

Bài 2. CỰC TRỊ HÀM SỐ

2.1. Định nghĩa

Giả sử hàm số f xác định trên tập K và $x_0 \in K$. Ta nói:

- x_0 là **điểm cực tiểu** của hàm số f nếu tồn tại một khoảng $(a; b)$ chứa x_0 sao cho $(a; b) \subset K$ và $f(x) > f(x_0), \forall x \in (a; b) \setminus \{x_0\}$. Khi đó $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực tiểu** của hàm số f .
- x_0 là **điểm cực đại** của hàm số f nếu tồn tại một khoảng $(a; b)$ chứa x_0 sao cho $(a; b) \subset K$ và $f(x) < f(x_0), \forall x \in (a; b) \setminus \{x_0\}$. Khi đó $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực đại** của hàm số f .
- Điểm cực đại và điểm cực tiểu gọi chung là **điểm cực trị**.
- Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu gọi chung là **cực trị**.
- Điểm cực đại và điểm cực tiểu được gọi chung là **điểm cực trị của hàm số** và điểm cực trị phải là một điểm trong tập hợp K .
- Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu được gọi chung là **giá trị cực trị (hay cực trị) của hàm số**.
- Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số thì điểm $(x_0; f(x_0))$ được gọi là **điểm cực trị của đồ thị** hàm số f .

*** Nhận xét:**

- Giá trị cực đại (cực tiểu) $f(x_0)$ nói chung không phải là giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của hàm số f trên tập D ; $f(x_0)$ chỉ là giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của hàm số f trên một khoảng $(a; b)$ nào đó chứa x_0 hay nói cách khác khi x_0 điểm cực đại (cực tiểu) sẽ tồn tại khoảng $(a; b)$ chứa x_0 sao cho $f(x_0)$ là giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của hàm số f trên khoảng $(a; b)$.
- Hàm số f có thể đạt cực đại hoặc cực tiểu tại nhiều điểm trên tập K . Hàm số có thể không có cực trị trên một tập cho trước.

2.2. Điều kiện cần để hàm số đạt cực trị

Định lý 1:

Giả sử hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 . Khi đó, nếu $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 thì $f'(x_0) = 0$.

Chú ý:

- Đạo hàm $f'(x)$ có thể bằng 0 tại điểm x_0 nhưng hàm số f không đạt cực trị tại điểm x_0 .
- Hàm số có thể đạt cực trị tại một điểm mà tại đó hàm số không có đạo hàm.
- Hàm số chỉ có thể đạt cực trị tại một điểm mà tại đó đạo hàm của hàm số bằng 0 hoặc tại đó hàm số không có đạo hàm.

2.3. Điều kiện đủ để hàm số đạt cực trị

Định lý 2:

Giả sử hàm số f đạt cực trị tại điểm x_0 . Khi đó, nếu hàm số f có đạo hàm tại điểm x_0 thì $f'(x_0) = 0$.

- Nếu $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực đại của hàm số $f(x)$.
- Nếu $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$.

2.4. Quy tắc tìm cực trị

Quy tắc 1:

- **Bước 1:** Tìm tập xác định. Tìm $f'(x)$.
- **Bước 2:** Tìm các điểm x_i ($i = 1; 2; \dots$) mà tại đó đạo hàm của hàm số bằng 0 hoặc hàm số liên tục nhưng không có đạo hàm.
- **Bước 3:** Lập bảng biến thiên hoặc bảng xét dấu $f'(x)$. Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua x_i thì hàm số đạt cực trị tại x_i .

Định lý 3:

Giả sử $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trong khoảng $(x_0 - h; x_0 + h)$ với $h > 0$. Khi đó:

- Nếu $f'(x_0) = 0, f''(x_0) < 0$ thì hàm số f đạt cực đại tại x_0 .
- Nếu $f'(x_0) = 0, f''(x_0) > 0$ thì hàm số f đạt cực tiểu tại x_0 .

Từ định lý trên, ta có một quy tắc khác để tìm cực trị của hàm số

Quy tắc 2:

- **Bước 1:** Tìm tập xác định. Tìm $f'(x)$.
- **Bước 2:** Tìm các nghiệm x_i ($i = 1; 2; \dots$) của phương trình $f'(x) = 0$.
- **Bước 3:** Tính $f''(x)$ và tính $f''(x_i)$.
 - * Nếu $f''(x_i) < 0$ thì hàm số f đạt cực đại tại điểm x_i .
 - * Nếu $f''(x_i) > 0$ thì hàm số f đạt cực tiểu tại điểm x_i .

2.4. Các ví dụ

Ví dụ 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+$			
y'	∞	-	0	+	0	-	0	+
y	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$	$+$	
			$\frac{5}{2}$					
			-1					

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại

- A. $x = -\sqrt{2}$. B. $x = -1$. C. $x = \sqrt{2}$. D. $x = 0$.

Lời giải

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy: Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.

Chọn D.

Ví dụ 2: Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		0		1		0		$+\infty$

$\Rightarrow$ hàm số có 3 điểm cực trị.

Chọn C.

Ví dụ 3: Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x + 1$ là?

A. 1.

B. -1.

C. 3.

D. -3.

Lời giải

Ngoài cách lập bảng biến thiên như quy tắc 1, ta còn có thể dùng quy tắc 2 để giải bài tập này.

$$\text{Ta có } y' = f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$y'' = f''(x) = 6x$$

$$f''(1) = 6 \cdot 1 = 6 > 0 \Rightarrow \text{hàm số đạt cực tiểu tại } x = 1, y_{CT} = -1$$

$$f''(-1) = 6 \cdot (-1) = -6 < 0 \Rightarrow \text{hàm số đạt cực đại tại } x = -1, y_{CD} = 3$$

Ví dụ 4: Cho hàm số $y = x + \sin 2x + 2021$. Tìm tất cả các điểm cực tiểu của hàm số.

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Tập xác định $x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } y' = 1 + 2\cos 2x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 1 + 2\cos 2x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Ta tính được $y'' = -4 \sin 2x$.

Do đó: Với $x_0 = \frac{\pi}{3} + k\pi$ thì $y''(x_0) = -4 \sin \left[2 \left(\frac{\pi}{3} + k\pi \right) \right] = -4 \sin \frac{2\pi}{3} < 0$

Vì vậy $x_0 = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ là điểm cực đại của hàm đã cho.

Với $x_0 = -\frac{\pi}{3} + k\pi$ thì $y''(x_0) = -4 \sin \left[2 \left(-\frac{\pi}{3} + k\pi \right) \right] = -4 \sin \frac{-2\pi}{3} > 0$

Vì vậy $x_0 = -\frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ là điểm cực tiểu của hàm đã cho.

Chọn A

Ví dụ 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2; 3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đã cho?

x	-2	0	1	3	
$f'(x)$	+		-	0	+

A. Đạt cực tiểu tại $x = -2$.

B. Đạt cực tiểu tại $x = 3$.

C. Đạt cực đại tại $x = 0$.

D. Đạt cực đại tại $x = 1$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra đồ thị hàm số đạt tại $x = 0$, đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Chọn C

Ví dụ 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^2(2x-1)^4(x+1)^{2021}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ (2x-1)^4 = 0 \\ (x+1)^{2021} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	-	0	+	0	+
y	$+\infty$				$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho có 1 cực trị.

Chọn B.

Ví dụ 7: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 3$ khi

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = \frac{3}{2}$.

C. $m = -2$.

D. $m = 1$.

Lời giải

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 6x + m, \quad (a = 3, b = -6, c = m, \Delta = 36 - 12m).$$

Để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow m < 3$.

$$\text{Theo đề bài } x_1^2 + x_2^2 = 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3 \Leftrightarrow 4 - \frac{2}{3}m = 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}. \text{ (nhận)}$$

Chọn B.

Ví dụ 8: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (m^2 - 4m + 3)x - 1$ có hai điểm cực trị.

- A. $-5 < m < -1$. B. $1 < m < 5$. C. $-5 < m < 1$. D. $-1 < m < 5$.

Lời giải

♦ Ta có: $y' = 2x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 4m + 3$.

♦ Hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (m^2 - 4m + 3)x - 1$ có hai điểm cực trị khi và chỉ khi

phương trình $2x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 4m + 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m-1)^2 - 2(m^2 - 4m + 3) > 0 \Leftrightarrow -m^2 + 6m - 5 > 0 \Leftrightarrow 1 < m < 5.$$

Chọn B.

Ví dụ 9: Tập tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ là

- A. $\{1\}$. B. $\{-1; -3\}$. C. $\{3\}$. D. $\{1; 3\}$.

Lời giải

Xét $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x + 1$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 3x^2 - 4mx + m^2$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ nên $y'(1) = 0$

$$\text{Suy ra } 3 - 4m + m^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 3 \end{cases}.$$

Thử lại

Với $m = 1$ ta có $y = x^3 - 2x^2 + x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 4x + 1 \Rightarrow y'' = 6x - 4$.

Suy ra $y'(1) = 0, y''(1) = 2 > 0$. Do đó hàm số đó đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Với $m = 3$ ta có $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 12x + 9 \Rightarrow y'' = 6x - 12$.

Suy ra $y'(1) = 0, y''(1) = -6 < 0$. Do đó hàm số đó **không** đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Vậy với $m = 1$ thì hàm số đó đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Chọn A.

Ví dụ 10: Gọi m_1, m_2 là các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + m - 1$ có hai điểm cực trị là B, C sao cho tam giác OBC có diện tích bằng 2, với O là gốc tọa độ. Tính $m_1.m_2$.

- A. 6. B. -15. C. 12. D. -20.

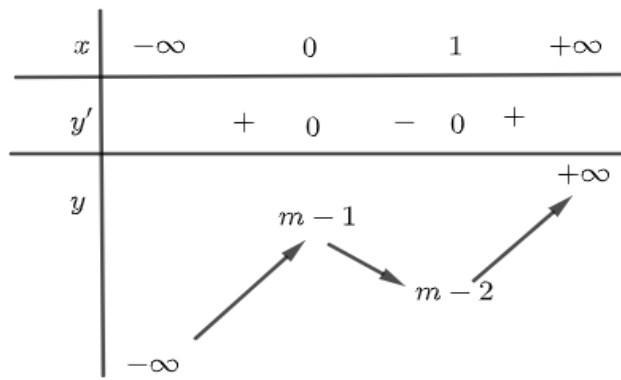
Lời giải

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$y' = 6x^2 - 6x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0; y = m - 1 \\ x = 1; y = m - 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:



Vậy $B(0; m-1)$, $C(1; m-2)$.

$$\overline{BC} = (1; -1) \Rightarrow BC = \sqrt{2}.$$

(BC) đi qua $B(0; m-1)$ và nhận $\vec{n} = (1; 1)$ làm một vector pháp tuyến nên có phương trình

$$1(x-0) + 1(y-m+1) = 0 \Leftrightarrow x + y - m + 1 = 0.$$

$$d(O; BC) = \frac{|1-m|}{\sqrt{2}}.$$

$$S_{OBC} = \frac{1}{2} d(O; BC) \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{|1-m|}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = 2 \Leftrightarrow |1-m| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-m=4 \\ 1-m=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-3 \\ m=5 \end{cases}.$$

Vậy $m_1 \cdot m_2 = -15$.

Chọn B.

2.5. Bài tập tự luyện

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục và có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Nếu $f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ thì hàm số không có cực trị trên $(a; b)$.
- B. Nếu $f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$ thì hàm số không có cực trị trên $(a; b)$.
- C. Nếu $f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x_0 \in (a; b)$ thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(x_0; f(x_0))$ song song hoặc trùng với trục hoành.
- D. Nếu $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0 \in (a; b)$ thì $f(x)$ đồng biến trên $(a; x_0)$ và nghịch biến trên $(x_0; b)$.

Câu 2: Cho khoảng $(a; b)$ chứa điểm x_0 , hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$ (có thể trừ điểm x_0). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Nếu $f(x)$ không có đạo hàm tại x_0 thì $f(x)$ không đạt cực trị tại x_0 .
- B. Nếu $f'(x_0) = 0$ thì $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 .
- C. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) = 0$ thì $f(x)$ không đạt cực trị tại điểm x_0 .
- D. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) \neq 0$ thì $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 .

Câu 3: Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x qua điểm x_0 và $f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0 .

B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi x_0 là nghiệm của $f'(x) = 0$.

C. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) = 0$ thì x_0 không là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

D. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0 .

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$ và x_0 là một điểm trên khoảng đó. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Nếu $f'(x)$ bằng 0 tại x_0 thì x_0 là điểm cực trị của hàm số.

B. Nếu dấu của $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x qua x_0 thì x_0 là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

C. Nếu dấu của $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x qua x_0 thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.

D. Nếu dấu của $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x qua x_0 thì x_0 là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

Câu 5: Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trong khoảng $(x_0 - h; x_0 + h)$, với $h > 0$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.

B. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực đại của hàm số.

C. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) = 0$ thì x_0 không là điểm cực trị của hàm số.

D. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) = 0$ thì chưa kết luận được x_0 có là điểm cực trị của hàm số.

Câu 6: (ĐỀ MINH HỌA 2016 - 2017) Giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ là?

A. $y_{CD} = 4$.

B. $y_{CD} = 1$.

C. $y_{CD} = 0$.

D. $y_{CD} = -1$.

Câu 7: Tìm điểm cực trị x_0 của hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 1$.

A. $x_0 = -3$ hoặc $x_0 = -\frac{1}{3}$.

B. $x_0 = 0$ hoặc $x_0 = \frac{10}{3}$.

C. $x_0 = 0$ hoặc $x_0 = -\frac{10}{3}$.

D. $x_0 = 3$ hoặc $x_0 = \frac{1}{3}$.

Câu 8: Tìm điểm cực đại x_0 của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

A. $x_0 = -1$.

B. $x_0 = 0$.

C. $x_0 = 1$.

D. $x_0 = 2$.

Câu 9: Tìm các điểm cực trị của đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2$.

A. $(0; 0)$ hoặc $(1; -2)$.

B. $(0; 0)$ hoặc $(2; 4)$.

C. $(0;0)$ hoặc $(2;-4)$.

D. $(0;0)$ hoặc $(-2;-4)$.

Câu 10: Biết rằng hàm số $y = x^3 + 4x^2 - 3x + 7$ đạt cực tiểu tại x_{CT} . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_{CT} = \frac{1}{3}$.

B. $x_{CT} = -3$.

C. $x_{CT} = -\frac{1}{3}$.

D. $x_{CT} = 1$.

Câu 11: Gọi y_{CD}, y_{CT} lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $y_{CT} = 2y_{CD}$.

B. $y_{CT} = \frac{3}{2}y_{CD}$.

C. $y_{CT} = y_{CD}$.

D. $y_{CT} = -y_{CD}$.

Câu 12: Gọi y_1, y_2 lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 4$. Tính $P = y_1 \cdot y_2$.

A. $P = -302$.

B. $P = -82$.

C. $P = -207$.

D. $P = 25$.

Câu 13: Tính khoảng cách d giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = (x+1)(x-2)^2$.

A. $d = 2\sqrt{5}$.

B. $d = 2$.

C. $d = 4$.

D. $d = 5\sqrt{2}$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = (x^2 - 3)^2$. Giá trị cực đại của hàm số $f'(x)$ bằng:

A. -8 .

B. $\frac{1}{2}$.

C. 8 .

D. 9 .

Câu 15: Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 + 1$.

A. $y = x - 1$.

B. $y = x + 1$.

C. $y = -x + 1$.

D. $y = -x - 1$.

Câu 16: Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = (2m-1)x + 3 + m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

A. $m = -\frac{1}{2}$.

B. $m = \frac{3}{2}$.

C. $m = \frac{1}{4}$.

D. $m = \frac{3}{4}$.

Câu 17: Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

B. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

C. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

D. Đồ thị hàm số có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.

Câu 18: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$ có cực đại và cực tiểu.

A. $m < 0$.

B. $m = 0$.

C. $m \in \mathbb{R}$.

D. $m > 0$.

Câu 19: Tính diện tích của tam giác có ba đỉnh là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$.

A. $S = 2$.

B. a

C. $S = 4$.

D. $S = \frac{1}{2}$.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ với bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$				$+\infty$	

The graph shows a function $y = f(x)$ with a local minimum at $x = -1$ (marked with a black triangle) and a local maximum at $x = 0$ (marked with a black triangle). The function approaches $+\infty$ as $x \rightarrow -\infty$ and $x \rightarrow +\infty$. The y-axis has labels $+\infty$, -4 , and -3 .

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có ba giá trị cực trị.

B. Hàm số có ba điểm cực trị.

C. Hàm số có hai điểm cực trị.

D. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	x_0	x_1	x_2	$+\infty$
y'	$-$	$+$	0	$-$	$+$
y	$+\infty$				$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

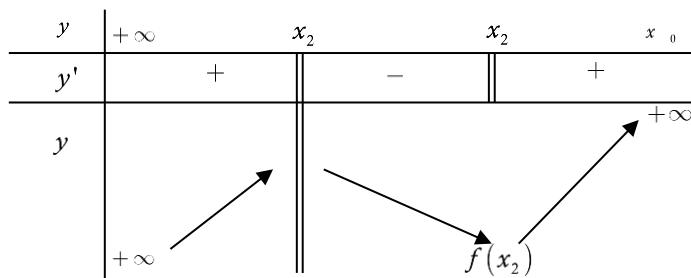
A. Hàm số có hai điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

B. Hàm số có một điểm cực đại, không có điểm cực tiểu.

C. Hàm số có một điểm cực đại, hai điểm cực tiểu.

D. Hàm số có một điểm cực đại, một điểm cực tiểu.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{x_1\}$, có bảng biến thiên như sau:



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.
- B. Hàm số đã cho không có cực trị.
- C. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.
- D. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

Câu 24: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ đạt cực đại tại $x = 2$.

- A. $m = -1$.
- B. $m = -3$.
- C. $m = 1$.
- D. $m = 3$.

Câu 25: Gọi x_{CD} , x_{CT} lần lượt là điểm cực đại, điểm cực tiểu của hàm số $y = \sin 2x - x$ trên đoạn $[0; \pi]$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $x_{CD} = \frac{\pi}{6}$; $x_{CT} = \frac{5\pi}{6}$.
- B. $x_{CD} = \frac{5\pi}{6}$; $x_{CT} = \frac{\pi}{6}$.
- C. $x_{CD} = \frac{\pi}{6}$; $x_{CT} = \frac{\pi}{3}$.
- D. $x_{CD} = \frac{\pi}{3}$; $x_{CT} = \frac{2\pi}{3}$.

Câu 26: Tìm giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = x + 2 \cos x$ trên khoảng $(0; \pi)$.

- A. $y_{CD} = \frac{5\pi}{6} + \sqrt{3}$.
- B. $y_{CD} = \frac{5\pi}{6} - \sqrt{3}$.
- C. $y_{CD} = \frac{\pi}{6} + \sqrt{3}$.
- D. $y_{CD} = \frac{\pi}{6} - \sqrt{3}$.

Câu 27: Biết rằng trên khoảng $(0; 2\pi)$ hàm số $y = a \sin x + b \cos x + x$ đạt cực trị tại $x = \frac{\pi}{3}$ và $x = \pi$. Tính tổng $S = a + b$.

- A. $S = 3$.
- B. $S = \frac{\sqrt{3}}{3} + 1$.
- C. $S = \sqrt{3} + 1$.
- D. $S = \sqrt{3} - 1$.

Câu 28: Hàm số $y = (x^2 - 4)^2 (1 - 2x)^3$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3.
- B. 4.
- C. 5.
- D. 6.

Câu 29: Biết rằng hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^5$. Hỏi hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4.
- B. 3.
- C. 2.
- D. 1.

Câu 30: Hỏi hàm số $y = \sqrt[3]{x^2}$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

- A. Có hai điểm cực trị. B. Có một điểm cực trị.
C. Không có điểm cực trị. D. Có vô số điểm cực trị.

Câu 31: Hỏi hàm số $y = |x|^3 - 3x + 1$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

- A. Không có điểm cực trị. B. Có một điểm cực trị.
C. Có hai điểm cực trị. D. Có ba điểm cực trị.

Câu 32: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 6mx + m$ có hai điểm cực trị.

- A. $m \in (0; 2)$. B. $m \in (-\infty; 0) \cup (8; +\infty)$.
C. $m \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ D. $m \in (0; 8)$.

Câu 33: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 + x^2 + x + 2017$ có cực trị.

- A. $m \in (-\infty; 1]$. B. $m \in (-\infty; 0) \cup (0; 1)$.
C. $m \in (-\infty; 0) \cup (0; 1]$. D. $m \in (-\infty; 1)$.

Câu 34: Biết rằng hàm số $y = (x+a)^3 + (x+b)^3 - x^3$ có hai điểm cực trị. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $ab > 0$. B. $ab < 0$. C. $ab \geq 0$. D. $ab \leq 0$.

Câu 35: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = (m-3)x^3 - 2mx^2 + 3$ không có cực trị.

- A. $m = 3$. B. $m = 0, m = 3$. C. $m = 0$. D. $m \neq 3$.

Câu 36: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(3m+2)x^2 + (2m^2+3m+1)x - 4$. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số có hai điểm cực trị là $x = 3$ và $x = 5$.

- A. $m = 0$. B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

Câu 37: Cho hàm số $y = 2x^3 + bx^2 + cx + 1$. Biết $M(1; -6)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Tìm tọa độ điểm cực đại N của đồ thị hàm số.

- A. $N(2; 21)$. B. $N(-2; 21)$. C. $N(-2; 11)$. D. $N(2; 6)$.

Câu 38: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Biết $M(0; 2)$, $N(2; -2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số. Tính giá trị của hàm số tại $x = -2$.

- A. $y(-2) = 2$. B. $y(-2) = 22$. C. $y(-2) = 6$. D. $y(-2) = -18$.

Câu 39: Biết rằng hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx$ ($a \neq 0$) nhận $x = -1$ là một điểm cực trị. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a + c = b$. B. $2a - b = 0$. C. $3a + c = 2b$. D. $3a + 2b + c = 0$.

Câu 40: Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m+1)x^2 + (m^2-3)x + 1$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đạt cực trị tại $x = -1$.

- A. $m = 0$. B. $m = -2$. C. $m = 0, m = -2$. D. $m = 0, m = 2$.

Câu 41: Biết rằng hàm số $y = 3x^3 - mx^2 + mx - 3$ có một điểm cực trị $x_1 = -1$. Tìm điểm cực trị còn lại x_2 của hàm số.

- A. $x_2 = \frac{1}{4}$. B. $x_2 = \frac{1}{3}$. C. $x_2 = -\frac{1}{3}$. D. $x_2 = -2m - 6$.

Câu 42: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2-1)x - 3m^2 + 5$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

- A. $m = 0, m = 2$. B. $m = 2$. C. $m = 1$. D. $m = 0$.

Câu 43: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2-4)x + 5$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.

- A. $m = 1$. B. $m = -3$. C. $m = 1, m = -3$. D. .

Câu 44: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 4x^3 + mx^2 - 12x$ đạt cực tiểu tại điểm $x = -2$.

- A. $m = -9$. B. $m = 2$. C. $m = 9$. D. Không có m .

Câu 45: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để hàm số $y = ax^3 - ax^2 + 1$ có điểm cực tiểu $x = \frac{2}{3}$.

- A. $a = 0$. B. $a > 0$. C. $a = 2$. D. $a < 0$.

Câu 46: Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2-1)x - m^3 + m$. Tìm các giá trị của tham số m để $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$.

- A. $m = 0$. B. $m = \pm \frac{9}{2}$. C. $m = \pm \frac{1}{2}$. D. $m = \pm 2$.

Câu 47: Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $y = 4x^3 + mx^2 - 3x$. Tìm các giá trị thực của tham số m để $x_1 + 4x_2 = 0$.

- A. $m = \pm \frac{9}{2}$. B. $m = \pm \frac{3}{2}$. C. $m = 0$. D. $m = \pm \frac{1}{2}$.

Câu 48: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + m$. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

- A. $y = -8x + m$. B. $y = -8x + m - 3$. C. $y = -8x + m + 3$. D. $y = -8x - m + 3$.

Câu 49: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+2)x^2 + (2m+3)x + 2017$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để $x=1$ là hoành độ trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số.

A. $m = -1$.

B. $m \neq -1$.

C. $m = -\frac{3}{2}$.

D. Không tồn tại giá trị m .

Câu 50: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để khoảng cách từ điểm $M(0;3)$ đến đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3mx + 1$ bằng $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

A. $m = 1, m = -1$.

B. $m = -1$.

C. $m = 3, m = -1$.

D. Không tồn tại m .

ĐÁP ÁN:

1D	2D	3A	4C	5C	6A	7D	8A	9C	10A
11D	12C	13A	14C	15B	16D	17D	18D	19B	20A
21B	22D	23A	24B	25C	26C	27C	28B	29B	30B
31B	32C	33D	34A	35C	36C	37B	38D	39C	40A
41B	42B	43B	44D	45B	46D	47A	48B	49D	50B