

Bài 2. TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTOR

Phần 1. Lý thuyết trọng tâm

2.1. Tổng của hai vector

Định nghĩa tổng của hai vector:

Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

Lấy một điểm A tùy ý, vẽ $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$.

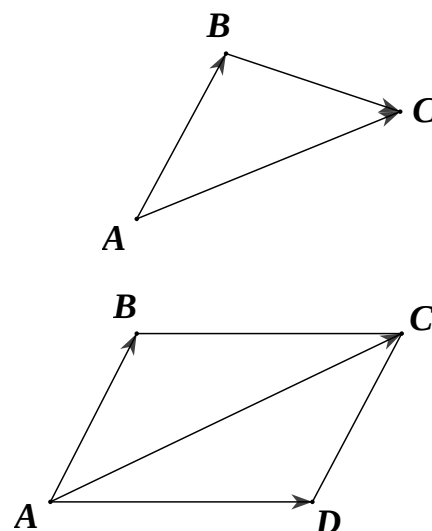
Vector $\overrightarrow{AC}$ được gọi là tổng của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Kí hiệu là $\vec{a} + \vec{b}$.

2.2. Các tính chất của phép cộng.

- Tính chất giao hoán $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$
- Tính chất kết hợp $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$
- Tính chất của vector – không $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$

2.3. Các quy tắc cần nhớ.

- Quy tắc ba điểm: Với 3 điểm tùy ý A, B, C ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
- Quy tắc hình bình hành: Nếu ABCD là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$



Ví dụ 2.1.

Cho hình bình hành ABCD và 1 điểm M tùy ý. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$

Ta có: $\overrightarrow{VT} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} = (\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}) + (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$ (do ABCD là hình bình hành nên $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DC}$ đối nhau nên $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$)

Ví dụ 2.2. Chứng minh I là trung điểm của AB $\Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

I là trung điểm của AB $\Leftrightarrow IA = IB$ và $\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB}$ ngược hướng $\Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

2.4. Hiệu của hai vector

2.4.1. Vector đối của một vector

- Nếu $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$ thì ta nói vector $\vec{a}$ là vector đối của $\vec{b}$ (hoặc $\vec{b}$ là vector đối của $\vec{a}$).
- Vector đối của vector $\vec{a}$ là vector ngược hướng với vector $\vec{a}$ và có cùng độ dài với vector $\vec{a}$.

Ví dụ 2.3.

- Vector đối của vector $\vec{0}$ là vector $\vec{0}$.

- Vector đối của vector $-\vec{AB}$ là vector $\vec{BA}$.

2.4.2. Định nghĩa hiệu của hai vector

• Hiệu của hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu: $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$

• Quy tắc về hiệu của hai vector: Nếu vector $\vec{AB}$ đã cho thì với điểm

O bất kì, ta có: $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$

Ví dụ 2.4. Cho hình bình hành ABCD có tâm O. Chứng minh rằng :

a) $\vec{CO} - \vec{OB} = \vec{BA}$

VT= $\vec{OA} - \vec{OB}$ (do $\vec{CO} = \vec{OA}$) = $\vec{BA}$ = VP

b) $\vec{AB} - \vec{BC} = \vec{DB}$

VT= $\vec{AB} - \vec{AD}$ (do $\vec{BC} = \vec{AD}$) = $\vec{DB}$ = VP

c) $\vec{DA} - \vec{DB} = \vec{OD} - \vec{OC}$

VT= $\vec{BA}$; VP= $\vec{CD}$. Mà $\vec{BA} = \vec{CD}$ nên suy ra VT=VP

d) $\vec{DA} - \vec{DB} + \vec{DC} = \vec{0}$

VT= $\vec{BA} + \vec{DC} = \vec{0}$ = VP (do $\vec{BA}, \vec{DC}$ đối nhau)

Phần 2. Bài tập.

I. Bài tập tư luận

Bài 1. Chứng minh rằng nếu $\vec{AB} = \vec{CD}$ thì $\vec{AC} = \vec{BD}$.

Bài 2. Tứ giác ABCD là hình gì nếu $\vec{AB} = \vec{DC}$ và $|\vec{AB}| = |\vec{BC}|$?

Bài 3. Cho hình bình hành ABCD có tâm O và điểm M tùy ý. Chứng minh rằng :

a. $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$

b. $\vec{CO} - \vec{CB} = \vec{BA}$

c. $\vec{AB} - \vec{BC} = \vec{DB}$

d. $\vec{DA} - \vec{DB} = \vec{OD} - \vec{OC}$

f. $\vec{DA} - \vec{DB} + \vec{DC} = \vec{0}$

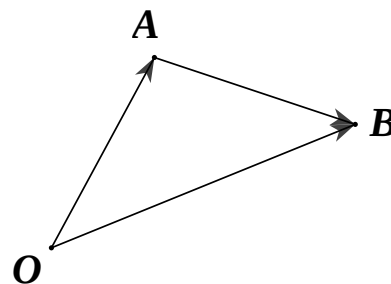
g. $\vec{BD} + \vec{AC} = \vec{AD} + \vec{BC}$

Bài 4. Chứng minh rằng đối với tứ giác ABCD bất kì ta luôn có

a. $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA} = \vec{0}$

b. $\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{CB} - \vec{CD}$.

Bài 5. Cho 4 điểm A, B, C, D. Chứng minh:



a. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$ b. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD}$ c. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$

Bài 6. Cho 5 điểm A, B, C, D, E . Chứng minh:

a. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{ED}$ b. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$

Bài 7. Cho tam giác ABC . Bên ngoài của tam giác vẽ các hình bình hành $ABIJ, BCPQ, CARS$. Chứng minh rằng $\overrightarrow{RJ} + \overrightarrow{IQ} + \overrightarrow{PS} = \vec{0}$

II. Câu hỏi trắc nghiệm

Câu 1. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3, BC = 4$. Độ dài của $\overrightarrow{AC}$ là:

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 9

Câu 2. Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào đúng?

- A. $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC}$ B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$ D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$

Câu 3. Cho hai điểm A và B phân biệt. Điều kiện để I là trung điểm AB là:

- A. $IA = IB$ B. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$ C. $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$ D. $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BI}$

Câu 4. Cho ΔABC cân ở A , đường cao AH . Câu nào sau đây **sai**:

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{HC} = -\overrightarrow{HB}$ C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$ D. $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{AC}$

Câu 5. Cho đường tròn tâm O và hai tiếp tuyến song song với nhau tiếp xúc với (O) tại hai điểm A và B . Câu nào sau đây đúng:

- A. $\overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{OB}$ B. $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{OB}$ C. $OA = -OB$ D. $AB = -BA$

Câu 6. Cho ΔABC đều, cạnh a . Câu nào sau đây đúng:

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$ B. $\overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AB}$
C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{CA}| = a$ D. $\overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{BC}$

Câu 7. Cho ΔABC , với M là trung điểm của BC . Tìm câu đúng:

- A. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$ B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}$
C. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$ D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM}$

Câu 8. Cho ΔABC với M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Tìm câu **sai**:

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$ B. $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CN} = \vec{0}$
C. $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM} = \vec{0}$ D. $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MP}$

Câu 9. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Vector nào trong các vector dưới đây bằng $\overrightarrow{CA}$?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$

B. $-\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$

C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA}$

D. $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CB}$

Câu 10. Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để I là trung điểm của đoạn thẳng AB .

A. $IA = IB$

B. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

C. $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

D. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$

Câu 11. Cho ba điểm ABC . Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng:

A. $AB + BC = AC$

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow |\overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{BC}|$

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BC}$

Câu 12. Cho bốn điểm $ABCD$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng:

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA}$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB}$

Câu 13. Cho hình vuông $ABCD$, trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng ?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$

D. $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB}|$

Câu 14. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{BD}$

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{DB}$

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{CD}$