

BÀI TẬP CUỐI CHUYÊN ĐỀ 3

1. Tìm tọa độ các đỉnh, tiêu điểm và bán kính qua tiêu ứng với điểm $M(x; y)$ của các conic sau:

a) $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1;$

b) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{144} = 1;$

c) $y^2 = 11x.$

2. Cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1.$

a) Xác định tọa độ các đỉnh, tiêu điểm và tìm tâm sai của $(E).$

b) Viết phương trình chính tắc của parabol (P) có tiêu điểm là tiêu điểm có hoành độ dương của $(E).$

c) Viết phương trình chính tắc của hypebol (H) có hai đỉnh là hai tiêu điểm của (E) , hai tiêu điểm là hai đỉnh của $(E).$ Tìm tâm sai của $(H).$

3. Xác định tâm sai, tiêu điểm và đường chuẩn tương ứng của mỗi đường conic sau:

a) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1;$

b) $\frac{x^2}{14} - \frac{y^2}{2} = 1;$

c) $y^2 = 7x.$

4. Cho đường thẳng $d: x + y - 1 = 0$ và điểm $F(1; 1).$ Viết phương trình đường conic nhận F là tiêu điểm, d là đường chuẩn và có tâm sai e trong mỗi trường hợp sau:

a) $e = \frac{1}{2};$

b) $e = 1;$

c) $e = 2.$

5. Mặt Trăng chuyển động theo một quỹ đạo là đường elip có tâm sai bằng 0,0549 và nhận tâm Trái Đất là một tiêu điểm. Biết khoảng cách gần nhất giữa tâm Trái Đất và tâm Mặt Trăng là 362 600 km. Tính khoảng cách xa nhất giữa tâm Trái Đất và tâm Mặt Trăng.

Nguồn: <https://www.universetoday.com>



Hình 1. Trái Đất và Mặt Trăng

6. Ta đã biết tính chất quang học của ba đường conic (xem phần đọc thêm **Bạn có biết?** ở trang 72, sách giáo khoa Toán 10, tập hai). Hypebol cũng có tính chất quang học tương tự như elip: Tia sáng hướng tới tiêu điểm F_1 của hypebol (H) khi gặp một nhánh của (H) sẽ cho tia phản xạ đi qua F_2 .

Một nhà nghiên cứu thiết kế một kính thiên văn vô tuyến chứa hai gương có mặt cắt hình parabol (P) và hình một nhánh của hypebol (H) . Parabol (P) có tiêu điểm F_1 và đỉnh S .

Hypebol (H) có đỉnh A , có chung tiêu điểm là F_1 với (P) và còn có tiêu điểm thứ hai F_2 (Hình 3).

Nguyên tắc hoạt động của kính thiên văn đó như sau: Tín hiệu đến từ vũ trụ được xem như song song với trục của parabol (P), khi đến điểm M của (P) sẽ cho tia phản xạ theo hướng MF_1 , tia này gặp (H) tại điểm N và cho tia phản xạ tới F_2 là nơi thu tín hiệu. Cho biết $SF_1 = 14\text{m}$, $SF_2 = 2\text{m}$ và $AF_1 = 1\text{m}$. Hãy viết phương trình chính tắc của (P) và (H).

(Nguồn: <https://sciencestruck.com/parabolic-mirror-working-principle-applications>)