là chiều dài đúng của cây cầu là một số nằm trong khoảng từ $151,8m$ đến $152,2m$.

- Ví dụ 2:** Khi tính diện tích hình tròn bán kính $R = 3cm$, nếu lấy $\pi = 3,14$ thì độ chính xác là bao nhiêu?
A. $d = 0,009$. **B.** $d = 0,09$. **C.** $d = 0,1$. **D.** $d = 0,01$

Giải

Ta có diện tích hình tròn $S = 3,14 \cdot 3^2$ và $\bar{S} = \pi \cdot 3^2 = 9\pi$

Ta có: $3,14 < \pi < 3,15 \Rightarrow 3,14 \cdot 9 < 9\pi < 3,15 \cdot 9 \Rightarrow 28,26 < \bar{S} < 28,35$

Do đó: $\bar{S} - S = \bar{S} - 28,26 < 28,35 - 28,26 = 0,09 \Rightarrow \Delta(S) = |\bar{S} - S| < 0,09$

Vậy nếu ta lấy $\pi = 3,14$ thì diện tích hình tròn là $S = 28,26cm^2$ với độ chính xác $d = 0,09$.

- Ví dụ 3:** Cho giá trị gần đúng của $\frac{8}{17}$ là $0,47$. Sai số tuyệt đối của $0,47$ là:

- A.** $0,001$. **B.** $0,002$. **C.** $0,003$. **D.** $0,004$

Giải

Ta có $\left| 0,47 - \frac{8}{17} \right| < 0,00059$ suy ra sai số tuyệt đối của $0,47$ là $0,001$.

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

- Câu 1.** Cho giá trị gần đúng của $\frac{3}{7}$ là $0,429$. Sai số tuyệt đối của $0,429$ là:
A. $0,0001$. **B.** $0,0002$. **C.** $0,0004$. **D.** $0,0005$.
- Câu 2.** Nếu lấy $3,14$ làm giá trị gần đúng của π thì sai số là:
A. $0,001$. **B.** $0,002$. **C.** $0,003$. **D.** $0,004$.
- Câu 3.** Cho giá trị gần đúng của $\frac{23}{7}$ là $3,28$. Sai số tuyệt đối của số $3,28$ là:
A. $0,04$. **B.** $\frac{0,04}{7}$. **C.** $0,06$. **D.** Đáp án khác.
- Câu 4.** Trái đất quay một vòng quanh mặt trời là 365 ngày. Kết quả này có độ chính xác là $\frac{1}{4}$ ngày. Sai số tuyệt đối là:
A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{365}$. **C.** $\frac{1}{1460}$. **D.** Đáp án khác.
- Câu 5.** Một hình chữ nhật có các cạnh: $x = 4,2m \pm 1cm$, $y = 7m \pm 2cm$. Chu vi của hình chữ nhật và sai số tuyệt đối của giá trị đó.
A. $22,4m$ và $3cm$. **B.** $22,4m$ và $1cm$. **C.** $22,4m$ và $2cm$. **D.** $22,4m$ và $6cm$.
- Câu 6.** Hình chữ nhật có các cạnh: $x = 2m \pm 1cm$, $y = 5m \pm 2cm$. Diện tích hình chữ nhật và sai số tuyệt đối của giá trị đó là:
A. $10m^2$ và $900cm^2$. **B.** $10m^2$ và $500cm^2$. **C.** $10m^2$ và $400cm^2$. **D.** $10m^2$ và $1404cm^2$.
- Câu 7.** Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh $a = 12cm \pm 0,2cm$; $b = 10,2cm \pm 0,2cm$; $c = 8cm \pm 0,1cm$. Tính chu vi P của tam giác đó.
A. $P = 30,2cm \pm 0,2cm$. **B.** $P = 30,2cm \pm 0,5cm$.
C. $P = 30,2cm \pm 2cm$. **D.** $P = 30,2cm \pm 1cm$

2. Dạng 2: Sai số tương đối của số gần đúng

A. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 4: Kết quả đo chiều dài của một cây cầu được ghi là $152m \pm 0,2m$. Tìm sai số tương đối của phép đo chiều dài cây cầu.

- A.** $\delta_a < 0,1316\%$. **B.** $\delta_a < 1,316\%$. **C.** $\delta_a = 0,1316\%$. **D.** $\delta_a > 0,1316\%$

Giải

Ví dụ 5: Bạn A đo chiều dài của một sân bóng ghi được $250 \pm 0,2m$. Bạn B đo chiều cao của một cột cờ được $15 \pm 0,1m$. Trong 2 bạn A và B, bạn nào có phép đo chính xác hơn và sai số tương đối trong phép đo của bạn đó là bao nhiêu?

- A.** Bạn A đo chính xác hơn bạn B với sai số tương đối là 0,08%.
B. Bạn B đo chính xác hơn bạn A với sai số tương đối là 0,08%.
C. Hai bạn đo chính xác như nhau với sai số tương đối bằng nhau là 0,08%.
D. Bạn A đo chính xác hơn bạn B với sai số tương đối là 0,06%.

Giải

Phép đo của bạn A có sai số tương đối $\delta_1 \leq \frac{0,2}{250} = 0,0008 = 0,08\%$

Phép đo của bạn B có sai số tương đối $\delta_2 \leq \frac{0,1}{15} = 0,0066 = 0,66\%$

Như vậy phép đo của bạn A có độ chính xác cao hơn.

Ví dụ 6: Hãy xác định sai số tuyệt đối của số $a = 123456$ biết sai số tương đối $\delta_a = 0,2\%$

- A.** 146,912. **B.** 617280. **C.** 24691,2. **D.** 61728000

Giải

Ta có $\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|} \Rightarrow \Delta_a = \delta_a |a| = 146,912$.

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Câu 8. Độ dài của cầu Bến Thủy 2 (Nghệ An) người ta đo được là $996m \pm 0,5m$. Sai số tương đối tối đa trong phép đo đó là bao nhiêu?

- A.** 0,05%. **B.** 0,5%. **C.** 0,005%. **D.** 0,06%.

Câu 9. Cho $\bar{a} = \frac{1}{1+x}$, $0 < x < 1$. Giả sử ta lấy số $a = 1-x$ làm giá trị gần đúng của $\bar{a}$. Hãy tính sai số tương đối của a theo x.

- A.** x^2 . **B.** $x^2\%$. **C.** $2x$. **D.** $2x^2$.

Câu 10. Hãy xác định sai số tuyệt đối của số $a = 1,24358$ biết sai số tương đối $\delta_a = 0,5\%$

- A.** 0,0062179. **B.** 0,00062179. **C.** 0,062179. **D.** 0,00248716.

Câu 11. Hình chữ nhật có các cạnh: $x = 2m \pm 1cm$, $y = 5m \pm 2cm$. Diện tích hình chữ nhật và sai số tương đối của giá trị đó là:

- A.** $10m^2$ và 5^0_{00} . **B.** $10m^2$ và 4^0_{00} . **C.** $10m^2$ và 9^0_{00} . **D.** $10m^2$ và 20^0_{00} .

Câu 12. Hình chữ nhật có các cạnh: $x = 2m \pm 1cm$, $y = 5m \pm 2cm$. Chu vi hình chữ nhật và sai số tương đối của giá trị đó là:

- A.** $22,4m$ và $\frac{1}{2240}$. **B.** $22,4m$ và $\frac{6}{2240}$. **C.** $22,4m$ và $6cm$. **D.** Một đáp số khác

3. Dạng 3 : Quy tròn số gần đúng

Phương pháp giải

Tùy theo mức độ cho phép, ta có thể quy tròn một số đếm đến hàng đơn vị, hàng chục, hàng trăm,... hay đến hàng phần chục, hàng phần trăm,... (gọi là hàng quy tròn) theo nguyên tắc sau:

Nếu chữ số *ngay sau hàng quy tròn nhỏ hơn 5* thì ta chỉ việc thay thế chữ số đó và các chữ số bên phải nó bởi số 0.

Nếu chữ số *ngay sau hàng quy tròn lớn hơn 5* thì ta chỉ việc thay thế chữ số đó và các chữ số bên phải nó bởi số 0 và cộng thêm một đơn vị ở chữ số ở hàng quy tròn.

Ví dụ: Các số quy tròn của số x theo từng hàng cho trong bảng sau:

Quy tròn đến	Hàng chục	Hàng đơn vị	Hàng phần chục	Hàng phần trăm	Hàng phần nghìn
$x = 549,2705$	550	549	549,3	549,27	549,271
$x = 397,4619$	400	397	397,5	397,46	397,462

Nhận xét:

Khi thay số đúng bởi số quy tròn thì sai số tuyệt đối không vượt quá *nửa đơn vị* của hàng quy tròn.

Nếu $\bar{a} = a \pm d$ thì ta quy tròn số a đến hàng lớn hơn hàng của d một đơn vị.

A. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 7: Tìm số gần đúng của $a = 2851275$ với độ chính xác $d = 300$

- A.** 2851000. **B.** 2851575. **C.** 2850025. **D.** 2851200

Giải

Vì độ chính xác đến hàng *trăm* nên ta quy tròn a đến hàng **ng nghìn**, vậy số quy tròn của a là 2851000.

Ví dụ 8: Tìm số gần đúng của $a = 5,2463$ với độ chính xác $d = 0,001$.

- A.** 5,25. **B.** 5,24. **C.** 5,246. **D.** 5,2

Giải

Vì độ chính xác đến hàng *phần nghìn* nên ta quy tròn a đến hàng *phần trăm*, vậy số quy tròn của a là 5,25.

Ví dụ 9: Sử dụng máy tính bỏ túi, hãy viết giá trị gần đúng của $\sqrt{3}$ chính xác đến hàng phần trăm

- A.** 1,73. **B.** 1,732. **C.** 1,7. **D.** 1,7320

Giải

Sử dụng máy tính bỏ túi ta có $\sqrt{3} = 1,732050808$. Do đó: Giá trị gần đúng của $\sqrt{3}$ chính xác đến hàng phần trăm là 1,73.

Ví dụ 10: Hãy viết số quy tròn của số a với độ chính xác d được cho sau đây: $\bar{a} = 17658 \pm 16$.

- A.** 17700. **B.** 17660. **C.** 18000. **D.** 17674

Giải

Vì độ chính xác đến hàng chục nên ta phải quy tròn số 17638 đến hàng trăm. Vậy số quy tròn là 17700 (hay viết $\bar{a} \approx 17700$).

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Câu 13. Cho số gần đúng $a = 23748023$ với độ chính xác $d = 101$. Hãy viết số quy tròn của số a

- A.** 23749000. **B.** 23748000. **C.** 23746000. **D.** 23747000.

Câu 14. Cho giá trị gần đúng của π là $a = 3,141592653589$ với độ chính xác 10^{-10} . Hãy viết số quy tròn của số a

- A.** $a = 3,141592654$. **B.** $a = 3,1415926536$. **C.** $a = 3,141592653$. **D.** $a = 3,1415926535$.

Câu 15. Hãy viết số quy tròn của số gần đúng $a = 15,318$ biết $\bar{a} = 15,318 \pm 0,056$.

- A.** 15,3. **B.** 15,31. **C.** 15,32. **D.** 15,4.