

ĐẠI SỐ

Chủ đề**01****HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC – PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC****Bài 1.** Tìm tập xác định của các hàm số:

1) $y = \frac{1 + \cos x}{\sin x}.$

2) $y = \frac{2 \sin x + 3}{\cos x}.$

3) $y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}.$

4) $y = \sqrt{1 - \sin x}.$

5) $y = \sqrt{\cos 2x - 1}.$

6) $y = \frac{2 \cos x - 1}{\sin x + 1}.$

7) $y = \tan\left(x - \frac{\pi}{3}\right).$

8) $y = \cot\left(x + \frac{\pi}{6}\right).$

9) $y = \frac{1 + \tan x}{\sin x}.$

10) $y = \frac{\tan x}{\cos 2x - 1}.$

11) $y = \tan \frac{x}{2}.$

12) $y = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}}.$

13) $y = \frac{\cos x - 1}{\sin x + 2}.$

14) $y = \frac{\cos 3x}{\sqrt{1 - \sin 2x}}.$

Bài 2. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số:

1) $y = 3 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1.$

2) $y = (1 - \cos x)^2 + 2.$

3) $y = \cos 2x + 4 \cos x.$

4) $y = 2 \sin^2 x - \cos 2x.$

5) $y = 4 - 3 \sin^2 x.$

6) $y = 3 - 4 \sin^2 x \cdot \cos^2 x.$

7) $y = 3 + \sin^4 x + \cos^4 x.$

8) $y = \sin 2x \cdot \cos 2x + 1.$

Bài 3. Giải các phương trình sau đây:

1) $\sin\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = 0.$

2) $\sin 2x = 1.$

3) $\cos\left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2}.$

4) $2 \cos(x - 30^\circ) = 1.$

5) $2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) - 1 = 0.$

6) $\sin\left(x + 15^\circ\right) + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.$

7) $\left|\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)\right| = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

8) $2 \cos 2x + \sqrt{2} = 0.$

9) $2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{15}\right) + \sqrt{3} = 0.$

10) $\cos^2 x = \frac{3}{4}.$

11) $3 \cos 2x + \sqrt{2} = 0.$

12) $3 \tan 2x + \sqrt{3} = 0.$

13) $\sqrt{3} \tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0.$

14) $3 \cot\left(x + 20^\circ\right) + \sqrt{3} = 0.$

Bài 4. Giải các phương trình sau đây:

1) $(2 \sin x + 1)(3 \sin x - 2) = 0.$

2) $(2 \cos x + 1)(\cos x - \sqrt{3}) = 0.$

3) $\tan^2 x - 3 = 0.$

4) $\sin^2 x = \sin 2x.$

5) $\sin 2x + 3 \cos x = 0.$

6) $(\cot 2x - 1)(3 \tan 2x + \sqrt{3}) = 0.$

Bài 5. Giải các phương trình sau đây:

1) $\sin 2x - \cos 3x = 0.$

2) $\sin(x - 120^\circ) + \cos 2x = 0.$

3) $\sin 3x + \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = 0.$

4) $\tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - \tan x = 0.$

5) $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = 0.$

6) $\tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0.$

7) $\sin(2x + 60^\circ) + \sin(x - 30^\circ) = 0.$

8) $\cos(x - 15^\circ) + \cos(2x + 45^\circ) = 0.$

Bài 6. Giải các phương trình sau đây:

1) $\cos 2x \tan x = 0.$

2) $\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} = 0.$

3) $\sin 3x \cot x = 0.$

4) $\frac{\cos 2x}{1 - \sin 2x} = 0.$

5) $\frac{\sin x - \cos 3x}{1 + \sin 2x} = 0.$

6) $\cos 6x = 2 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right).$

7) $\frac{\sin 2x - \cos 4x}{1 + \sin 2x} = 1.$

8) $\tan 3x - \tan x = 2.$

9) $\tan^2 x = \frac{1 + \cos x}{1 - \sin x}.$

10) $\frac{\cos x + \sin 2x - \cos 3x}{1 + \cos 2x} = 0.$

11) $2 \cos x \cos 3x - 3 \cos 2x = 3.$

12) $\sin x - \cos x = \frac{\cos 2x}{1 + \sin 2x}.$

Bài 7. Giải các phương trình sau:

1) $2 \sin^2 x - 5 \sin x + 2 = 0.$

2) $2 \cos^2 3x + 5 \cos 3x + 3 = 0.$

3) $3 \tan^2 \frac{2x}{3} - 10 \tan \frac{2x}{3} + 3 = 0.$

4) $\cot^2 \frac{x}{3} - 4 \cot \frac{x}{3} + 3 = 0.$

Bài 8. Giải các phương trình sau:

1) $\cos 4x + 7 \cos 2x - 3 = 0.$

2) $5 \cos 2x + 5 \cos x - 10 = 0.$

3) $4 \cos 6x - 2 \cos 3x + 3 = 0.$

4) $\cos 2x + 2 \cos x = 2 \sin^2 \frac{x}{2}.$

5) $2\sin^2 x + 5\cos x - 5 = 0.$

6) $2\cos^2 2x + 3\sin^2 x = 2.$

7) $3\sin^2 2x + 7\cos 2x - 3 = 0.$

8) $2\sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 5\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 1 = 0.$

9) $2\sin^2 x + 3\cos x + \sin^2 \frac{x}{2} - 3 = 0.$

10) $\sin^2 x - \cos x - \cos^2 \frac{x}{2} - 1 = 0.$

Bài 9. Giải các phương trình sau:

1) $2\cos 2x - \sin x + 1 = 0.$

2) $\cos 4x + 3\sin 2x - 2 = 0.$

3) $\cos 2x - 5\sin x - 3 = 0.$

4) $\cos 2x + 3\sin x + 1 = 0.$

5) $2\cos 6x + 3\sin 3x + 3\sin^2 3x + 2 = 0.$

6) $2\cos 2x + 5\sin x - 2\cos^2 x - 3 = 0.$

7) $\tan x - 2\cot x - 1 = 0.$

8) $\cot 2x + 3\tan 2x - 4 = 0.$

9) $3\tan^2 x - \frac{2}{\cos^2 x} + \tan x = 0.$

10) $\frac{2}{\sin^2 2x} + 3\cot 2x - 7 = 0.$

Bài 10. Giải các phương trình sau :

1) $2\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x - 3\cos^2 x = 0.$

2) $\sin^2 \frac{x}{2} + \sin x - 2\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{2}.$

3) $2\cos^2 x - 3\sin 2x - 4\sin^2 x = -4.$

4) $2\sin^2 x + 5\sin x \cos x - \cos^2 x = 3.$

5) $2\cos^2 2x - 3\sin 4x + \sin^2 2x = 1.$

6) $3\cos^2 x - 2\sin 2x + \sin^2 x = 1.$

7) $3\sin^2 x - 2\sin 2x + 5\cos^2 x = 2.$

8) $2\sin^2 x - 5\sin x \cos x - \cos^2 x = -2.$

Bài 11. Giải các phương trình sau:

1) $\sin 2x - \sqrt{3}\cos 2x = 1.$

2) $12\sin x + 5\cos x - 13 = 0.$

3) $2(\sin 3x + \cos 3x) = \sqrt{6}.$

4) $\sin x - \sqrt{3}\cos x = \sqrt{2}.$

5) $\sqrt{2}\cos 3x + \sqrt{6}\sin 3x + \sqrt{6} = 0.$

6) $\sin 4x + \sqrt{3}\cos 4x + \sqrt{3} = 0.$

Bài 12. Giải các phương trình sau:

1) $\sqrt{3}\sin^2 x - \sin 2x - \sqrt{3}\cos^2 x = \sqrt{2}.$

2) $\cos^2 x + \sqrt{3}\sin 2x + 3\sin^2 x = 1.$

3) $2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3.$

4) $\sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x = \cos x + \sqrt{3}\sin x.$

Bài 13. Giải các phương trình sau:

1) $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 2\sin 3x.$

2) $\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} = \sqrt{2}\sin 2x.$

3) $\cos 5x - \sin 3x = \sqrt{3}(\cos 3x - \sin 5x).$

4) $\sqrt{3}(\sin 4x - \sin 5x) = \cos 4x + \cos 5x.$

Bài 14. Giải các phương trình sau:

1) $\sin 3x - \sin 4x + \sin 5x = 0.$

2) $2\sin^2 2x + \sin 7x - 1 = \sin x.$

3) $\sin^2 x + \sin^2 2x = \sin^2 3x.$

4) $\cos^3 x - \sin^3 x = \cos 2x.$

5) $\cos 2x - \sin 2x + \cos x - \sin x + 1 = 0.$

6) $\sin 2x - \cos 2x + 3\sin x - \cos x - 1 = 0.$

CHỈNH HỢP

Bài 1: Tìm tất cả các số tự nhiên n thỏa mãn:

a) $A_n^3 = 20n$.

c) $3A_n^2 - A_{2n}^2 + 42 = 0$.

e) $A_n^3 + 15 < 15n$.

b) $A_n^3 + 5A_n^2 = 2(n + 15)$.

d) $2A_n^2 + 50 = A_{2n}^2$.

f) $\frac{A_{n+2}^4}{P_{n+2}} - \frac{143}{4P_{n-1}} < 0$.

Bài 3: Từ 20 học sinh cần chọn ra một ban đại diện lớp gồm 1 lớp trưởng, 1 lớp phó và 1 thư ký. Hỏi có mấy cách chọn?

Bài 4: Một người muốn xếp một số món hàng khác nhau vào một dãy 6 chỗ trống trên một kệ trưng bày. (mỗi chỗ trống chỉ xếp được một món hàng). Có bao nhiêu cách sắp xếp nếu:

a) Người đó có 6 món hàng khác nhau ?

b) Người đó có 4 món hàng khác nhau ?

Bài 5: Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7 có thể lập được bao nhiêu số gồm 6 chữ số khác nhau trong đó nhất thiết phải có mặt chữ số 4.

TỔ HỢP

Bài 1: Tìm tất cả các số tự nhiên n thỏa mãn:

a) $A_n^3 + 2C_n^2 = 16n$.

b) $C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 = \frac{7n}{2}$.

c) $2C_{n+1}^2 + 3A_n^2 < 30$.

d) $\frac{1}{2}A_{2n}^2 - A_n^2 \leq \frac{6C_n^3}{n} + 10$.

Bài 2: Một lớp học có 40 học sinh, trong đó gồm 25 nam và 15 nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn một ban cán sự lớp gồm 4 em. Hỏi có bao nhiêu cách chọn, nếu:

a) Bốn học sinh được chọn tùy ý.

b) Có cả nam lẫn nữ.

c) Có ít nhất 2 nam.

d) Có nhiều nhất 2 nữ.

Bài 3: Từ 5 bông hồng vàng, 3 bông hồng trắng và 4 bông hồng đỏ (các bông hoa xem như đôi một khác nhau), người ta muốn chọn ra một bó hoa gồm 7 bông, hỏi có bao nhiêu cách chọn bó hoa trong đó:

a) Có đúng 1 bông hồng đỏ ?

b) Có ít nhất 3 bông hồng vàng và ít nhất 3 bông hồng đỏ ?

BÀI TOÁN TỔNG HỢP

Bài 1: Bạn An có bốn chiếc áo sơ mi khác nhau được đánh số từ 1 đến 4 và ba chiếc áo thể dục khác nhau được đánh số từ 1 đến 3. Hỏi bạn An có bao nhiêu cách chọn ra một chiếc áo để mặc đi ngoại khóa ? Biết rằng theo quy định, khi đi ngoại khóa có thể mặc áo sơ mi hoặc áo thể dục.

Bài 2: Một lớp học có 23 học sinh nữ và 17 học sinh nam. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh tham gia hội trại với điều kiện có cả nam lẫn nữ ?

Bài 3: Một lớp học có 28 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh lên bảng làm bài tập sao cho trong đó, có cả nam lẫn nữ ?

Bài 4: Một tổ có 4 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách sắp xếp học sinh trong tổ thành một hàng dọc sao cho học sinh nam và nữ đứng xen kẽ nhau ?

Bài 5: Một tổ của lớp 11A có 8 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Thầy chủ nhiệm muốn chọn ra 3 học sinh của tổ đó để trực nhật đầu tuần, trong đó phải có ít nhất một học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy ?

Bài 6: Ban chấp hành Đoàn trường gồm có 13 thành viên, trong đó có 6 nữ và 7 nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra Ban thường vụ gồm một Bí thư và hai phó Bí thư sao cho Bí thư phải là nam và trong hai phó Bí thư có ít nhất một nữ ?

Bài 7: Một đội văn nghệ có 18 người bao gồm 10 nam và 8 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập một nhóm hát đồng ca gồm 6, người trong đó có ít nhất 5 nữ ?

Bài 8: Trong một hộp có 2 bi xanh, 3 bi đỏ và 4 bi vàng. Có bao nhiêu cách chọn ra hai viên bi từ hộp đó sao cho hai viên bi chọn được có màu khác nhau ?

Bài 9: Trong mặt phẳng cho đa giác đều (n) có 20 cạnh. Hỏi có tất cả bao nhiêu tam giác có ba đỉnh là đỉnh của (n) và có đúng một cạnh là cạnh của (n) ?

Bài 10: Để cổ vũ cho giải bóng chuyền nữ chào mừng ngày 20 / 11, một đội học sinh của lớp 11A gồm 5 học sinh nam và 5 học sinh nữ đứng xếp thành một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp nam, nữ đứng xen kẽ nhau ?

Bài 11: Có hai học sinh lớp A, ba học sinh lớp B và bốn học sinh lớp C được xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào của lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp như vậy ?

Bài 12: Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội đó về giúp đỡ 3 tỉnh miền núi sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và 1 nữ ?

Bài 13: Từ 12 học sinh trong đó có 5 học sinh giỏi, 4 học sinh khá và 3 học sinh trung bình. Giáo viên muốn thành lập ra bốn nhóm học tập, mỗi nhóm gồm có ba học sinh sao cho nhóm nào cũng có học sinh giỏi và khá. Hỏi có bao nhiêu cách thành lập như vậy ?

Bài 14: Hai bạn An và Bình cùng với 7 bạn khác đi xem bóng đá. Các bạn được ban tổ chức sắp xếp ngồi vào 9 ghế và thành một hàng ngang. Có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 9 bạn sao cho An và Bình ngồi cạnh nhau ?

Bài 15: Một nhóm gồm 7 học sinh nam và 3 học sinh nữ đi xem phim. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 10 học sinh đó trên cùng một hàng ghế có 10 chỗ ngồi thỏa một trong các yêu cầu sau:

- Giữa hai học sinh nữ bất kì đều không có học sinh nam.
- Hai vị trí đầu và cuối hàng là học sinh nam và không có hai học sinh nữ nào ngồi cạnh nhau.

Bài 16: Một nhóm 9 người gồm 3 người đàn ông, 4 phụ nữ và 2 đứa trẻ đi xem phim. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp họ ngồi trên một hàng ghế sao cho mỗi đứa trẻ ngồi giữa hai người phụ nữ và không có hai người đàn ông nào ngồi cạnh nhau ?

Bài 17: Trong một đợt kiểm tra môn Toán; thầy An có chuẩn bị 30 câu hỏi khác nhau bao gồm 5 câu khó, 10 câu trung bình và 15 câu dễ. Từ 30 câu hỏi trên, thầy An làm ra được bao nhiêu đề kiểm tra gồm 5 câu hỏi khác nhau, đủ ba loại câu hỏi và số câu hỏi dễ không ít hơn 2 câu ?

Bài 18: Cho tập hợp $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Từ các phần tử của X , ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên n thỏa mãn:

- n là một số chẵn và có bốn chữ số phân biệt ?
- n có năm chữ số phân biệt, trong đó có mặt hai chữ số 3 và 7 ?

Bài 19: Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau thỏa mãn:

- Chữ số hàng chục là chữ số lẻ.
- Chữ số hàng chục là chữ số chẵn.

Bài 20: Cho tập hợp $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Từ các phần tử của X , ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên n thỏa mãn:

- $n > 100$ và có ba chữ số ?
- n là một số chẵn và có bốn chữ số phân biệt ?

Bài 21: Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên thỏa mãn:

- Mỗi số lập được có bốn chữ số khác nhau, trong đó chữ số 0 luôn đứng cạnh chữ số 1.
- Mỗi số lập được có bốn chữ số khác nhau và không nhỏ hơn 2020.

Bài 22: Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 3 ?

Bài 23: Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6 ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số khác nhau thỏa mãn:

- Mỗi số lập được phải có mặt chữ số 5.
- Mỗi số lập được phải chia hết cho 5.

Bài 24: Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau trong đó có đúng ba chữ số chẵn và hai chữ số lẻ ?

Bài 25: Có bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số mà tổng các chữ số của nó bằng 3 ?

Bài 26: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho tổng các chữ số hàng đơn vị, hàng chục và hàng trăm bằng 10 ?

Bài 27: Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau, chia hết cho 4, nhỏ hơn 4000 và có chữ số hàng chục là chữ số lẻ ?

NHỊ THỨC NEWTON

Bài 1: Tìm hệ số của x^{10} trong khai triển $(x + x^2)^8$.

Bài 2: Tìm hệ số của x^{11} trong khai triển $(x - 2x^2)^8$.

Bài 3: Tìm hệ số của x^2 trong khai triển $\left(\frac{2}{x} + \frac{x}{3}\right)^{10}$.

Bài 4: Tìm hệ số của x^4 trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^8$.

Bài 5: Tìm số hạng chứa x^7 khi khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^{19}$.

Bài 6: Tìm số hạng chứa x^{10} trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^{10}$.

Bài 7: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x^2 - \frac{3}{x^3}\right)^{10}$.

Bài 8: Tìm hệ số của số hạng có số mũ của x bằng với số mũ của y trong khai triển $\left(x^2 + \frac{2y}{x}\right)^{14}$.

Bài 9: Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(1-2x)^n$ thành đa thức, biết rằng n là số tự nhiên thỏa mãn $2C_{n+1}^2 + 3A_n^2 = 306$.

Bài 10: Cho $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ thỏa mãn $C_n^0 - 2C_n^1 + A_n^2 = 109$. Tìm số hạng chứa x^9 trong khai triển $\left(x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^n$.

Bài 11: Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $x(1-x)^5 + x^2(1+2x)^{10}$ thành đa thức.

Bài 12: Cho $P(x) = \left(x - \frac{1}{4}\right)^n$. Biết hệ số của x^{n-2} trong khai triển $P(x)$ bằng 31. Tìm n .

Bài 13: Cho biểu thức $P(x) = (x^2 - 2)^n$. Biết rằng hệ số của x^{2n-6} trong khai triển $P(x)$ bằng -160 . Tìm n và tổng các hệ số trong khai triển $P(x)$.

Bài 14: Khai triển $P(x) = (1+x) + 2(1+x)^2 + \dots + 10(1+x)^{10}$ thành đa thức $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{10}x^{10}$. Tìm a_9 .

Bài 15: Cho biểu thức $P(x) = \left(\frac{1}{x} + x^3\right)^n$. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển $P(x)$, biết tổng các hệ số của nó bằng 1024.

Bài 16: Cho n là một số nguyên dương thỏa mãn $C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + \dots + 2^nC_n^n = 243$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $P(x) = \left(x + \frac{1}{x^4}\right)^n$.

Bài 17: Cho n là một số nguyên dương thỏa mãn $C_n^0 - 4C_n^1 + 4^2C_n^2 - \dots + (-1)^n \cdot 4^n C_n^n = 729$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển biểu thức $P(x) = \left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^n$.

Bài 18: Cho tập hợp S có 100 phần tử. Hỏi có bao nhiêu tập hợp con của S có nhiều hơn 2 phần tử?

XÁC SUẤT

Bài 1: Xét phép thử: gieo một đồng xu hai lần liên tiếp. Tính xác suất của các biến cố sau đây:

- a) Cả hai lần gieo đều xuất hiện mặt sấp.
- b) Trong hai lần gieo, mặt sấp xuất hiện đúng một lần.
- c) Trong hai lần gieo, mặt sấp xuất hiện ít nhất một lần.

Bài 2: Chọn ngẫu nhiên ba số từ tập $X = \{1; 2; 3; \dots; 10; 11\}$. Tính xác suất để tổng ba số chọn được là một số lẻ.

Bài 3: Từ một hộp chứa 11 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Tính xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh.

Bài 4: Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng màu.

Bài 5: Một hộp chứa 10 tấm thẻ được đánh số từ 0 đến 9. Lấy ngẫu nhiên ra 2 tấm thẻ từ hộp đó.

- a) Tính xác suất để tích số ghi trên hai tấm thẻ đó là một số lẻ.
- b) Tính xác suất để tổng số ghi trên hai tấm thẻ đó là một số chẵn.

Bài 6: Có 10 học sinh lớp 11A và 12 học sinh lớp 11B. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh của hai lớp để lập thành một đội. Tính xác suất để đội đó có ít nhất hai học sinh của lớp 11A.

Bài 7: Một túi đựng 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Rút ngẫu nhiên ra hai tấm thẻ, tính xác suất để tích hai số ghi trên hai tấm thẻ rút được chia hết cho 4.

Bài 8: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có bốn chữ số. Tính xác suất để chọn được số có 4 chữ số khác nhau, trong đó có đúng 2 chữ số lẻ và là số chia hết cho 5.

Bài 9: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Gọi A là biến cố “Chọn được số có dạng abc với $a > b > c$ ”. Tính xác suất của A .

Bài 10: Có hai hộp chứa các quả cầu: hộp thứ nhất chứa 3 quả cầu trắng và 2 quả cầu đỏ, hộp thứ hai chứa 3 quả cầu trắng và 4 quả cầu vàng. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra hai quả cầu, tính xác suất để trong bốn quả cầu được lấy ra có đủ ba màu.

Bài 11: Một hộp chứa 10 tấm thẻ được đánh số từ 0 đến 9. Lấy ngẫu nhiên liên tiếp 4 tấm thẻ từ hộp đó và sắp thứ tự từ trái sang phải. Tính xác suất để 4 tấm thẻ lấy được sắp xếp thành một số tự nhiên, trong đó có chữ số 1.

Bài 12: Một hộp chứa 6 quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 6, 5 quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 5 và 4 quả cầu vàng được đánh số từ 1 đến 4. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu từ hộp đó, tính xác suất để 3 quả cầu chọn được vừa khác màu vừa khác số.

Bài 13: Có 3 khách hàng (không quen biết nhau) cùng bước vào một cửa hàng có 5 quầy phục vụ. Tính xác suất để có đúng hai khách hàng cùng vào một quầy và khách hàng còn lại vào một quầy khác.

Bài 14: Một khóa số có báo động là dãy gồm ba chữ số trong các chữ số $0; 1; 2; 3; \dots; 9$. Nếu bấm đúng cả ba chữ số thì mở được cửa, nếu bấm sai quá một chữ số thì có báo động. Tính xác suất để bấm khóa gây báo động.

Bài 15: Trong một giải đấu bóng bàn chào mừng ngày 20 / 11 có 12 giáo viên tham gia, trong đó có thầy Anh và thầy Tài. Ban tổ chức bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 2 bảng thi đấu A và B, mỗi bảng có 6 vận động viên. Tính xác suất để thầy Anh và thầy Tài nằm ở hai bảng đấu khác nhau.

Bài 16: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên hai số thuộc S , tính xác suất để trong hai số chọn được có ít nhất một số chia hết cho 5 (kết quả được làm tròn đến bốn chữ số thập phân).

Bài 17: Cho tập hợp $E = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất ba chữ số, các chữ số đôi một khác nhau và cùng thuộc E . Chọn ngẫu nhiên một số của S , tính xác suất để số chọn được có tổng các chữ số bằng 10.

Bài 18: (Câu 43, mã đề 101, THPTQG 2018) Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 17]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

- A. $\frac{1728}{4913}$. B. $\frac{1079}{4913}$. C. $\frac{23}{68}$. D. $\frac{1637}{4913}$.

Bài 19: (Câu 37, mã đề 101, THPTQG 2019) Chọn ngẫu nhiên hai số tự nhiên khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{13}{25}$. C. $\frac{12}{25}$. D. $\frac{313}{625}$.

Bài 20: (Câu 44, mã đề 119, THPTQG 2020) Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

- A. $\frac{9}{35}$. B. $\frac{19}{35}$. C. $\frac{22}{35}$. D. $\frac{16}{35}$.



Chủ đề

03

DÃY SỐ - CẤP SỐ CÔNG VÀ CẤP SỐ NHÂN**I. PHƯƠNG PHÁP QUY NẠP TOÁN HỌC****Bài 1.** Chứng minh bằng phương pháp qui nạp với n là một số nguyên dương:

a) $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$

b) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$

c) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$

d) $1.4 + 2.7 + \dots + n(3n+1) = n(n+1)^2.$

e) $1.2 + 2.3 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$

f) $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}.$

Bài 2. Chứng minh bằng phương pháp qui nạp với n là một số nguyên dương:

a) $n^3 + 3n^2 + 5n$ chia hết cho 3.

b) $n^3 + 11n$ chia hết cho 6.

c) $7.4^{n-1} + 3^{2n-1}$ chia hết cho 5.

d) $n^3 + 2n$ chia hết cho 3.

e) $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ chia hết cho 7.

f) $13^n - 1$ chia hết cho 6.

II. DÃY SỐ**Bài 1.** Cho dãy số (u_n) : $u_n = \frac{2n}{n^2 + 1}.$

a) Viết 5 số hạng đầu tiên của dãy.

b) Số $\frac{9}{41}$ là số hạng thứ mấy của dãy?

c) Chứng minh dãy số đã cho là dãy số giảm và bị chặn.

Bài 2. Tìm số hạng thứ 5 của dãy số (u_n) thỏa mãn:

a)
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{3}, n \geq 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} u_1 = u_2 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + u_{n-2}, n \geq 3 \end{cases}$$

Bài 3. Xét tính tăng, giảm của các dãy số (u_n) với:

a) $u_n = \frac{2^n - 1}{2^n + 3}.$

b) $u_n = \frac{(-1)^n}{n+2}.$

c) $u_n = \frac{2n+1}{3n-2}.$

d) $u_n = \frac{n^2 + n + 1}{n^2 + 1}.$

e) $u_n = \frac{1-n}{\sqrt{n}}.$

f) $u_n = n + \sin^2 n.$

Bài 4. Xét tính bị chặn trên, bị chặn dưới và bị chặn của các dãy số (u_n) :

a) $u_n = \frac{2n+3}{n+2}.$

b) $u_n = \frac{1}{n(n+1)}.$

c) $u_n = \frac{n^2 + 2n}{n^2 + n + 1}.$

III. CẤP SỐ CỘNG

Bài 1. Trong các dãy số (u_n) dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng, hãy cho biết số hạng đầu và công sai của nó:

a) $u_n = 3n - 7$.

b) $u_n = \frac{3n+2}{5}$.

c) $u_n = n^2$.

Bài 2. Tìm số hạng đầu tiên và công sai của cấp số cộng (u_n) , biết:

a) $\begin{cases} u_2 + u_6 = 18 \\ u_3 + u_7 = 22 \end{cases}$.

b) $\begin{cases} u_3 + u_5 = 16 \\ u_2 \cdot u_6 = 48 \end{cases}$.

c) $\begin{cases} u_3 = -15 \\ u_{14} = 18 \end{cases}$.

d) $\begin{cases} u_7 - u_3 = 8 \\ u_2 \cdot u_7 = 75 \end{cases}$.

e) $\begin{cases} u_7 + u_{15} = 60 \\ u_4^2 + u_{12}^2 = 1170 \end{cases}$.

f) $\begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases}$.

g) $\begin{cases} u_2 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$.

h) $\begin{cases} S_5 = 35 \\ u_4 \cdot u_5 = 130 \end{cases}$.

Bài 3. Mỗi cấp số cộng dưới đây có bao nhiêu số hạng ?

a) 1, 3, 5, ..., 199.

b) 35, 40, 45, ..., 2000.

c) 1999, 1986, 1973, ..., -211.

Bài 4. Tìm các số thỏa điều kiện:

a) Giữa các số 7 và 35, hãy đặt thêm 6 số nữa để được một cấp số cộng.

b) Giữa các số 4 và 67, hãy đặt thêm 20 số nữa để được một cấp số cộng.

Bài 5.

a) Tìm ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng, biết tổng của chúng là 27 và tổng các bình phương của chúng bằng 293.

b) Tìm bốn số hạng liên tiếp của một cấp số cộng, biết tổng của chúng bằng 22 và tổng các bình phương của chúng bằng 66.

Bài 6.

a) Ba góc của một tam giác vuông lập thành một cấp số cộng. Tìm số đo các góc đó.

b) Số đo các góc của một đa giác lồi có 9 cạnh lập thành một cấp số cộng có công sai $d = 3^0$. Tìm số đo của các góc đó.

c) Số đo các góc của một tứ giác lồi lập thành một cấp số cộng và góc lớn nhất gấp 5 lần góc nhỏ nhất. Tìm số đo các góc đó.

Bài 7. Chứng minh rằng nếu ba số a, b, c lập thành một cấp số cộng thì các số x, y, z cũng lập thành một cấp số cộng, với:

a) $x = b^2 + bc + c^2$; $y = c^2 + ca + a^2$; $z = a^2 + ab + b^2$

b) $x = a^2 - bc$; $y = b^2 - ca$; $z = c^2 - ab$.

Bài 8. Tìm x để ba số a, b, c lập thành một cấp số cộng, với:

a) $a = 10 - 3x$; $b = 2x^2 + 3$; $c = 7 - 4x$

b) $a = x + 1$; $b = 3x - 2$; $c = x^2 - 1$

Bài 9. Người ta trồng 3003 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây.... Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng ?

IV. CẤP SỐ NHÂN

Bài 1. Tìm số hạng đầu tiên và công bội của cấp số nhân (u_n) , biết:

$$a) \begin{cases} u_3 = 15 \\ u_5 = 135 \end{cases}.$$

$$b) \begin{cases} u_5 - u_1 = 80 \\ u_3 + u_4 = 36 \end{cases}.$$

$$c) \begin{cases} u_3 + u_5 = 90 \\ u_2 - u_6 = 240 \end{cases}.$$

$$d) \begin{cases} u_4 - u_2 = 72 \\ u_5 - u_3 = 144 \end{cases}.$$

$$e) \begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325 \end{cases}.$$

$$f) \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 14 \\ u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 = 64 \end{cases}.$$

Bài 2.

a) Giữa các số 160 và 5, hãy chèn vào 4 số nữa để tạo thành một cấp số nhân.

b) Giữa các số 243 và 1, hãy đặt thêm 4 số nữa để tạo thành một cấp số nhân.

Bài 3. Tìm ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân biết tổng của chúng bằng 19 và tích bằng 216.

Bài 4.

a) Tìm số hạng đầu tiên của một cấp số nhân, biết rằng công bội là 3, tổng các số hạng là 728 và số hạng cuối là 486.

b) Tìm công bội của một cấp số nhân có số hạng đầu là 7, số hạng cuối là 448 và tổng các số hạng là 889.

Bài 5.

a) Tìm 4 góc của một tứ giác, biết các góc đó lập thành một cấp số nhân và góc cuối gấp 9 lần góc thứ hai.

b) Độ dài các cạnh của $\triangle ABC$ lập thành một cấp số nhân. Chứng minh $\triangle ABC$ có hai góc không quá 60° .

Bài 6. Tìm bốn số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, trong đó số hạng thứ hai nhỏ hơn số hạng thứ nhất 35, còn số hạng thứ ba lớn hơn số hạng thứ tư 560.

Bài 7. Số các số hạng của một cấp số nhân là một số chẵn. Tổng tất cả các số hạng của nó lớn gấp 3 lần tổng các số hạng có chỉ số lẻ. Xác định công bội của cấp số đó.

Bài 8. Tìm 4 số hạng đầu của một cấp số nhân, biết rằng tổng 3 số hạng đầu là $\frac{148}{9}$, đồng thời theo thứ tự chúng là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng.

Bài 9. Tìm 3 số hạng đầu của một cấp số nhân, biết rằng khi tăng số thứ hai thêm 2 thì các số đó tạo thành một cấp số cộng, còn nếu sau đó tăng số cuối thêm 9 thì chúng lại lập thành một cấp số nhân.

Bài 10. Tìm 4 số trong đó ba số đầu là ba số hạng kế tiếp của một cấp số nhân, còn ba số sau là ba số hạng kế tiếp của một cấp số cộng; tổng hai số đầu và cuối bằng 32, tổng hai số giữa bằng 24.

Bài 11. Tìm các số dương a và b sao cho $a, a+2b, 2a+b$ lập thành một cấp số cộng và $(b+1)^2, ab+5, (a+1)^2$ lập thành một cấp số nhân.

Bài 12. Chứng minh rằng nếu ba số $\frac{2}{y-x}, \frac{1}{y}, \frac{2}{y-z}$ lập thành một cấp số cộng thì ba số x, y, z lập thành một cấp số nhân.

HÌNH HỌC

Chủ đề

01

PHÉP DỜI HÌNH - PHÉP ĐỒNG DẠNG TRONG MẶT PHẪNG**I. PHÉP TỊNH TIẾN****Bài 1.** Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của điểm $A(1; -2)$ qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ trong các trường hợp sau:

a) $\vec{v} = (2; 3)$.

b) $\vec{v} = (-1; 2)$.

c) $\vec{v} = (0; -3)$.

Bài 2. Tìm phương trình của đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ trong các trường hợp sau:

a) $d: x + 2y - 1 = 0, \vec{v} = (2; 3)$.

b) $d: 2x + 3y + 2 = 0, \vec{v} = (-1; 2)$.

c) $d: 3x - y + 5 = 0, \vec{v} = (0; -3)$.

Bài 3. Tìm phương trình của đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ trong các trường hợp sau:

a) $(C): (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$ và $\vec{v} = (2; 3)$.

b) $(C): x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$ và $\vec{v} = (-1; 2)$.

Bài 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , thực hiện các bài toán sau đây:a) Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của điểm A qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (2; 3)$ với A là giao điểm của hai đường thẳng $d: 2x - y + 3 = 0$ và $d': x + y + 6 = 0$.b) Cho d là đường thẳng qua hai điểm $A(1; 3)$ và $B(-2; 0)$. Tìm phương trình của đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (-1; 2)$.c) Cho (C) là đường tròn tâm $I(-1; 2)$ và đi qua $A(1; 3)$. Tìm phương trình của đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ với $\vec{v} = (0; -3)$.**II. PHÉP QUAY****Bài 1.** Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của điểm A qua phép $Q_{(O, 90^\circ)}$ và $Q_{(O, -90^\circ)}$ trong các trường hợp sau:

a) $A(2; 3)$.

b) $A(-1; 2)$.

c) $A(0; -3)$.

Bài 2. Tìm phương trình của đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép $Q_{(O, 90^\circ)}$ và $Q_{(O, -90^\circ)}$ trong các trường hợp sau:

a) $d: x + 2y - 1 = 0$.

b) $d: 2x + 3y + 2 = 0$.

c) $d: 3x - y + 5 = 0$.

Bài 3. Tìm phương trình của đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép $Q_{(O, 90^\circ)}$ và $Q_{(O, -90^\circ)}$ trong các trường hợp sau:

a) $(C): (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$.

b) $(C): x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$.

c) $(C): x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 = 0$.

Bài 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , thực hiện các bài toán sau đây:a) Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của điểm A qua phép $Q_{(O, 90^\circ)}$ với A là hình chiếu vuông góc của $M(1; 1)$ trên đường thẳng $d: 2x - y + 3 = 0$.

c) Cho (C) là đường tròn có đường kính AB với $A(-1;4)$ và $B(1;2)$. Tìm phương trình của đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép $Q_{(O,90^\circ)}$.

Bài 1. Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của điểm $A(1; -2)$ qua phép vị tự $V_{(I, k)}$ trong các trường hợp sau:

b) $I(-1;2), k = -2$.

c) $I(0; -3), k = -\frac{1}{2}$.

a) $d : x + 2y - 1 = 0$ và $I(2;3), k = 3$.

b) $d : 2x + 3y + 2 = 0$ và $I(-1;2), k = -3$.

c) $d : 3x - y + 5 = 0$ $\text{v\grave{a}} \quad I(0; -3), k = \frac{1}{2}$.

a) $(C) : (x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$ và $I(2;3), k=2$.

b) $(C) : x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$ và $I(-1;2), k = -3$.

c) $(C): x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 = 0$ và $I(0; -3), k = \frac{-1}{3}$.

Bài 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $I(-1;3)$ và số $k = -2$.

b) Cho d là đường thẳng qua điểm $A(1;3)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta : x + y + 6 = 0$. Tìm phương trình của đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép vị tự $V_{(I,k)}$.

c) Cho (C) là đường tròn có đường kính AB với $A(-1;4)$ và $B(1;2)$. Tìm phương trình của đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự $V_{(I,k)}$.



Chủ đề	ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN QUAN HỆ SONG SONG
02	

I. ĐẠI CƯƠNG VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau đây:

- a) (SAB) và (SAC) . b) (SAC) và (SBD) . c) (SAB) và (SCD) . d) (SAD) và (SBC) .

Bài 2. Cho tứ diện $SABC$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên cạnh AB và BC sao cho MN không song song với AC . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau:

- a) (SMN) và (SAC) . b) (SAN) và (SCM) .

Bài 3. Cho tứ diện $SABC$. Gọi K, M lần lượt là hai điểm trên cạnh SA và SC , gọi N là trung điểm cạnh BC . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau:

- a) (SAN) và (ABM) . b) (SAN) và (BCK) .

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với $AB \parallel CD$ và $AB > CD$. Lấy điểm M nằm trên đoạn BC . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau đây:

- a) (SAC) và (SBD) . b) (SAD) và (SBC) . c) (SAM) và (SBD) . d) (SDM) và (SAB) .

Bài 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. Trên cạnh SA lấy điểm M . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau đây:

- a) (SAC) và (SBD) . b) (BCM) và (SAD) . c) (CDM) và (SAB) . d) (BDM) và (SAC) .

Bài 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trung điểm của CD là M . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau đây:

- a) (SAC) và (SBD) . b) (SBM) và (SAC) . c) (SBM) và (SAD) . d) (SAM) và (SBC) .

Bài 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với $AB \parallel CD$ và $AB > CD$. Lấy điểm M nằm trên đoạn SA . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau đây:

- a) (BDM) và (SAC) . b) (BCM) và (SAD) . c) (BCM) và (SCD) .

Bài 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CD, SA . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau đây:

- a) (MNP) và (SAB) . b) (MNP) và (SAD) . c) (MNP) và (SBC) . d) (MNP) và (SCD) .

Bài 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. Lấy I thuộc cạnh SA , J thuộc cạnh SB sao cho IJ không song song với AB , lấy điểm K trong tứ giác $ABCD$. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau:

- a) (IJK) và $(ABCD)$. b) (IJK) và (SAB) . c) (IJK) và (SAC) . d) (IJK) và (SBD) .

Bài 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có hai cạnh đối diện không song song. Lấy điểm M thuộc miền trong của ΔSCD . Tìm giao tuyến các mặt phẳng:

- a) (SBM) và (SCD) . b) (AMB) và (SCD) . c) (ABM) và (SAC) . d) (SAM) và $(ABCD)$.

Bài 11. Cho hình chóp $S.ABC$. Trên cạnh SA lấy M sao cho $SA = 3SM$, trên cạnh SC lấy điểm N sao cho $SC = 2SN$, Điểm P thuộc cạnh AB . Tìm giao điểm của:

- a) MN và (ABC) . b) BC và (MNP) .

Bài 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là trung điểm của AC, BC . Lấy điểm P trên cạnh BD sao cho $PB < PD$. Tìm giao điểm của:

- a) CD và (MNP) . b) AD và (MNP) .

Bài 13. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M là điểm nằm trên cạnh SC .

- a) Tìm giao điểm của AM với (SBD) .
b) Gọi N là một điểm trên cạnh BC . Tìm giao điểm của SD và (AMN)

Bài 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AB . Gọi I, J, K là ba điểm nằm trên cạnh SA, AB, BC .

- a) Tìm giao điểm của IK với (SBD) .
b) Tìm các giao điểm của (IJK) với SD và SC .

Bài 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm SB, N là trọng tâm ΔSCD . Xác định giao điểm của:

- a) MN và $(ABCD)$. b) MN và (SAC) . c) SC và (AMN) . d) SA và (CMN) .

Bài 16. Cho tứ diện $SABC$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA, BC . Lấy điểm M trên đoạn IJ , lấy N trên cạnh SC .

- a) Tìm $H = SM \cap (ABC)$. b) Tìm $K = CM \cap (SAB)$.
c) Tìm $L = MN \cap (ABC)$. d) Tìm $P = AM \cap (SBC)$.

Bài 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm SB và G là trọng tâm ΔSAD .

- a) Tìm $E = SA \cap (OMG)$. b) Tìm $F = AD \cap (OMG)$. c) Tìm $K = GM \cap (ABCD)$.

Bài 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang đáy lớn AD . Lấy M trên cạnh SB . Tìm thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi (AMD) .

Bài 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P là các điểm lần lượt trên các cạnh CB, CD, SA . Tìm thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với (MNP) .

Bài 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi H, K là trung điểm BC và CD . Lấy M bất kì trên cạnh SA . Tìm thiết diện của hình chóp với (MHK) .

Bài 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SD và OC .

- Tìm giao tuyến của (MNP) với (SAC) .
- Tìm giao tuyến của (MNP) với $(ABCD)$.
- Tìm giao điểm của SA và (MNP) .
- Xác định thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với (MNP) .

Bài 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi K là trọng tâm của ΔSAC và I, J lần lượt là trung điểm của CD, SD .

- Tìm giao điểm H của đường thẳng IK với mặt phẳng (SAB) .
- Xác định thiết diện tạo bởi mặt phẳng (IJK) với hình chóp.

Bài 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm SC .

- Tìm I là giao điểm của AM với (SBD) . Chứng minh: $IA = 2IM$.
- Tìm thiết diện của hình chóp được cắt bởi (ABM) . Thiết diện đó là hình gì?
- Lấy điểm N tùy ý trên AB . Tìm giao điểm của MN với (SBD) .

Bài 24. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N là 2 điểm lần lượt nằm trên 2 cạnh BC, SD .

- Tìm giao điểm I của BN và (SAC) .
- Tìm giao điểm J của MN và (SAC) .
- Chứng minh: I, J, C thẳng hàng.

Bài 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. Lấy M trên cạnh SC . Gọi N là giao điểm của SB và (ADM) . Gọi O là giao điểm AC và BD .

Chứng minh ba đường thẳng SO, AM, DN đồng qui.

II. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SD, BC .

- Chứng minh $MN \parallel BC$.
- Chứng minh $MB \parallel NP$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng:

- (SAD) và (SBC) .
- (MNO) và $(ABCD)$.

Bài 3. Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và ABD . Chứng minh: $GG' \parallel CD$.

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N là trung điểm của AB, AC .

- Gọi M, N là trung điểm của AB, AC . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SBC) .
- Gọi I, J là trọng tâm của ΔSAB và ΔSAC . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (AIJ) và (ABC) .

Bài 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SA , N là trung điểm của SB .

- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng: (SAB) và (SCD) , (SAD) và (SBC) .
- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (BCM) .
- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MNO) và $(ABCD)$.

Bài 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SD, BC .

- Chứng minh $NP \parallel MB$.
- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (MNO) và $(ABCD)$.
- Tìm giao điểm của SB và (MCD) .

III. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẪNG

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N là trung điểm của SA, SD . Chứng minh:

- $MO \parallel (SCD)$.
- $NO \parallel (SAB)$.
- $BC \parallel (MNO)$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt trung điểm của AB và CD .

- Chứng minh: $MN \parallel (SBC)$ và $MN \parallel (SAD)$.
- Gọi E là trung điểm SA . Chứng minh SB và SC đều song song với (MNE) .

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SD, BC . Chứng minh:

- $NP \parallel (SAB)$.
- $SB \parallel (NOP)$.

Bài 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Điểm M trên CD sao cho $MC = 2MD$.

- Chứng minh: $MG \parallel (ABD)$.
- Tìm giao tuyến của (ABD) và (BGM) .
- Tìm giao tuyến của (ABD) và (AGM) .

Bài 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. K là trung điểm SD .

- Chứng minh $SB \parallel (ACK)$.
- Tìm giao tuyến của (SAB) và (ACK) .
- Tìm giao tuyến của (SBC) và (ACK) .

Bài 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với $AD // BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SC, SD .

a) Chứng minh $PC // (SAB)$.

b) Chứng minh $AC // (BMN)$.

Bài 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là trung điểm BC . Mặt phẳng (α) đi qua M , song song với BD và SC . Xác định thiết diện của (α) và hình chóp.

Bài 8. Cho hình chóp $S.ABC$. M, N là trung điểm của SB, SC .

a) Chứng minh $BC // (AMN)$.

b) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và (ABC) .

c) Gọi I là điểm tùy ý trên cạnh BC . Mặt phẳng (α) đi qua I , song song với AB và SC . Xác định thiết diện của (α) và hình chóp.

Bài 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SD và BC .

a) Chứng minh $NP // (SAB)$.

b) Chứng minh $SB // (NOP)$.

c) Tìm giao tuyến của hai (SAB) và (ANC) .

d) Gọi I là điểm tùy ý trên cạnh CD . Mặt phẳng (α) đi qua I , song song với BD và SC . Xác định thiết diện của (α) và hình chóp.

Bài 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AB // CD$ và $AB < CD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC .

a) Chứng minh $AC // (DMN)$.

b) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (BMN) và $(ABCD)$.

c) Gọi O là giao điểm của AC và BD . Mặt phẳng (α) đi qua O , song song với SA và BC . Xác định thiết diện của (α) và hình chóp $S.ABCD$.

IV. HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SD và BC .

a) Chứng minh $MO // (SAB)$.

b) Chứng minh $(MNO) // (SAB)$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $AD // BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm SA và AD .

Chứng minh $(BMN) // (SCD)$.

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC .

Chứng minh $(MNP) // (ABC)$.

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SD .

Chứng minh $(MNO) // (SBC)$.

Bài 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AD // BC$ và $AD = 2CD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và AD .

Chứng minh $(BMN) // (SCD)$.

Bài 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD .

a) Chứng minh $(OMN) // (SBC)$.

b) Gọi P, Q là trung điểm của AB, ON . Chứng minh $PQ // (SBC)$.

Bài 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi H, I, K lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC .

a) Chứng minh rằng: $(HIK) // (ABCD)$.

b) Gọi M là giao điểm của AI và KD , N là giao điểm của DH và CI .

Chứng minh: $(HIK) // (SMN)$.

Bài 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC .

a) Tìm giao điểm L của SD và (IJK) .

b) Chứng minh: $IL // AD, KL // CD$.

c) Gọi M là giao điểm của CJ và DI , N là giao điểm của BI và CL . Chứng minh $(SMN) // (ABCD)$.

Bài 9. Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AD lấy điểm I sao cho $AD = 3AI$. Các điểm J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác BCD và ACD .

a) Chứng minh $AB // (DKJ)$.

b) Chứng minh $(IJK) // (ABC)$.

c) Tìm giao điểm BD của và (IJK) .

Bài 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi E, K lần lượt là trung điểm của các cạnh CD, SC và G là trọng tâm của $\triangle SCD$.

a) Chứng minh: $(OEK) // (SAD)$.

b) Tìm giao điểm I của AK và (SBD) . Chứng minh I là trọng tâm tam giác SBD .

c) Chứng minh: $IG // (SBC)$.

d) Cho mặt phẳng (α) chứa OG và song song với CD . Tìm thiết diện của (α) với hình chóp $S.ABCD$.

