

BÀI 2: TẬP HỢP

PHẦN 1. LÝ THUYẾT.

I. Khái niệm tập hợp.

1. Tập hợp và phần tử:

- * Tập hợp (còn gọi là tập) là một khái niệm cơ bản của toán học, không định nghĩa.
- * Giả sử đã cho tập hợp A. Để chỉ a là một phần tử của tập hợp A, ta viết $a \in A$ (đọc là a thuộc A). Để chỉ a không phải là một phần tử của tập hợp A, ta viết $a \notin A$ (đọc là a không thuộc A).
- * Tập hợp không chứa phần tử nào được gọi là **tập hợp rỗng**, kí hiệu là $\emptyset$.
- * Nếu A không phải là tập hợp rỗng thì A chứa ít nhất một phần tử: $A \neq \emptyset \Leftrightarrow \exists x : x \in A$

Ví dụ 1. Dùng các kí hiệu $\in$ và $\notin$ để viết các mệnh đề sau:

- a) 3 là một số nguyên. ($3 \in \mathbb{Z}$) b) $\sqrt{2}$ không phải là số hữu tỉ. ($\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$)

2. Cách xác định tập hợp:

a) Cách liệt kê các phần tử của nó:

- * Khi liệt kê các phần tử của một tập hợp, ta viết các phần tử của nó trong hai dấu móc $\{.....\}$, ngăn cách bởi dấu “,” (dấu “;” nếu là số).

Ví dụ 2. Viết mỗi tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử của nó:

$$A = \{x \in \mathbb{R} : (2x^2 - 5x + 3)(x^2 - 4x + 3) = 0\}$$

$$\text{Ta có: } (2x^2 - 5x + 3)(x^2 - 4x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 5x + 3 = 0 \\ x^2 - 4x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \in \mathbb{R} \\ x = 1 \in \mathbb{R} \\ x = 3 \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow A = \left\{ \frac{3}{2}; 1; 3 \right\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} : 2x^2 - 5x + 3 = 0\}$$

$$\text{Ta có: } 2x^2 - 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \notin \mathbb{Z} \\ x = 1 \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow B = \{1\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} : -2 \leq x \leq 5\}$$

$$\text{Ta có: } C = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} : x < 5\} = \{0; 1; 2; 3; 4\}$$

b) Cách chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của nó:

Ví dụ 3. Viết mỗi tập hợp sau bằng cách chỉ rõ tính chất đặc trưng cho các phần tử của nó:

$$A = \{0; 1; 2; 3; 4\} \Rightarrow A = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 4\}$$

$$B = \{0; 4; 8; 12; 16\} \Rightarrow B = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 16; x:4\}$$

$$C = \{0; 1; 4; 9; 16; 25\} \Rightarrow C = \{x \in \mathbb{N} : x = k^2; k \in \mathbb{N}; k \leq 5\}$$

c) Biểu đồ Ven:

II. Tập hợp con.

1. Định nghĩa:

- * Nếu mọi phần tử của tập hợp A đều là phần tử của tập hợp B thì ta nói A là một tập hợp con của B và viết $A \subset B$ (đọc là A chứa trong B).
- * Như vậy: $A \subset B \Leftrightarrow (\forall x : x \in A \Rightarrow x \in B)$.
- * Thay cho $A \subset B$, ta cũng viết $B \supset A$ (đọc là B chứa A hoặc B bao hàm A).
- * Nếu A không phải là một tập con của B, ta viết $A \not\subset B$.
- * Tập hợp không có phần tử nào được gọi là tập hợp rỗng và kí hiệu là: $\emptyset$.

Ví dụ 4. Trong các tập hợp sau, tập nào là tập con của tập nào?

$$A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{x \in \mathbb{N} : x < 4\}, \quad C = (0; +\infty), \quad D = \{x \in \mathbb{R} : 2x^2 - 7x + 3 = 0\}.$$

$$\text{Ta có: } B = \{0; 1; 2; 3\}. \text{ Suy ra: } A \subset B$$

$$\text{Ta có: } D = \left\{3; \frac{1}{2}\right\}. \text{ Mà } \frac{1}{2} > 0; 3 > 0. \text{ Suy ra: } D \subset C.$$

2. Tính chất:

- $A \subset A$ với mọi tập hợp A.
- Nếu $A \subset B$ và $B \subset C$ thì $A \subset C$.
- $\emptyset \subset A$ với mọi tập hợp A.

▽ Chú ý: Một tập hợp có n phần tử thì có tất cả 2^n tập hợp con.

Ví dụ 5. Trong các tập hợp sau đây, tập nào là tập rỗng:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 1\}.$$

$$\text{Ta có: } |0| < 1 \text{ nên } A = \{0\} \neq \emptyset$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - x + 1 = 0\}.$$

Ta có: $x^2 - x + 1 = 0$ vô nghiệm nên $B = \emptyset$

$$C = \{x \in Q \mid x^2 - 4x + 2 = 0\}.$$

Ta có: $x^2 - 4x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \pm \sqrt{2} \notin Q$ nên $C = \emptyset$

Ví dụ 6. Tìm tất cả các tập con, các tập con gồm hai phần tử của các tập hợp sau:

$$A = \{1, 2, 3\}.$$

Các tập con gồm 2 phần tử của A là: $\{1; 2\}; \{1; 3\}; \{2, 3\}$

$$B = \{a, b, c, d\}.$$

Các tập con gồm 2 phần tử của B là: $\{a, b\}; \{a, c\}; \{a, d\}; \{b, c\}; \{b, d\}; \{c, d\}$

III. Hai tập hợp bằng nhau

* Khi $A \subset B$ và $B \subset A$ ta nói tập hợp A bằng tập hợp B và viết là $A=B$.

* Như vậy: $A = B \Leftrightarrow (\forall x: x \in A \Leftrightarrow x \in B).$

Ví dụ 7. Xác định trong các tập hợp sau đây, tập hợp nào là tập con của tập hợp nào? Có tập hợp nào bằng nhau không?

a) $A = \{n \in N \mid n \text{ là một ước chung của } 24 \text{ và } 30\}; B = \{n \in N \mid n \text{ là một ước của } 6\}.$

Ta có: $U(24) = \{1; 2; 3; 4; 6; 12; 24\}$, $U(30) = \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\} \Rightarrow A = \{1; 2; 3; 6\}$

Mặt khác: $U(6) = \{1; 2; 3; 6\} \Rightarrow B = \{1; 2; 3; 6\}$

Vậy $A = B$

b) $A = \{x \in R \mid (x-1)(x-2)(x-3) = 0\}; B = \{3; 1\}.$

$$\text{Ta có: } (x-1)(x-2)(x-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{cases} \Rightarrow A = \{1; 2; 3\}$$

Vậy $B \subset A$

PHẦN 2. BÀI TẬP.

I. Bài tập tự luận.

Bài 1. Liệt kê các phần tử của các tập hợp sau:

$A = \{x \in N \mid x < 20 \text{ và } x \text{ chia hết cho } 3\}.$ $B = \{x \in N \mid 5 < x < 30 \text{ và } x \text{ là số nguyên tố}\}.$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid -5 \leq x < 3\}.$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid -x^2 + 5x - 4 = 0\}.$$

$$E = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 4 = 0\}.$$

$$F = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x-1)(x^2 + 6x + 5) = 0\}.$$

$$I = \{3k - 1 \mid k \in \mathbb{Z}, -5 \leq k \leq 1\}.$$

$$J = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 3\}.$$

Bài 2. Hãy xác định các tập hợp sau bằng cách chỉ ra một tính chất đặc trưng cho các phần tử của nó:

a) $A = \{3; -4\}.$

b) $B = \{-1 + \sqrt{3}; -1 - \sqrt{3}\}.$

c) $C = \{-5; 0; 5; 10; 15\}.$

d) $D = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}.$

e) $E = \{2; 6; 12; 20; 30\}.$

f) $F = \{0; 2; 4; 6; 8; 10\}.$

g) $M = \{0; 3; 8; 15; 24; 35\}.$

h) $N = \{0; 4; 9; 16; 25; 36\}$

i) $P = \left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{6}; \frac{1}{12}; \frac{1}{20}; \frac{1}{30}\right\}$

j) $Q = \left\{\frac{2}{3}; \frac{3}{8}; \frac{4}{15}; \frac{5}{24}; \frac{6}{35}\right\}$

Bài 3. Xét hai tập hợp: $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ là bội của } 4 \text{ và } 6\}$ và $B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ là bội của } 12\}$. Tập hợp nào là tập con của tập còn lại? Hai tập hợp A và B có bằng nhau không?

Bài 4. Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 10x + 21 = 0 \text{ hay } x^3 - x = 0\}$. Hãy liệt kê tất cả các tập con của tập hợp A chứa đúng 2 phần tử.

Bài 5. Trong các tập hợp sau đây, xét xem tập hợp nào là con của tập hợp nào?

a) A là tập hợp các hình vuông.

B là tập hợp các hình thoi.

b) $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ là một ước chung của } 24 \text{ và } 30\}.$

$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ là một ước của } 6\}.$

c) A là tập hợp các tam giác.

B là tập hợp các tam giác đều.

C là tập hợp các tam giác cân.

Bài 6. Hãy xét quan hệ bao hàm các tập hợp sau:

A là tập hợp các tam giác.

B là tập hợp các tam giác đều.

C là tập hợp các tam

giác cân.

Bài 7. Cho hai tập hợp: $A = \{n \in \mathbb{Z} \mid n \text{ là ước của } 6\}$ và $B = \{n \in \mathbb{Z} \mid n \text{ là ước chung của } 6 \text{ và } 18\}$. Hãy xét quan hệ bao hàm của hai tập hợp trên.

Bài 8. Phân biệt $\emptyset$, 0 , $\{0\}$, $\{\emptyset\}$.

Bài 9. Trong các tập sau, tập nào là tập rỗng:

- 1) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - x + 1 = 0\}$. 2) $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 4x + 2 = 0\}$.
3) $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid 6x^2 - 7x + 1 = 0\}$.

Bài 10. Tìm tất cả các tập X sao cho:

- 1) $\{1, 2\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$. 2) $\{1, 2, 3\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Bài 11. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

- 1) Tập A có bao nhiêu tập con gồm 2 phần tử?
2) Tìm các tập con gồm 3 phần tử của tập hợp A không chứa tập con $B = \{1; 2\}$.
3) Tìm tất cả các tập con của tập A gồm 3 phần tử sao cho tổng các phần tử này là một số chẵn.
4) Tìm tất cả các tập con của tập A gồm 3 phần tử sao cho tổng các phần tử này là một số lẻ.

II. Câu hỏi trắc nghiệm khách quan.

Câu 1. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3\}$. Số tập con khác rỗng của A là:

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

Câu 2. Ký hiệu nào sau đây để chỉ 3 là số tự nhiên ?

- A. $3 \in \mathbb{N}$. B. $3 \notin \mathbb{N}$. C. $3 = \mathbb{N}$. D. $3 \subset \mathbb{N}$.

Câu 3. Cho $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid 3x^2 - 5x + 2 = 0\}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $A = \left\{\frac{3}{2}\right\}$. B. $A = \{2\}$. C. $A = \left\{1; \frac{3}{2}\right\}$. D. $A = \{1\}$.

Câu 4. Cho $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x^2 - 5x - 6)(2x - 3) = 0\}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $B = \left\{-1; \frac{3}{2}; 6\right\}$. B. $B = \{6\}$. C. $B = \left\{\frac{3}{2}; 6\right\}$. D. $B = \{-1; 6\}$.

Câu 5. Liệt kê các phần tử của tập $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 + 3x + 2 = 0\}$:

- A. $C = \{\emptyset\}$. B. $C = \emptyset$. C. $C = 0$. D. $C = \{0\}$.

Câu 6. Liệt kê các phần tử của tập $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x^2 - 3x + 1 = 0\}$:

- A. $D = \{1\}$. B. $D = \left\{\frac{1}{2}; 1\right\}$. C. $D = \left\{\frac{1}{2}\right\}$. D. $D = 1$.

Câu 7. Liệt kê các phần tử của tập $E = \{x \in \mathbb{Q} \mid (3x^2 - 5x + 2)(2x^2 - 8) = 0\}$:

- A. $E = \{-2; 1; 2\}$. B. $E = \{1; 2\}$. C. $E = \left\{-2; \frac{2}{3}; 1; 2\right\}$. D. $E = \left\{\frac{2}{3}\right\}$.

Câu 8. Số phần tử của tập hợp $A = \{n^2 - 1 \mid n \in \mathbb{Z}, |n| < 4\}$ là:

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 4.

Câu 9. Trong các tập hợp sau, tập nào là tập rỗng?

- A. $\{x \in \mathbb{N} \mid 3x^2 - 4x + 1 = 0\}$. B. $\{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 1\}$.
C. $\{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 4x + 1 = 0\}$. D. $\{x \in \mathbb{Z} \mid 5x^2 + 7x + 2 = 0\}$.

Câu 10. Trong các tập hợp sau, tập nào là tập rỗng?

A. $\{x \in \mathbb{N} \mid x^2 + 4x = 0\}$.

B. $\{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - x - 20 = 0\}$.

C. $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 2x + 3 = 0\}$.

D. $\{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 5 = 0\}$.

Câu 11. Trong các tập hợp sau, tập nào khác rỗng?

A. $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 2x + 15 = 0\}$.

B. $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2(x^2 + 3) = 0\}$.

C. $\{x \in \mathbb{Z} \mid (x^2 - 2)(x^2 + 4) = 0\}$.

D. $\{x \in \mathbb{Q} \mid 2x^2 - 6 = 0\}$.

Câu 12. Cho $A = \{0; 1; 2; 4\}$. Tập A có bao nhiêu tập con có hai phần tử?

A. 6.

B. 9.

C. 16.

D. 8.

Câu 13. Cho tập $A = \{2; 4; 6; 8; 10\}$. Câu nào dưới đây đúng?

A. Số tập con của A chứa 1 số 2 là 4.

B. Số tập con của A gồm có 2 phần tử là 9.

C. Số tập con của A gồm có 3 phần tử là 6.

D. Số tập con của A là 32.

Câu 14. Cho $A = \{-1; 1; 3; 5\}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $-1 = A$.

B. $\emptyset \subset A$.

C. $\{-1; 3\} \subset A$.

D. $-1 \in A$.

Câu 15. Cho tập $A = \{x \mid x = 2k^2 - 1, k \in \mathbb{Z}, |k| < 3\}$. Tập A có bao nhiêu tập con?

A. 4.

B. 8.

C. 16.

D. 32.

Câu 16. Xét $T =$ “tập hợp các tứ giác”, $H =$ “tập hợp các hình thang”, $V =$ “tập hợp các hình vuông”, $C =$ “tập hợp các hình chữ nhật”, $O =$ “tập hợp các hình thoi”, $B =$ “tập hợp các hình bình hành”. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $V \subset O \subset B \subset H \subset T$.

B. $V \subset C \subset B \subset H \subset T$.

C. $T \subset H \subset B \subset C \subset V$.

D. $O \subset B \subset H$.

Câu 17. Cho tập $A = \{x \in \mathbb{R} \mid (x^2 + 3)(x^4 + 2x^2 - 8) = 0\}$. Các phần tử của tập A là:

A. $A = \{-2; -\sqrt{2}; \sqrt{2}; 2\}$.

B. $A = \{-\sqrt{3}; -\sqrt{2}; \sqrt{2}; \sqrt{3}\}$.

C. $A = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$.

D. $A = \{-2; 2\}$.

Câu 18. Cho A và B là các tập hợp. Biết $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid (x^2 + 9)(2x - 1) = 0\}$;

$B = \{x \in \mathbb{R} \mid (2x - 3x^2)(x^4 - 1) = 0\}$. Tổng số phần tử của A và B là:

A. 6.

B. 5.

C. 11.

D. 7.

Câu 19. Cho A và B là các tập hợp, biết $A = B$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $A = \{-2; 1; 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid (x^3 - 1)(x^4 - 16) = 0\}$.

B. $A = \{-2; 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid (x^2 + 4)(2x^3 - 16) = 0\}$.

C. $A = \{-\sqrt{2}; 1; \sqrt{2}\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x^2 - 3x + 2)(4 - x^4) = 0\}$.

D. $A = \left\{-\sqrt{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \sqrt{3}\right\}$, $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid (6x^2 - 5x + 1)(3x^2 - 9) = 0\}$.

Câu 20. Cho A và B là các tập hợp, biết $A = B$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid -3 < x \leq 4\}$.

B. $A = \{-3; 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid (x^2 - 4x + 4)(x + 3) = 0\}$.

C. $A = \{-1; 6\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 5x - 6 = 0\}$.

D. $A = \{0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 2x + 3 = 0\}$.

Câu 21. Tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ có bao nhiêu tập hợp con có đúng hai phần tử?

A. 30. B. 15. C. 10. D. 3.

Câu 22. Cho tập $X = \{\alpha; \pi; \xi; \psi; \rho; \eta; \gamma; \sigma; \omega; \tau\}$. Số các tập con có ba phần tử trong đó có chứa α, π của X là

A. 8. B. 10. C. 12. D. 14.

Câu 23. Cho tập $M = \{(x; y) \mid x, y \in \mathbb{R} \text{ và } x^2 + y^2 \leq 0\}$. Hỏi tập M có bao nhiêu phần tử ?

A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 24. Cho ba tập hợp E, F và G . Biết $E \subset F, F \subset G$ và $G \subset E$. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. $E \neq F$. B. $F \neq G$. C. $E \neq G$. D. $E = F = G$.

Câu 25. Tìm x, y để ba tập hợp $A = \{1; 3\}, B = \{3; x\}$ và $C = \{x; y; 3\}$ bằng nhau.

A. $x = y = 1$. B. $x = y = 1$ hoặc $x = 1, y = 3$.
C. $x = 1, y = 3$. D. $x = 3, y = 1$ hoặc $x = y = 3$.