

PHẦN 1: GIẢI TÍCH

Công thức lượng giác cần nhớ:

$$\begin{aligned}
 (1) \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 & (2) \quad 1 + \tan^2 \alpha &= \frac{1}{\cos^2 \alpha} \\
 (3) \quad 1 + \cot^2 \alpha &= \frac{1}{\sin^2 \alpha} & (4) \quad \sin^2 x &= \frac{1}{2}(1 - \cos 2x) \\
 (5) \quad \cos^2 x &= \frac{1}{2}(1 + \cos 2x) & (6) \quad \cos a \cdot \cos b &= \frac{1}{2}[\cos(a-b) + \cos(a+b)] \\
 (7) \quad \sin a \cdot \sin b &= \frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)] & (8) \quad \sin a \cdot \cos b &= \frac{1}{2}[\sin(a-b) + \sin(a+b)] \\
 (9) \quad \sin 2x &= 2 \sin x \cos x; & (10) \quad \cos 2x &= \cos^2 x - \sin^2 x
 \end{aligned}$$

Bảng công thức đạo hàm

Hàm cơ bản	Hàm hợp (đổi x thành u, nhân thêm u')
1. $(x)' = 1$	1. $(ax+b)' = a$
2. $(x^n)' = nx^{n-1}$	2. $(u^n)' = n.u^{n-1}.u'$
3. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	3. $(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}}.u' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
4. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	4. $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{1}{u^2}.u' = -\frac{u'}{u^2}$
5. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$, $(\ln x)' = \frac{1}{x}$	5. $(\ln u)' = \frac{1}{u}.u' = \frac{u'}{u}$
6. $(\log_a x)' = \left(\frac{\ln x}{\ln a}\right)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$	6. $(\log_a u)' = \left(\frac{\ln u}{\ln a}\right)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$
7. $(e^x)' = e^x$	7. $(e^u)' = u'.e^u$
8. $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$	8. $(a^u)' = a^u \cdot u' \cdot \ln a$
9. $(\sin x)' = \cos x$	9. $(\sin u)' = u' \cdot \cos u$
10. $(\cos x)' = -\sin x$	10. $(\cos u)' = -u' \cdot \sin u$

11. $(\tan x)' = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	11. $(\tan u)' = u' \cdot (1 + \tan^2 u) = \frac{u'}{\cos^2 u}$
12. $(\cot x)' = -(1 + \cot^2 x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$	12. $(\cot u)' = -u' \cdot (1 + \cot^2 u) = -u' \cdot \frac{1}{\sin^2 u}$
13) $(\sin^2 x)' = \sin 2x$ 14) $(\cos^2 x)' = -\sin 2x$	13) $(\sin^2 u)' = u' \sin 2u$ 14) $(\cos^2 u)' = -u' \sin 2u$ 15) $(f(u))' = u' \cdot f'(u)$

CHƯƠNG III: NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHẦN

A. NGUYÊN HÀM

1/ Định nghĩa: F(x) là nguyên hàm của f(x) khi $F'(x) = f(x)$. Khi đó $F(x) + C$ được gọi là họ nguyên hàm của f(x). Kí hiệu: $\int f(x).dx = F(x) + C \Leftrightarrow F'(x) = f(x) \quad (C \in \mathbb{R})$

2/ Tính chất :

$$\begin{aligned} a) \int [f(x) + g(x)] dx &= \int f(x) dx + \int g(x) dx & b) \int [f(x) - g(x)] dx &= \int f(x) dx - \int g(x) dx \\ c) \int k \cdot f(x) dx &= k \int f(x) dx & d) \int f'(x) dx &= f(x) + C \end{aligned}$$

3/ Bảng công thức nguyên hàm thường gặp:

Nguyên hàm cơ bản	Nguyên hàm mở rộng
1/ $\int 1 dx = x + C$	1/ $\int (ax + b)^\alpha dx = \frac{1}{a} \frac{(ax + b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq -1)$
2/ $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq -1)$	2/ $\int \frac{dx}{ax + b} = \frac{1}{a} \ln ax + b + C \quad (x \neq 0)$
3/ $\int \frac{dx}{x} = \ln x + C \quad (x \neq 0)$	3/ $\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C$
4/ $\int e^x dx = e^x + C$	4/ $\int \cos(ax + b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax + b) + C$
5/ $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (0 < a \neq 1)$	5/ $\int \sin(ax + b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax + b) + C$
6/ $\int \cos x dx = \sin x + C$	5/ $\int \frac{1}{\cos^2(ax + b)} dx = \frac{1}{a} \tan(ax + b) + C$
7/ $\int \sin x dx = -\cos x + C$	7/ $\int \frac{1}{\sin^2(ax + b)} dx = -\frac{1}{a} \cot(ax + b) + C$
8/ $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$	8/ $\int \frac{1}{ax^2 + bx + c} dx = \frac{1}{a(x_1 - x_2)} \cdot \ln \left \frac{x - x_1}{x - x_2} \right + C$
9/ $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$	
10/ $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$	
11/ $\int \frac{1}{x^n} dx = -\frac{1}{(n-1)x^{n-1}} + C$	

Dạng 1: Tính nguyên hàm theo công thức:

Bài 1: Tìm nguyên hàm của các hàm số:

1. $\int (x^3 - 3x^2 + 2)dx$
2. $\int (3x^4 - 2x^2 + 2)dx$
3. $\int (2x - 3)^2 dx$
4. $\int (4\sin x - 5\cos x - 1)dx$
5. $\int \left(\frac{1}{x} + 3x - 2\right)dx$
6. $\int (e^x + x^2 - 3)dx$
7. $\int \left(\frac{3}{\cos^2 x} - \frac{7}{\sin^2 x} + 9\right)dx$
8. $\int \left(2 - \frac{2}{\sin^2 x} - \frac{3}{\cos^2 x} - 2x\right)dx$
9. $\int \frac{x^2 - x}{x}dx$
10. $\int \frac{1}{x^2} (2x^3 - x^2 + 1)dx$
11. $\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - x^3 \sqrt{x}\right)dx$
12. $\int \frac{x + \sqrt{x}}{x} dx$
13. $\int (1 - 2x)^2 \cdot x^5 dx$
14. $\int (1 - 2x)(x - 2)dx$
15. $\int \frac{3}{x+1} dx$
16. $\int \frac{2x+1}{x-3} dx$
17. $\int \frac{2x-1}{2x+1} dx$
18. $\int \frac{x^2 - 2x - 7}{x+1} dx$
19. $\int \left(e^{2x-2} + \frac{1}{e^{2x-2}}\right)dx$
20. $\int e^x (1 - e^{-x})dx$
21. $\int (e^{2x} + e^{3x} + e^{4x} - 3)dx$
22. $\int e^x \left(2 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x}\right)dx$
23. $\int (2a^x + \sqrt{x})dx$
24. $\int (2^x + 3^x)dx$
25. $\int \sqrt[3]{1-2x} dx$
26. $\int \frac{dx}{(2x+1)^2}$
27. $\int \cos(4x+3)dx$
28. $\int (\sin 2x + \cos 6x)dx$
29. $\int \sin 5x \cdot \cos 3x dx$
30. $\int \cos 4x \cdot \cos 2x dx$
31. $\int \sin 4x \cdot \sin 3x dx$
32. $\int (\cos^2 x - \sin^2 x)dx$
33. $\int \sin^2 x dx$
34. $\int \cos^2 x dx$
35. $\int (\cos^4 x - \sin^4 x)dx$
36. $\int \tan^2 x dx$

Dạng 2: Tính nguyên hàm bằng phương pháp đổi biến: $\int f(u(x)) \cdot u'(x)dx = \dots = \int f(t) \cdot dt$.

Cách làm: đặt $t=u(x)$ sau đó đạo hàm rồi nhân vi phân tương ứng cho từng vế
Thường gặp:

Dạng	$\int f(e^x) \cdot e^x dx$	$\int f(\sin x) \cdot \cos x dx$	$\int f(\cos x) \cdot \sin x dx$	$\int f(\ln x) \cdot \frac{1}{x} dx$
Đặt	$t = e^x \Rightarrow dt = e^x dx$	$t = \sin x \Rightarrow \cos x dx = dt$	$t = \cos x \Rightarrow \sin x dx = -dt$	$t = \ln x \Rightarrow \frac{1}{x} dx = dt$

Ngoài ra còn gặp dạng $t = \text{mẫu}$, $t = \text{căn}$ (mũ hóa 2 vế để mất căn rồi làm tiếp)

Bài 2: Tìm nguyên hàm của các hàm số sau:

1. $\int \frac{3x^2}{x^3+1} dx$
2. $\int \frac{x^3}{2-x^4} dx$
3. $\int (2-x^2)^4 \cdot 2x dx$
4. $\int (1+x^2)^{\frac{3}{2}} \cdot x dx$
5. $\int \frac{x}{x^2+1} dx$
6. $\int \frac{e^x}{e^x+1} dx$
7. $\int e^{\sin x} \cdot \cos x dx$
8. $\int \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x} dx$
9. $\int (e^{2x}+5)^2 \cdot e^{2x} dx$
10. $\int x \cdot e^{x^2} dx$
11. $\int \frac{1+\ln x}{x} dx$
12. $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$
13. $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^5 x}$
14. $\int \sin x \cdot \cos^4 x dx$
15. $\int \cos x \cdot \sin^5 x dx$
16. $\int (1-\sin x)^3 \cdot \cos x dx$
17. $\int \cos(3e^x+1) \cdot e^x dx$
18. $\int \frac{\sin x}{2\cos x-1} dx$
19. $\int \frac{\cos x}{2-4\sin x} dx$
20. $\int \tan x dx$
21. $\int \cot x dx$
22. $\int \sin^3 x dx$
23. $\int \cos^3 x dx$
24. $\int \cos^3 x \cdot \sin^2 x dx$
25. $\int e^{\cos^2 x} \cdot \sin 2x dx$
26. $\int x\sqrt{x^2+1} dx$
27. $\int x^2\sqrt{x^3+5} dx$
28. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^3+1}}$
29. $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$
30. $\int x^3\sqrt{x^2+2} dx$

Dạng 3: Phương pháp lấy nguyên hàm từng phần : $\int u(x) \cdot v'(x) dx = u(x) \cdot v(x) - \int v(x) \cdot u'(x) dx$ (*)

	$\int P(x)e^x dx$	$\int P(x)\cos x dx$	$\int P(x)\sin x dx$	$\int P(x)\ln x dx$	Ghi chú
u	P(x)	P(x)	P(x)	lnx	Đạo hàm 2 vế
dv	$e^x dx$	$\cos x dx$	$\sin x dx$	P(x)	Nguyên hàm 2 vế

Bài 1: Tìm nguyên hàm của các hàm số:

Loại 1: $\int (ax+b)\sin x dx \longrightarrow \begin{cases} u = ax+b \\ dv = \sin x dx \end{cases}$

1. $\int 2x \cdot \sin x dx$
2. $\int (3x+4) \cdot \sin x dx$
3. $\int (1-2x) \sin x dx$
4. $\int (8-9x) \sin x dx$
5. $\int 2x \cdot \sin 2x dx$
6. $\int (2x-1) \sin 2x dx$

Loại 2: $\int (ax+b)\cos x dx \longrightarrow \begin{cases} u = ax+b \\ dv = \cos x dx \end{cases}$

1. $\int 2x \cdot \cos x dx$
2. $\int 3x \cdot \cos x dx$
3. $\int (2x+4) \cos x dx$
4. $\int (1-2x) \cos x dx$
5. $\int (3-7x) \cos x dx$
6. $\int x \cdot \cos 2x dx$

Loại 3: $\int (ax+b)e^x dx \longrightarrow \begin{cases} u = ax+b \\ dv = e^x dx \end{cases}$

- | | | |
|-------------------------|------------------------|-------------------------|
| 1. $\int 2x.e^x dx$ | 2. $\int 7x.e^x dx$ | 3. $\int (2x+3).e^x dx$ |
| 4. $\int (2-7x).e^x dx$ | 5. $\int 2x.e^{3x} dx$ | 6. $\int x.e^{-x} dx$ |

Loại 4: $\int (ax+b)\ln x dx \longrightarrow \begin{cases} u = \ln x \\ dv = (ax+b) dx \end{cases}$

- | | | | |
|---------------------------------|------------------------|-------------------------|--------------------------------|
| 1. $\int 2x.\ln x dx$ | 2. $\int x^3.\ln x dx$ | 3. $\int \ln x dx$ | 4. $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$ |
| 5. $\int \frac{5\ln x}{x^7} dx$ | 6. $\int \ln(5x+1) dx$ | 7. $\int x.\ln(x+1) dx$ | 8. $\int 2x \ln(x^2+1) dx$ |

Loại 5:

- | | | | |
|--------------------------|---|---|----------------------------------|
| 1. $\int e^x.\sin x dx$ | 2. $\int e^x.\cos x dx$ | 3. $\int \frac{x}{\cos^2 x} dx$ | 4. $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$ |
| 5. $\int \sin(\ln x) dx$ | 6. $\int \frac{\ln(\sin x)}{\cos^2 x} dx$ | 7. $\int (4x + \frac{e^x}{\sin x}).e^{-x} dx$ | 8. $\int (\cos 3x + e^{-x})x dx$ |

Dạng 4: Tìm nguyên hàm thỏa điều kiện cho trước.

Bước 1: Tìm họ các nguyên hàm.

Bước 2: Thế điều kiện vào tìm hằng số C.

Bước 3: Thế C vừa tìm được vào nguyên hàm ở bước 1 ta được một nguyên hàm cần tìm.

Bài 1: Tìm nguyên hàm của hàm số:

- | | |
|--|---|
| a) $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x - 2$, biết $F(1)=9$. | b) $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$, biết $F(2)=1$ |
| c) $f(x) = \frac{x+2}{x}$, biết $F(1)=3$ | d) $f(x) = \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + \sqrt{2x}$, biết $F(8)=4$ |

Bài 2: Tìm nguyên hàm của hàm số:

- | | |
|---|--|
| a) $f(x) = \sin x + x$ biết $F(0)=19$. | b) $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + 3$ biết $F(0)=3$. |
|---|--|

Bài 3: Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x} + 2x$, biết tại $x = \frac{\pi}{4}$ nguyên hàm đó bằng -1

Bài 4: Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + e^{2x} + 2$, biết tại $x = \ln 2$ nguyên hàm đó bằng 1.

Bài 5*: a) Tìm a, b để $F(x) = (ax+b)e^x$ là nguyên hàm của $f(x) = xe^x$

b) Tìm b, c để $F(x) = (x^2 + bx + c)e^x$ là nguyên hàm của $f(x) = x^2 e^x$

Câu hỏi trắc nghiệm

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x}$ là.

- A. $\ln x + C$ B. $\ln|x| + C$ C. $\frac{-1}{x^2} + C$ D. $\ln x$

Câu 2. Nguyên hàm của $I = \int \cos x \cdot \sin x \cdot dx$ là.

- A. $-\cos 2x + C$ B. $\frac{-1}{2} \cos 2x + C$ C. $\frac{-1}{4} \cos 2x + C$ D. $\frac{1}{4} \cos 2x + C$

Câu 3. Một nguyên nguyên hàm của $I = \int \sqrt{x+1} \cdot dx$ là.

- A. $\frac{1}{2\sqrt{x+1}} + C$ B. $\frac{2}{3}(x+1)\frac{1}{\sqrt{x+1}} + C$ C. $\frac{3}{2}(x+1)\frac{1}{\sqrt{x+1}} + C$ D. $\frac{3}{2}(x+1)\frac{1}{\sqrt{x+1}}$

Câu 4. Nguyên hàm của $I = \int e^{2x} \cdot dx$ là

- A. $-\frac{1}{2}e^2 + C$ B. $e^{2x} + C$ C. $\frac{1}{2}e^{2x} + C$ D. $\frac{1}{2}e^x + C$

Câu 5. Nguyên hàm của $I = \int \frac{x}{x+2} dx$

- A. $\frac{2}{(x+2)^2} + C$ B. $\frac{1}{2}x^2 \cdot \ln|x+2| + C$ C. $x + \ln|x+2| + C$ D. $x - \ln|x+2| + C$

Câu 6. Nguyên hàm của $I = \int \frac{1}{x^2-1} \cdot dx$ là.

- A. $\ln|x^2-1| + C$ B. $\frac{2x}{(x^2-1)^2} + C$ C. $\frac{1}{2}(\ln|x+1| - \ln|x-1|) + C$ D. $\frac{1}{2}(\ln|x-1| - \ln|x+1|) + C$

Câu 7. Nguyên hàm của $I = \int \frac{dx}{x^2-x-6}$

- A. $\ln|x^2-x-6| + C$ B. $\ln|x+2| - \ln|x+3| + C$
C. $\frac{-1}{5}(\ln|x+2| - \ln|x-3|) + C$ D. $\frac{1}{5}(\ln|x+2| - \ln|x-3|) + C$

Câu 8. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cdot e^x$ là.

- A. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 \cdot e^x$ B. $F(x) = (x+1) \cdot e^x + C$ C. $F(x) = x \cdot e^x$ D. khác

Câu 9. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sqrt{x^2+1}$ là.

- A. $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}}$ B. $F(x) = \frac{-1}{2}(x^2+1) \cdot \sqrt{x^2+1} + C$
C. $F(x) = \frac{1}{3}(x^2+1) \cdot \sqrt{x^2+1}$ D. Đáp án khác

Câu 18. Họ nguyên hàm của $f(x) = \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x}$ là.

- A. $F(x) = -\frac{1}{3} \cot^3 x + c$ B. $F(x) = \frac{1}{3} \cot^3 x + c$ C. $F(x) = \frac{5 \cos^3 x}{3 \sin^5 x} + c$ D. Tất cả đều sai.

Câu 19. Họ nguyên hàm của $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$ là.

- A. $F(x) = \frac{3}{4}x + \frac{1}{16} \cdot \sin(4x) + c$ B. $F(x) = \frac{1}{5} \sin^5 x + \frac{1}{5} \cos^5 x + c$
C. hai kết quả trên đều sai. D. hai kết quả trên đều đúng.

Câu 20. Một nguyên hàm $f(x) = 4^x \cdot 3^x$ là.

- A. $F(x) = 12^x \cdot \ln 12$ B. $F(x) = 4^x \cdot \ln 4 + 3^x \cdot \ln 3$ C. $F(x) = \frac{4^x \cdot 3^x}{\ln 4 \cdot \ln 3}$ D. $F(x) = \frac{12^x}{\ln 12}$

B. TÍCH PHÂN

DÙNG CÔNG THỨC VÀ BẢNG NGUYÊN HÀM

1. Khái niệm tích phân: Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì: $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$

- Đối với biến số lấy tích phân, ta có thể chọn bất kì một chữ khác thay cho x , tức là:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt = \int_a^b f(u)du = \dots = F(b) - F(a) \quad (\text{tích phân không phụ thuộc vào biến số})$$

2. Tính chất của tích phân

- $\int_0^0 f(x)dx = 0$ • $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$ • $\int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$ (k : const)
- $\int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$ • $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

3. Tính chất hàm chẵn và lẻ trong bài tích phân:

a) Cho $y=f(x)$ là hàm số chẵn (thường gặp $y = x^2, y = x^4, y = \cos x \dots$), số thực $a>0$ thì

$$\int_{-a}^0 f(x).dx = \int_0^a f(x).dx \Rightarrow \int_{-a}^a f(x).dx = 2 \int_0^a f(x).dx = 2 \int_0^a f(x).dx$$

b) Cho $y=f(x)$ là hàm số lẻ (thường gặp $y = x^1, y = x^3, y = \sin x \dots$), số thực $a>0$ thì

$$\int_{-a}^0 f(x).dx = -\int_0^a f(x).dx \Rightarrow \int_{-a}^a f(x).dx = 0$$

Bài 1: Tính tích phân:

$$1. I = \int_0^1 (x^3 - 4x^2 + 9)dx. \quad 2. I = \int_1^2 \left(t^9 - \frac{2}{t^3} + \frac{1}{t} + 1 \right) dt \quad 3. I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin t - 2 \cos t - 3t)dt$$

$$4. I = \int_1^{\frac{22}{5}} \sqrt[3]{3x+5} dx$$

$$5. I = \int_0^1 (x^3 - 1)x^8 dx$$

$$6. I = \int_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1}} dx$$

$$7. I = \int_0^1 (t - e^t + 3e^{3t} + e^{1-2t}) dt \quad 8. I = \int_1^2 \left(\frac{1}{t} - \frac{2}{3t} + \frac{4}{1-2t} \right) dt \quad 9. I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) dx$$

$$10. I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 5x \cdot \cos 3x dx \quad 11. I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 5x \cdot \cos 3x dx \quad 12. I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} (\sin^2 2x) dx$$

$$13. I = \int_0^{\ln 2} \frac{e^{2x+1} + 1}{e^x} dx \quad 14. I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} (\sin 2x \cdot \sin 6x + 6) dx \quad 15. I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx$$

$$16. I = \int_0^1 \frac{x^2}{x+1} dx \quad 17. I = \int_1^2 x^2 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx \quad 18. I = \int_0^2 \frac{dx}{x^2 - 9}$$

$$19. I = \int_0^1 \frac{2}{(x+2)(x-3)} dx \quad 20. I = \int_0^5 |4 - 2x| dx \quad 21. I = \int_0^4 |x^2 - x - 6| dx$$

Đổi biến số dạng 1

Tính các tích phân sau :

$$1. \int_0^1 \frac{x}{x^2 + 3} dx \quad I = \quad 2. I = \int_0^1 x^3 (1 + x^4)^3 dx \quad 3. I = \int_0^1 \frac{5x}{(x^2 + 4)^2} dx$$

$$4. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x \cdot \sin x dx \quad 5. I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cdot \cos x dx \quad 6. I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2012} x \cos x dx$$

$$7. I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{1 + 2 \sin 2x} dx \quad 8. I = \int_1^2 \frac{e^x}{e^x - 1} dx \quad 9. I = \int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx$$

$$10. I = \int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x} \quad 11. I = \int_1^e \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx \quad 12. I = \int_1^{\frac{22}{3}} \sqrt[3]{3x + 5} dx$$

$$13. I = \int_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1}} dx \quad 14. I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sin^3 x dx \quad 15. I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x dx$$

$$16. I = \int_0^1 x(x+1)^5 dx \quad 17. I = \int_0^1 x(x+2)^6 dx \quad 18. I = \int_0^1 x(1-x)^9 dx$$

$$19. I = \int_0^1 (x^3 - 1)x^8 dx \quad 20. I = \int_0^2 \frac{e^{2x}}{e^x + 1} dx \quad 21. I = \int_3^8 \frac{xdx}{\sqrt{x+1}}$$

$$22. I = \int_0^1 x\sqrt{1-x} dx \quad 23. I = \int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{2x+1}} \quad 24. I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \sin 2x}{\cos^2 x} dx$$

Đổi biến số dạng 2

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$, để tính $\int_a^b f(x)dx$

Ta thực hiện các bước sau:

Bước 1. Đặt $x = u(t)$ và tính $dx = u'(t)dt$.

Bước 2. Đổi cận: $x = a \Rightarrow t = \alpha$, $x = b \Rightarrow t = \beta$.

Bước 3. $\int_a^b f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f[u(t)]u'(t)dt = \int_{\alpha}^{\beta} g(t)dt$.

Tính tích phân

$$1. \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$2. \int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$$

$$3. \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$$

$$4. \int_0^{\sqrt{3}-1} \frac{dx}{x^2+2x+2}$$

II PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN TỪNG PHẦN

$$1) I = \int_0^1 (x+1)e^x dx$$

$$2) I = \int_0^1 xe^x dx$$

$$3) I = \int_0^1 (x-2)e^{2x} dx$$

$$4) I = \int_1^2 x \ln x dx$$

$$5) I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+1) \sin x dx$$

$$6) I = \int_1^e x^2 \ln x dx$$

$$7) I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$$

$$8) I = \int_0^{\pi} (2-3x) \sin x dx$$

$$9) I = \int_0^{\pi} (2-3x) \cos x dx$$

$$10) I = \int_1^2 (2 - \ln x) x dx$$

$$11) I = \int_1^e (x-1) \ln x dx$$

$$12) I = \int_0^1 (1 - xe^{2x}) dx$$

$$13) I = \int_1^e (x - x \ln x) dx$$

$$14) I = \int_0^{\pi} (1 - x \sin 2x) dx$$

$$15) I = \int_0^1 (3x^2 - 3xe^x) dx$$

Câu hỏi trắc nghiệm:

Câu 1. Giá trị của $I = 2 \int_0^2 e^{2x} dx = ?$

A. $I = e^4$

B. $I = 4^4$

C. $I = e^4 - 1$

D. $I = 3^4$

Câu 2. Tích phân $I = \int_1^e \ln x dx$ bằng:

A. $I = 1$

B. $I = e$

C. $I = e - 1$

D. $I = 1 - e$

Câu 3 : Tính tích phân sau: $\int_1^2 \left(\frac{3}{1-2x} \right) dx$

A. $-3 \ln 2 + \frac{3}{2}$

B. $3 \ln 2 + \frac{1}{2}$

C. $\frac{-3 \ln 3}{2}$

D. $-3 \ln 2 + \frac{1}{2}$

Câu 4: Tính tích phân sau: $\int_{-1}^1 \frac{2x}{x^2+1} dx$

- A. 0 B. 2 C. 1 D. 3

Câu 5. Tìm a sao cho $I = \int_0^a x \cdot e^{\frac{x}{2}} dx = 4$, chọn đáp án đúng

- A. 1 B. 0 C. 4 D. 2

Câu 6: Tích phân $I = \int_{-1}^2 3x \cdot e^x dx$ nhận giá trị nào sau đây:

- A. $\frac{3e^3+6}{e}$ B. $\frac{3e^3-6}{e^{-1}}$ C. $I = \frac{3e^3+6}{e^{-1}}$ D. $I = \frac{3e^3+6}{-e}$

Câu 7: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^{\sin x} + 2) \cos x dx$ có kết quả là:

- A. $e + 1$ B. $e - 1$ C. $e - 3$ D. $e + 3$

Câu 8. Khẳng định nào trong các khẳng định sau đúng với mọi hàm f, g liên tục trên K và a, b các số bất kỳ thuộc K :

- A. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$ B. $\int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$
- C. $\int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int_a^b f(x) dx}{\int_a^b g(x) dx}$ D. $\int_a^b f^2(x) dx = \left[\int_a^b f(x) dx \right]^2$

Câu 9. Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau:

- A. $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} \cdot dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot dx$ B. $\int_0^1 e^{-x} \cdot dx = 1 - \frac{1}{e}$
- C. $\int_0^{\pi} \left| \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right| \cdot dx = \int_0^{\pi} \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \cdot dx$ D. $\int_0^1 \sin(1-x) \cdot dx = \int_0^1 \sin x \cdot dx$

Câu 10. Cho $I = 2 \int_1^2 x \cdot \sqrt{x^2-1} \cdot dx$ khẳng định nào sau đây là sai ?

- A. $I = \int_0^3 \sqrt{u} \cdot dx$ B. $I = \frac{2}{3} \sqrt{27}$ C. $I < 3\sqrt{3}$ D. $I = \frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} \Big|_0^3$

Câu 11: Cho tích phân $I = \int_0^1 x(x-1)^3 dx$ và $t = x-1$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $I = \frac{1}{30}$ B. $I = \int_1^0 x(1-x)^3 dx$ C. $I = \left(\frac{t^5}{5} + \frac{t^4}{4} \right) \Big|_{-1}^0$ D. $I = \left(\frac{t^5}{5} + \frac{t^4}{4} \right) \Big|_0^1$

Câu 12. Giả sử $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = a + \ln b$ khi đó giá trị của a và b là ?

- A. a = 0 và b = 81 B. a = 1 và b = 9 C. a = 0 và b = 3 D. a = 1 và b = 8

Câu 13. Cho $\int_0^a \sin x \cdot \cos x \cdot dx = \frac{1}{4}$ khi đó giá trị của a = ?

- A. $a = \frac{\pi}{2}$ B. $a = \frac{2\pi}{3}$ C. $a = \frac{\pi}{4}$ D. $a = \frac{\pi}{3}$

Câu 14. Cho $f(x) = A \sin 2x + B$, Tìm A và B biết $f'(0) = 4$ và $\int_0^{2\pi} f(x) \cdot dx = 3$

- A. $A = 2; B = \frac{1}{2\pi}$ B. $A = 1; B = \frac{3}{2\pi}$ C. $A = 2; B = \frac{3}{2\pi}$ D. Các kết quả đều sai.

Câu 15. Xét $I = \int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{a^2 - ax}}$ với a là tham số thực dương thì.

- A. I = 2 B. I = 2a C. I = -2a D. I không xác định

Câu 16. Nếu $\int_a^d f(x) dx = 5$, $\int_b^d f(x) dx = 2$, với $a < d < b$ thì $\int_a^b f(x) dx$ bằng:

- A. -2 B. 3 C. 8 D. 0

Câu 17. Biết tích phân $I = \int_0^a (e^x + 3) dx = e + 2$, với $a > 0$. Tìm a.

- A. $a = \ln 2$. B. $a = e$. C. $a = 2$. D. $a = 1$.

Câu 18. Biết F(x) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4$. Tính $F\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 5$. B. $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{7}{2}$. C. $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$. D. $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{9}{2}$.

Câu 19. Biết tích phân $\int_0^1 (x-3)e^x dx = a + be$ với $a, b \in R$ Tìm tổng a + b.

- A. $a + b = 25$. B. $a + b = 1$. C. $a + b = 7$. D. $a + b = -1$.

Câu 20. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (1+x) \cos 2x dx = \frac{1}{a} + \frac{\pi}{b}$ (a, b là các số nguyên). Tính giá trị của tích a.b

- A. 32 B. 2 C. 4 D. 12

ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN

A. TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

Trường hợp 1.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường
$$\begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \\ x = a \\ x = b \end{cases}$$

$$1. S = \int_a^b |f(x)| dx = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$$

$$2. S = \int_a^b |f(x)| dx = \left| \int_a^c f(x) dx \right| + \left| \int_c^b f(x) dx \right|$$

với c là nghiệm thuộc [a;b].

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số:

1) $y = x^3 - 2x^2$, trục Ox và hai đường thẳng $x=-1, x=1$.

2) $y = x^3 - 3x + 2$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=2$.

3) $y = x^3 - 3x + 2$ và trục hoành.

4) $y = x^3 + 3x^2 - 4$ và trục hoành.

5) $y = x^4 - 2x^2 + 1$ và trục hoành.

6) $y = \ln x$, trục hoành và đường thẳng $x=e$.

7) $y = e^x - 1$, trục hoành và đường thẳng $x=1$

8) $y = \sin x; y = 0; x = 0; x = 2\pi$

9) $y = \sin x + 1; y = 0; x = 0; x = \frac{7}{6}\pi$

10) $y = \cos^2 x; y = 0; x = 0; x = \pi$

Trường hợp 2.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường
$$\begin{cases} y = f(x) \\ y = g(x) \\ x = a \\ x = b \end{cases}$$

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$$

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx = \left| \int_a^c [f(x) - g(x)] dx \right| + \left| \int_c^b [f(x) - g(x)] dx \right|$$

với c là nghiệm thuộc [a;b]

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số:

1) $y = x^3 + 2, y = x^2 + 2$ và hai đường thẳng $x = -1, x = 1$.

2) $y = x^3 + x - 2, y = 4x - 4$, trục tung và đường thẳng $x = 2$.

3) $y = x^3 - 3, y = 1 - 3x^2$. 4) $y = x^4 - x^2, y = x^2 - 1$.

B. TÍNH THỂ TÍCH KHỐI TRÒN XOAY

Tính thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành, đt

$x = a$, đt $x = b$ quay quanh trục hoành.
$$V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$$

Chú ý: Đối với thể tích ta không cần chia làm nhiều tích phân:

Tính thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số quay quanh trục hoành.

1) $y = x^3 - 3x$, trục hoành, đt $x = 0$, đt $x = 1$

2) $y = x^4 - 2x^2$, trục hoành, đt $x = -1$, đt $x = 0$

3) $y = x^3 - 2x^2$, trục hoành, trục tung, đt $x=1$

4) $y = x^4 - 2x^2 + 1$, trục hoành

5) $y = \sin x$, trục hoành, đt $x=0$, đt $x=\frac{\pi}{2}$

6) $y = \cos x$, trục hoành, trục tung, đt $x=\frac{\pi}{2}$

7) $y = \tan x$; $y = 0$; $x = 0$; $x = \frac{\pi}{4}$

8) $y = \ln x$; $y = 0$; $x = 1$; $x = 2$

9) $y = \ln x$; $y = 0$; $x = e$

10) $y = \sqrt{1+e^x}$, trục hoành, đt $x = 0$, đt $x = 2$

11) $y = \sqrt{1+3\ln x}$, trục hoành, đt $x = 1$, đt $x = e$

12) $y = x \ln x$; $y = 0$; $x = e$

Câu hỏi trắc nghiệm:

Câu 1. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ liên tục, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \pi \int_a^b f(x) dx$

B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$

C. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

D. $S = \int_a^b f^2(x) dx$

Câu 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi: $y = x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1; x = 3$.

A. $\frac{1}{4}$

B. 20

C. 30

D. 40

Câu 3. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ. Chọn kết quả đúng:

A. $2 \ln \frac{3}{2} - 1$

B. $5 \ln \frac{3}{2} - 1$

C. $3 \ln \frac{3}{2} - 1$

D. $3 \ln \frac{5}{2} - 1$

Câu 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị: $y = x^2 - 2x$ và $y = -x^2 + x$ có kết quả là:

A. 12

B. $\frac{10}{3}$

C. $\frac{9}{8}$

D. 6

Câu 5. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2x + 1; y = 2x^2 - 4x + 1$.

A. 5

B. 4

C. 8

D. 10

Câu 6. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = x$ là:

A. $-\frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{5}{6}$

D. $\frac{\pi}{6}$

Câu 7: Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 2$ là.

A. $S = \frac{23}{4}$.

B. $S = 4$

C. $S = \frac{9}{4}$

D. $S = \frac{21}{4}$

Câu 8: Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi parabol (P): $y = x^2$, trục hoành và đường thẳng $y = -x + 6$ là.

A. $S = \frac{125}{6}$.

B. $S = 54$

C. $S = 72$

D. $S = \frac{32}{3}$

Câu 9: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ và đường thẳng $y = 3$ bằng

A. $\frac{27}{4}$

B. $\frac{45}{4}$

C. $\frac{57}{4}$

D. $\frac{21}{4}$

Câu 10. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \frac{2}{x}$, Ox , $x = 1$, $x = d$ ($d > 0$) bằng 2. Khi đó d bằng:

A. e

B. $e + 1$

C. e^2

D. $2e$

Câu 11. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong $y = x^2 - 2x$, $y = -x^2 + 4x$ bằng:

A. 9

B. 12

C. 27

D. 4

Câu 12: Cho phần hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, $y = 0$ quanh trục Ox ta thu được khối tròn xoay có thể tích V bằng.

A. $V = \frac{16\pi}{15}$

B. $V = \frac{16\pi}{5}$

C. $V = \frac{16\pi}{3}$

D. $V = \frac{15\pi}{16}$

Câu 13: Khi quay phần hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{\cos x + 1}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{3}$ quanh trục Ox ta thu được khối tròn xoay có thể tích V bằng.

A. $V = \frac{\sqrt{3}\pi}{2} + \frac{\pi^2}{3}$

B. $V = \frac{\sqrt{3}\pi}{2} - \frac{\pi^2}{3}$

C. $V = \frac{\sqrt{3}\pi}{2}$

D. $V = \frac{\pi^2}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 14. Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường sau quay quanh trục ox : $y = 1 - x^2$; $y = 0$ là:

A. $\frac{16}{15}\pi$

B. $\frac{15}{16}\pi$

C. 30

D. π

Câu 15: Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3x^3 + 2x$, $y = 0$ và $x = a$ ($a > 0$) có diện tích bằng 1 thì giá trị của a là:

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{2}{\sqrt{6}}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{2}{\sqrt{3}}$

Câu 16: Thể tích vật tròn xoay khi quay hình phẳng xác định bởi các đường

$y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 3$ quanh trục Ox là:

A. $\frac{81\pi}{35}$

B. $\frac{71\pi}{35}$

C. $\frac{61\pi}{35}$

D. $\frac{51\pi}{35}$

Câu 17. Ký hiệu (H) là hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = x(1 - x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = 1$. Khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục hoành có thể tích bằng:

A. $\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{\pi}{10}$

C. $\frac{\pi}{20}$

D. $\frac{\pi}{30}$

Câu 18. Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \cos 4x$, Ox , $x = 0$, $x = \frac{\pi}{8}$ quay quanh Ox . Thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $\frac{\pi^2}{16}$

B. $\frac{\pi^2}{2}$

C. $\frac{\pi}{16}$

D. $\frac{\pi}{4}$

Câu 19. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{x}$ và đường thẳng $y = \frac{1}{2}x$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

- A. $V = \frac{4\pi}{3}$. B. $V = \frac{8\pi}{3}$. C. $V = \frac{16\pi}{15}$. D. $V = \frac{16\pi}{30}$.

Câu 20. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{1+\sqrt{4-3x}}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A. $\frac{\pi}{6} \left(4 \ln \frac{3}{2} - 1 \right)$ B. $\frac{\pi}{4} \left(6 \ln \frac{3}{2} - 1 \right)$ C. $\frac{\pi}{6} \left(9 \ln \frac{3}{2} - 1 \right)$ D. $\frac{\pi}{9} \left(6 \ln \frac{3}{2} - 1 \right)$

ÔN CHƯƠNG III:

Câu 1. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x+3}$ là :

- A. $\int f(x)dx = 2e^{2x+3} + C$ B. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}e^{2x+3} + C$
C. $\int f(x)dx = e^{2x+3} + C$ D. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}e^{2x+3} + C$

Câu 2. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$

- A. $\int f(x)dx = (2x+1)^2 + C$ B. $\int f(x)dx = \frac{1}{4}(2x+1)^2 + C$
C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}(2x+1)^2 + C$ D. $\int f(x)dx = 2(2x+1)^2 + C$

Câu 3. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \ln 4x$

- A. $\int f(x)dx = \frac{x}{4}(\ln 4x - 1) + C$ B. $\int f(x)dx = \frac{x}{2}(\ln 4x - 1) + C$
C. $\int f(x)dx = x(\ln 4x - 1) + C$ D. $\int f(x)dx = 2x(\ln 4x - 1) + C$

Câu 4. Hàm số $F(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ là một nguyên hàm của hàm số

- A. $\frac{x^4}{4} - x^3 + 5x + C$ B. $3x^2 - 6x + 5$ C. $3x^2 - 6x$ D. $x^4 - 3x^3 + 5x$

Câu 5. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{5-3x}$ là

- A. $\int f(x)dx = -\frac{1}{3}e^{5-3x} + C$ B. $\int f(x)dx = -3e^{5-3x} + C$
C. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}e^{5-3x} + C$ D. $\int f(x)dx = \frac{1}{5}e^{5-3x} + C$

Câu 6: Tìm nguyên hàm $\int (x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x})dx$

- A. $\frac{x^3}{3} - 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$ B. $\frac{x^3}{3} + 3\ln x - \frac{4}{3}\sqrt{x^3}$ C. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$ D. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| + \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$

Câu 7. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt[3]{3x+1}$ là

- A. $\int f(x)dx = \frac{1}{4}(3x+1)\sqrt[3]{3x+1} + C$ B. $\int f(x)dx = \sqrt[3]{3x+1} + C$
 C. $\int f(x)dx = \frac{1}{4}\sqrt[3]{3x+1} + C$ D. $\int f(x)dx = (3x+1)\sqrt[3]{3x+1} + C$

Câu 8. Nguyên hàm $M = \int \frac{dx}{x(x-3)}$ có kết quả bằng

- A. $M = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-3}{x} \right| + C$ B. $M = \frac{1}{3} \ln \frac{x}{x-3} + C$ C. $M = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x}{x-3} \right| + C$ D. $M = \frac{1}{3} \ln \frac{x-3}{x} + C$

Câu 9. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x(1 - 2017e^{-2x})$ là

- A. $\int f(x)dx = e^x + 2017e^{-x} + C$ B. $\int f(x)dx = e^x - 2017e^{-x} + C$
 C. $\int f(x)dx = e^x + \frac{2017}{2}e^{-x} + C$ D. $\int f(x)dx = e^x - \frac{2017}{2}e^{-x} + C$

Câu 10. Tính nguyên hàm của hàm sau $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$

- A. $\int \frac{1}{x \ln x} dx = \ln(\ln x) + C$ B. $\int \frac{1}{x \ln x} dx = \ln |\ln x| + C$
 C. $\int \frac{1}{x \ln x} dx = \frac{1}{\ln x} + C$ D. $\int \frac{1}{x \ln x} dx = -\frac{1}{\ln x} + C$

Câu 11. Tìm a, b, c để $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ là một nguyên hàm của $f(x) = (-2x^2 + 7x - 4)e^{-x}$

- A. a = -2, b = 3, c = 1 B. a = 2, b = -3, c = 1 C. a = 2, b = -3, c = -1 D. Các kết quả trên đều sai.

Câu 12. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$.

- A. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$ B. $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$ C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$ D. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$

Câu 13. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = \frac{3}{2}$. Tính $F\left(\frac{1}{2}\right)$.

- A. $F\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}e + 2$ B. $F\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}e + 1$ C. $F\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}e + \frac{1}{2}$ D. $F\left(\frac{1}{2}\right) = 2e + 1$.

Câu 14. Cho $A = \int_0^{\ln m} \frac{e^x dx}{e^x - 2} = \ln 2$. Khi đó giá trị của m là:

- A. $m = 4$ B. $m = 2$ C. $m = 0; m = 4$ D. $m = 0$

Câu 15. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường

$y = \frac{1}{x} + 1, y = 0, x = 1, x = k$ ($k > 1$) quay xung quanh trục Ox . Tìm k để $V = \pi \left(\frac{15}{4} + \ln 16 \right)$

- A. $k = 4$ B. $k = 2e$ C. $k = e^2$ D. $k = 8$

Câu 16. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong $y = x^2 - 2x, y = -x^2 + 4x$ bằng:

- A. 9 B. 12 C. 27 D. 4

Câu 17 : Nếu $b - a = 2$ thì biểu thức $\int_a^b 2x dx$ có giá trị bằng:

- A. $-(b+a)$. B. $2(b+a)$. C. $b+a$. D. $-2(b+a)$.

Câu 18. Cho $\int_0^9 f(x)dx = 27$. Tính $I = \int_{-3}^0 f(-3x)dx$.

- A. $I = 27$. B. $I = -3$. C. $I = 9$. D. $I = 3$.

Câu 19: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{1+\sin x}} dx = \sqrt{a} + b$. Tính $a + b$.

- A. $a + b = 1$. B. $a + b = 3$. C. $a + b = 6$. D. $a + b = 10$.

Câu 20: Cho $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số nguyên. Mđ nào dưới đây đúng ?

- A. $a + b = 2$. B. $a - 2b = 0$. C. $a + b = -2$. D. $a + 2b = 0$.

Chương IV: SỐ PHỨC

I. Tóm tắt lý thuyết

+ Số phức z là một biểu thức có dạng $z = a + bi$, trong đó a và b là các số thực, i là một số thỏa mãn $i^2 = -1$.

a là phần thực., b là phần ảo. , i là đơn vị ảo.

+ Đặc biệt:

+ Số phức $z = a + 0i$ có phần ảo bằng 0 được coi là số thực và viết $z = a$.

+ Số phức $z = 0 + bi$ có phần thực bằng 0 được gọi là số ảo và viết $z = bi$.

+ Hai số phức $z = a + bi$ và $z' = a' + b'i$ bằng nhau nếu phần thực và phần ảo của chúng tương ứng bằng

nhau. $a + bi = a' + b'i \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$

+ Số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bởi điểm $M(a;b)$ trong mặt phẳng Oxy.

+ Môđun số phức $z = a + bi$ là số thực không âm kí hiệu $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

+ Số phức liên hợp của số phức $z = a + bi$ là số phức $\bar{z} = a - bi$

+ Cộng hai số phức: $(a + bi) + (a' + b'i) = (a + a') + (b + b')i$.

+ Trừ hai số phức: $(a + bi) - (a' + b'i) = (a - a') + (b - b')i$.

+ Nhân hai số phức: $(a + bi)(a' + b'i) = (aa' - bb') + (ab' + a'b)i$.

+ Chia hai số phức: $\frac{a + bi}{a' + b'i} = \frac{aa' - bb'}{a'^2 - b'^2} + \frac{ab' + a'b}{a'^2 - b'^2}i$.

+ Căn bậc hai của số thực a âm là $\pm i\sqrt{|a|}$.

+ Cho phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$
với $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$.

+ Khi $\Delta < 0$ phương trình có hai nghiệm phức: $x_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$.

II. Các dạng bài tập.

Bài 1: Xác định phần thực và phần ảo số phức

1. $z = (2 - 3i)2i$
2. $z - (1 - i) = (1 - 2i)^2$
3. $z = (1 + \sqrt{7}) - \sqrt{5}i$
4. $z = 1 + 2i - 5i^2 + 2i^3 - 9i^4$.

Bài 2: Tìm các số thực x, y biết:

- 1) $(3x - 2) + (2y + 1)i = (x + 1) - (y - 5)i$
- 2) $(1 - 2x) - \sqrt{3}i = \sqrt{5} + (1 - 3y)i$
- 3) $(2x + y) + (2y - x)i = (x - 2y + 3) + (y + 2x + 1)i$
- 4) $(x^2 + x) + (1 + xy)i = (4 - y^2 - y) + (y^2 + x^2)i$

Bài 3:

- a) Cho hai số phức $z_1 = 2 + 5i, z_2 = 3 - 2i$. Xác định phần thực và phần ảo số phức $2z_1 - 3z_2^2$
- b) Cho hai số phức $z_1 = -2 + 3i, z_2 = -3 - 4i$. Xác định môđun số phức $2z_2 - 4\overline{z_2} + 2z_1^2$

Bài 4: Xác định phần ảo và tính môđun số phức z , biết:

1. $z = (1 - 2i)^2 + (1 - 3i)2i + 2i^2$
2. $\overline{z} = (1 - i)^2 3i + (1 - i)(1 - 2i)$
3. $\overline{z} = \frac{4 + 2i}{1 + i}$
4. $\overline{z} = (\sqrt{2} + i)^2 (1 - \sqrt{2}i)$

Bài 5 Cho số phức $z = 1 + (1 + mi) + (1 + mi)^2$. Xác định số thực m để z là số thuần ảo.

Bài 6: Xác định phần thực và phần ảo và tính môđun số phức liên hợp của các số phức z :

1. $z = (1 - i)^2 - (1 - 2i)^2$
2. $z = 3i(2 + 4i)^2 - (2 - 5i)2i + 3i^3$
3. $z = (2 - 3i)^3 - 2(2 - 4i)$
4. $z = 3i - 4i^2 - 2i(1 - 2i)^3$
5. $z = (1 - \sqrt{3}i)(1 + \sqrt{3}i) + (1 - \sqrt{2})i$

Bài 7: Xác định môđun số phức z , biết:

1. $\overline{z} = (2 - \sqrt{2}i)^2 + (2 + \sqrt{2}i)^2$
2. $\overline{z} = (4 - \sqrt{3}i)^2 + (4 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - i\sqrt{3})i$

Bài 8: Xác định phần thực, phần ảo các số phức z và biểu diễn các số phức đó trên mp Oxy, biết:

1. $z = 2 - 3i$

2. $z = -3 + 4i - 4i^2 + 2i^3$

3. $z = (1 - 2i)(-3 + 2i)$

4. $z = \frac{2 - 3i}{(1 + i)^2}$

Bài 9: Giải các phương trình sau trên tập số phức:

1. $(1 - i)z + (2 - i) = 4 - 5i$

2. $(1 - 2i)z = (2 - 3i)^2$

3. $(3 - i)z + 6 + 5i = 7 - 3i$

4. $(1 - 2i)z - (5 - 2i) = (4 + i)z$

5. $(1 - z)2i = (1 - 2i)^2 + (2 - 3i)$

6. $\frac{z}{4 + 3i} + (z - 3i) = 7 - 5i$

7. $z^2 + 4 = 0$

8. $(iz - 3)(z - 3i + 5)(z - 4 + 3i) = 0$

Bài 10 : Tìm phần thực và phần ảo số phức z , biết:

1. $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$

2. $(1 - 2i)z + 2\bar{z} = 3 - 10i$

3. $2iz + (2 - 3i) = (1 - i)\bar{z} - (1 - 3i)$

4. $3z - (1 - i)^2 = (1 + i)^2 - i\bar{z}$

5. $2iz - (1 - i)\bar{z} = (1 - 2i)(2 + 3i)$

Bài 11: Giải các phương trình sau trên tập số phức.

1) $x^2 - 2x + 5 = 0$

2) $x^2 - 6x + 10 = 0$

3) $3x^2 - 2x + 1 = 0$

4) $5z^2 - 2z + 7 = 0$

5) $-6x^2 + 3x - 11 = 0$

6) $5z^2 + 2z + 14 = 0$

7) $z^2 - z + 2 = 0$

8) $2z^2 - 5z + 4 = 0$

Bài 12:

a) Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$.

+ Tìm z_1, z_2

+ Tính giá trị biểu thức: $A = |z_1| \cdot |z_2|$

+ Xác định phần thực và phần ảo số phức $z_1 + z_2 + 2i$

b) Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$

+ Tìm z_1, z_2

+ Tính giá trị của biểu thức $A = 2|z_1|^2 + 3|z_2|^2$.

+ Tìm phần ảo số phức $z_1 + z_2 + 3i$.

c) Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 3 + 2i$. Tính giá trị biểu thức:

1. $A = |z_1| + |z_2|$

2. $A = \frac{|z_1|^2 + |z_2|^2}{|z_1||z_2|}$

Bài 15: Giải các phương trình sau trên tập số phức.

1) $z^4 - 3z^2 - 4 = 0$ 2) $x^4 + 10x^2 + 9 = 0$ 3) $z^4 - 4z^2 + 3 = 0$
4) $6z^4 + 13z^2 + 6 = 0$ 5) $z^3 + 8 = 0$ 6) $8z^3 - 1 = 0$

Câu hỏi trắc nghiệm:

BÀI 1. SỐ PHỨC

Câu 1. Cho số phức $z = 2i - 1$. Tìm phần thực a và phần ảo b của z .

- A. $a = 2, b = -1$. B. $a = 2, b = 1$. C. $a = -1, b = 2$. D. $a = -1, b = -2$.

Câu 2. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Tìm phần thực a và phần ảo b của z .

- A. $a = 2, b = -3$. B. $a = 2, b = 3$. C. $a = -3, b = 2$. D. $a = -3, b = -2$.

Câu 3. Cho số phức $z = 4i$. Tìm phần thực a và phần ảo b của z .

- A. $a = 0; b = 4$. B. $a = 0; b = -4$. C. $a = 4; b = 0$. D. $a = -4; b = 0$.

Câu 4. Số phức nào dưới đây là số thực?

- A. $z = (\sqrt{3} + 2i) - (\sqrt{3} - 2i)$. B. $z = (3 + 2i) + (3 - 2i)$.
C. $z = (1 + 2i) + (-1 + 2i)$. D. $z = (5 + 2i) - (\sqrt{5} - 2i)$.

Câu 5. Cho số phức $z = 1 + i\sqrt{3}$. Tìm số phức $\bar{z}$.

- A. $\bar{z} = 1 - i\sqrt{3}$. B. $\bar{z} = -\sqrt{3} - i$. C. $\bar{z} = -1 + i\sqrt{3}$. D. $\bar{z} = \sqrt{3} + i$.

Câu 6. Cho số phức $z = -2 - 5i$. Tìm phần thực a và phần ảo b của số phức $\bar{z}$.

- A. $a = -2, b = 5$. B. $a = -2, b = -5$. C. $a = -5, b = 2$. D. $a = -5, b = -2$.

Câu 7. Cho số phức $\bar{z} = 4 - 3i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. $a = 3, b = 4$. B. $a = 3, b = -4$. C. $a = 4, b = 3$. D. $a = 4, b = -3$.

Câu 8. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Tính $|z|$.

- A. $|z| = 2$. B. $|z| = -3$. C. $|z| = \sqrt{13}$. D. $|z| = 13$.

Câu 9. Cho số phức $z = a + bi$. Số phức z^2 có phần thực là :

- A. $a^2 + b^2$ B. $a^2 - b^2$ C. $a + b$ D. $a - b$

Câu 10. Cho số phức $z = a + bi$. Số phức z^2 có phần ảo là :

- A. ab B. $2a^2b^2$ C. a^2b^2 D. $2ab$

Câu 11. Cho số phức $z = i$. Tìm số phức $\bar{z}$.

- A. $\bar{z} = -i$. B. $\bar{z} = -1$. C. $\bar{z} = 1 - i$. D. $\bar{z} = 1$.

Câu 12. Cho số phức $z = 6 + 7i$. Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn là:

- A. (6; 7) B. (6; -7) C. (-6; 7) D. (-6; -7)

Câu 13. Cho số phức $z = a + bi$ với $b \neq 0$. Số $z - \bar{z}$ luôn là:

- A. Số thực B. Số ảo C. 0 D. i

Câu 14. Gọi A là điểm biểu diễn của số phức $z = 2 + 5i$ và B là điểm biểu diễn của số phức $z' = -2 + 5i$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành
- B. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục tung
- C. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua gốc toạ độ O
- D. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$

Câu 15. Với giá trị nào của x, y để 2 số phức sau bằng nhau: $x + 2i = 3 - yi$

- A. $x = 2; y = 3$
- B. $x = -2; y = 3$
- C. $x = 3; y = 2$
- D. $x = 3; y = -2$

Câu 16. Với giá trị nào của x, y thì $(x + y) + (2x - y)i = 3 - 6i$

- A. $x = -1; y = 4$
- B. $x = -1; y = -4$
- C. $x = 4; y = -1$
- D. $x = 4; y = 1$

Câu 17. Điểm biểu diễn của các số phức $z = m + mi, m \in R$ nằm trên đường thẳng có phương trình là:

- A. $y = 2x$
- B. $y = x$
- C. $y = 3x$
- D. $y = 4x$

Câu 18. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - i| = 1$ là:

- A. Một đường thẳng
- B. Một đường tròn
- C. Một đoạn thẳng
- D. Một hình vuông

Câu 19. Cho số phức $z = 2016 - 2017i$. Số phức đối của z có điểm biểu diễn là:

- A. (2016;2017)
- B. (-2016;-2017)
- C. (-2016;2017)
- D. (2016;-2017)

Câu 20. Cho số phức $2014 + 2015i$. Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn là:

- A. (2014;2015)
- B. (-2014;2015)
- C. (2014;-2015)
- D. (-2014;-2015)

BÀI 2. CỘNG TRỪ NHÂN SỐ PHỨC

Câu 1. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i; z_2 = 1 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

- A. $4 + i$.
- B. $9 - i$.
- C. $-1 - 9i$.
- D. $4 - 5i$.

Câu 2. Cho số phức $z = a + bi$ và $w = \frac{1}{2}(z + \bar{z})$. Mệnh đề sau đây là **đúng**?

- A. w là một số thực
- B. $w = 2$.
- C. w là một số thuần ảo.
- D. $w = i$.

Câu 3. Cho số phức $z = 1 - 2i$. Tìm phần ảo b của số phức $w = 2z + \bar{z}$.

- A. $b = -2$.
- B. $b = 2$.
- C. $b = 4$.
- D. $b = -4$.

Câu 4. Cho hai số phức $z = a + bi$ và $z' = a' + b'i$. Tìm điều kiện giữa a, b, a', b' để $z + z'$ là một số thuần ảo.

- A. $\begin{cases} a + a' = 0 \\ b + b' = 0 \end{cases}$
- B. $\begin{cases} a + a' = 0 \\ b, b' \text{ bất kỳ} \end{cases}$
- C. $\begin{cases} a + a' = 0 \\ b = b' \end{cases}$
- D. $\begin{cases} a + a' = 0 \\ b + b' \neq 0 \end{cases}$

Câu 5. Tìm số phức z thỏa mãn $3z + 2 + 3i = 5 + 4i$.

- A. $z = -1 + 3i$.
- B. $z = -3 + 2i$.
- C. $z = 2 - \frac{1}{3}i$.
- D. $z = 1 + \frac{1}{3}i$.

Câu 6. Cho số phức $z = 2 + 4i$. Tìm phần thực, phần ảo của số phức $w = z - i$.

- A. Phần thực bằng -2 và phần ảo bằng $-3i$. B. Phần thực bằng -2 và phần ảo bằng -3 .
C. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng $3i$. D. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 3 .

Câu 7. Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$, $z_2 = 5 + 7i$. Tìm số phức $z = z_1 - z_2$.

- A. $z = -3 + 7i$. B. $z = -3 - 8i$. C. $z = 7 + 6i$. D. $z = -3 + i$.

Câu 8. Cho số phức $z = 3(3 - 4i) - 4(3i - 1)$. Tìm số phức $\bar{z}$.

- A. $\bar{z} = 24 - 13i$. B. $\bar{z} = 3(3 - 4i) + 4(3i - 1)$. C. $\bar{z} = 5 - 24i$. D. $\bar{z} = 13 - 24i$.

Câu 9. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$; $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $w = z_1 - 2z_2$.

- A. $w = -3 + i$. B. $w = -3 - 8i$. C. $w = -5 + i$. D. $w = -3 + 8i$.

Câu 10. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$, $z_2 = 2 + i$. Tìm số phức $z = 2\bar{z}_1 - z_2$.

- A. $z = 7i$. B. $z = 5i$. C. $z = -4 - 7i$. D. $z = -7i$.

Câu 11. Cho $z + (5 - i)(2i - 1) = 4 - 3i$. Tìm số phức $z - 2\bar{z}$.

- A. $7 - 14i$. B. $-7 - 42i$. C. -7 . D. $-7 + 14i$.

Câu 12. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 3 + 4i$. Tìm số phức $z = 5z_1 - 3z_2$.

- A. $z = 1 + i$. B. $z = 3i$. C. $z = 1 + 2i$. D. $z = 1 + 3i$.

Câu 13. Cho hai số phức $z = i$. Tìm số phức $w = z^5$.

- A. $w = i$. B. $w = -1$. C. $w = 1$. D. $w = -i$.

Câu 14. Cho hai số phức $z_1 = i$; $z_2 = 1 + 2i$. Tìm số phức $z = z_1 \cdot z_2$.

- A. $z = 1$. B. $z = 2$. C. $z = -1$. D. $z = -2$.

Câu 15. Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$; $z_2 = 1 - i$. Tìm phần ảo b của số phức $z = z_1^2 - z_2^2$.

- A. $b = -4$. B. $b = 4$. C. $b = 0$. D. $b = 1$.

Câu 16. Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$; $z_2 = 4 - i$. Tìm số phức $z = z_1^2 \cdot z_2$.

- A. $z = 2 + 8i$. B. $z = 2 - 8i$. C. $z = 5 + 3i$. D. $z = 3 + 3i$.

Câu 17. Cho ba số phức $z_1 = 1 - 3i$; $z_2 = 2 + i$; $z_3 = 3 - 4i$. Tìm số phức $z = \bar{z_1 z_2} + \bar{z_2 z_3}$.

- A. $z = 1 + 4i$. B. $z = 1 - 4i$. C. $z = -15 - 4i$. D. $z = 15 + 4i$.

Câu 18. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = (\sqrt{2} + i)^2 (1 - \sqrt{2}i)$. Tìm phần ảo b của z .

- A. $b = -\sqrt{2}$. B. $b = \sqrt{2}$. C. $b = 5$. D. $b = 3\sqrt{2}$.

BÀI 3. PHÉP CHIA SỐ PHỨC

Câu 1. Tìm số phức $z = \frac{3}{i}$.

- A. $z = 3i$. B. $z = i$. C. $z = -i$. D. $z = -3i$.

Câu 2. Tìm số phức $z = \frac{3-4i}{4-i}$.

- A. $z = \frac{16}{17} - \frac{13}{17}i$. B. $z = \frac{16}{15} - \frac{11}{15}i$. C. $z = \frac{9}{5} - \frac{4}{5}i$. D. $z = \frac{9}{25} - \frac{23}{25}i$.

Câu 3. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = \frac{1+i}{2-i}$.

- A. $\frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$. B. $\frac{1}{5} - \frac{3}{5}i$. C. $-\frac{1}{5} - \frac{3}{5}i$. D. $-\frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$.

Câu 4. Cho số phức $z = a + bi \neq 0$. Tìm phần thực của số phức z^{-1} .

- A. $a + b$. B. $a - b$. C. $\frac{a}{a^2 + b^2}$. D. $\frac{-b}{a^2 + b^2}$.

Câu 5. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$; $z_2 = 1 + i$. Tìm số phức $z = \frac{z_1}{z_2}$.

- A. $z = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$. B. $z = -\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{2}}i$. C. $z = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. D. $z = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$.

Câu 6. Cho số phức $z = \sqrt{2} - \sqrt{3}i$. Tính z^{-1} .

- A. $z^{-1} = \frac{\sqrt{2}}{5} + \frac{\sqrt{3}}{5}i$. B. $z^{-1} = \frac{\sqrt{2}}{5} - \frac{\sqrt{3}}{5}i$. C. $z^{-1} = \frac{\sqrt{3}}{5}i$. D. $z^{-1} = \sqrt{2} + \sqrt{3}i$.

Câu 7. Tìm số phức $z = \frac{3-2i}{1+i} + \frac{1+i}{3-2i}$.

- A. $z = \frac{1}{13} + \frac{5}{13}i$. B. $z = \frac{15}{26} + \frac{55}{26}i$. C. $z = \frac{15}{26} - \frac{65}{26}i$. D. $z = \frac{15}{26} - \frac{55}{26}i$.

Câu 8. Cho số phức $z = 4 - 3i + \frac{5+4i}{3+6i}$. Tìm số phức $\bar{z}$.

- A. $\bar{z} = 20 - 8i$. B. $\bar{z} = 20 + 8i$. C. $\bar{z} = \frac{73}{15} + \frac{17}{5}i$. D. $\bar{z} = \frac{73}{15} - \frac{17}{5}i$.

Câu 9. Tìm phần thực a của số phức $z = \frac{3+i}{(1-2i)(1+i)}$.

- A. $a = \frac{4}{5}$. B. $a = -\frac{4}{5}$. C. $a = \frac{3}{5}$. D. $a = -\frac{3}{5}$.

Câu 10. Điểm biểu diễn của số phức : $z = \frac{1}{2-3i}$ là :

- A. $(3; -2)$ B. $(\frac{2}{13}; \frac{3}{13})$ C. $(2; -3)$ D. $(4; -1)$

Câu 11. Thực hiện phép tính sau : $A = (2-3i)(1+2i) + \frac{4-i}{3+2i}$. Mô đun của số phức $w = z - i$ là:

- A. $\frac{-114-2i}{13}$ B. $\frac{114+2i}{13}$ C. $\frac{114-2i}{13}$ D. $\frac{-114+2i}{13}$

Câu 12. Cho số phức $z = \frac{(2+i)(1-2i)}{2-i} + \frac{(2-i)(1+2i)}{2+i}$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

- A. $z \cdot \bar{z} = \frac{22}{5}$. B. z là số thuần ảo. C. $z \in \mathbb{R}$. D. $z + \bar{z} = 22$.

Câu 13. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = \frac{(1-\sqrt{3}i)^3}{1-i}$. Tìm $P = |\bar{z} + iz|$.

- A. $P = 8\sqrt{2}$. B. $P = 8\sqrt{3}$. C. $P = 4\sqrt{2}$. D. $P = 4\sqrt{3}$.

Câu 14. Cho số phức z thỏa mãn hệ thức $(i+3)z + \frac{2+i}{i} = (2-i)\bar{z}$. Mô đun của số phức $w = z - i$ là:

- A. $\frac{\sqrt{26}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{26}}{25}$

BÀI 4. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VỚI HỆ SỐ THỨC

Câu 1. Phương trình $8z^2 - 4z + 1 = 0$ có nghiệm là :

- A. $z_1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}i; z_2 = \frac{5}{4} - \frac{1}{4}i$. B. $z_1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}i; z_2 = \frac{1}{4} - \frac{3}{4}i$.
C. $z_1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}i; z_2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$. D. $z_1 = \frac{2}{4} + \frac{1}{4}i; z_2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$.

Câu 2. Biết z_1 và z_2 là nghiệm của phương trình $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$. Khi đó giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

- A. $\frac{9}{4}$. B. $-\frac{9}{4}$. C. 9 . D. 4 .

Câu 3. Phương trình $z^2 + az + b = 0$ có một nghiệm phức là $z = 1 + 2i$. Khi đó, tổng 2 số a và b bằng

- A. 0 . B. -4 . C. -3 . D. 3 .

Câu 3. Biết z_1 và z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Khi đó phần thực của $z_1^2 + z_2^2$ là :

- A. 6 . B. 5 . C. 4 . D. 7 .

Câu 4. Biết z_1 và z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 4 = 0$. Khi đó $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$ là :

- A. 2. B. -7. C. 8. D. 4.

Câu 5. Biết z_1 và z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Khi đó $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$ là :

- A. 100. B. 10. C. 20. D. 17.

Câu 1. Giải phương trình : $z^2 + (1-i)z - 18 + 13i = 0$

- A. $z = 4 - i; z = -5 + 2i$. B. $z = 4 - i; z = -5 - 2i$. C. $z = 4 + i; z = -5 - 2i$. D. $z = 4 + i; z = -5 + 2i$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $3x + (2 + 3i)(1 - 2i) = 5 - 4i$ trên tập số phức là :

- A. $1 - \frac{5}{3}i$. B. $-1 + \frac{5}{3}i$. C. $1 + \frac{5}{3}i$. D. $-1 - \frac{5}{3}i$.

Câu 4. Biết z_1 và z_2 là nghiệm của phương trình $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$. Khi đó giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

- A. $\frac{9}{4}$. B. $-\frac{9}{4}$. C. 9. D. 4.

Câu 5. Phương trình $z^2 + az + b = 0$ có một nghiệm phức là $z = 1 + 2i$. Khi đó, tổng 2 số a và b bằng

- A. 0. B. -4. C. -3. D. 3.

Câu 6. Biết z_1 và z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Khi đó phần thực của $z_1^2 + z_2^2$ là :

- A. 6. B. 5. C. 4. D. 7.

Câu 7. Biết z_1 và z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 4 = 0$. Khi đó $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$ là :

- A. 2. B. -7. C. 8. D. 4.

Câu 8. Biết z_1 và z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Khi đó $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$ là :

- A. 100. B. 10. C. 20. D. 17.

Câu 9. Biết z_1 và z_2 là nghiệm của phương trình $2z^2 + 4z + 3 = 0$. Khi đó $A = |z_1| + |z_2|$ là :

- A. $\sqrt{2}$. B. 3. C. $2\sqrt{3}$. D. $\sqrt{6}$.

Câu 10. Biết z_1 và z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 + \sqrt{3}z + 7 = 0$. Khi đó $A = |z_1|^4 + |z_2|^4$ là :

- A. $\sqrt{23}$. B. 23. C. 13. D. $\sqrt{13}$.

Câu 11. Phương trình $z^3 = 8$ có bao nhiêu nghiệm phức với phần ảo âm ?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 12. Giải phương trình : $z^2 + (1-i)z - 18 + 13i = 0$

- A. $z = 4 - i; z = -5 + 2i$. B. $z = 4 - i; z = -5 - 2i$. C. $z = 4 + i; z = -5 - 2i$. D. $z = 4 + i; z = -5 + 2i$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\left(\frac{z+i}{z-i}\right)^4 = 1$.

- A. $z = 0; z = 1$ B. $z = 0; z = -1$ C. $z = 0; z = \pm 1$ D. Đáp án khác

Câu 14. Nghiệm của phương trình $2ix + 3 = 5x + 4$ trên tập số phức là :

- A. $\frac{-23}{29} - \frac{14}{29}i$. B. $\frac{23}{29} - \frac{14}{29}i$. C. $-\frac{23}{29} + \frac{14}{29}i$. D. $\frac{23}{29} + \frac{14}{29}i$.

Câu 15. Số phức z thỏa mãn $(1+i)z + (2-3i)(1+2i) = 7+3i$ là .

- A. $z = 1 + \frac{3}{2}i$. B. $z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$. C. $z = \frac{-1}{2} - \frac{3}{2}i$. D. $z = \frac{-1}{2} + \frac{3}{2}i$.

Câu 16. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $z^4 - 4z^3 + 14z^2 - 36z + 45 = 0$. biết $z=2+i$ là một nghiệm

- A. $z = 2+i; z = 3i; z = -3i$. B. $z = 2+i; z = 2-3i; z = 3i; z = -3i$.
C. $z = 2+i; z = 2-i; z = 3i; z = -3i$. D. $z = 2+i; z = 2-i; z = 3i$.

Câu 17. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $x^4 + 2x^2 - 24x + 72 = 0$

- A. $2 \pm i\sqrt{2}; -2 \pm 2i\sqrt{2}$. B. $2 \pm i\sqrt{2}; 1 \pm 2i\sqrt{2}$. C. $1 \pm i\sqrt{2}; -2 \pm 2i\sqrt{2}$. D. $1 \pm i\sqrt{2}; -2 \pm i\sqrt{2}$.

Câu 18. Hai số phức $4+i$ và $2-3i$ là nghiệm của phương trình :

- A. $x^2 - (6-2i)x + 11-10i = 0$. B. $x^2 + (11-10i)x + 6-2i = 0$.
C. $x^2 + (6-2i)x + 11-10i = 0$. D. $x^2 - (11-10i)x + 6-2i = 0$.

Câu 19. Bộ 3 số thực $(a;b;c)$ để phương trình $z^3 + az^2 + bz + c = 0$ nhận $z=1+i$ và $z=2$ làm nghiệm là

- A. $(-4; 6; -4)$. B. $(4; -6; 4)$. C. $(-4; -6; -4)$. D. $(4; 6; 4)$.

Câu 20. Số nghiệm phức z của phương trình : $z^2 + \bar{z} = 0$ là

- A. 4 B. 3 C. 1 D. 2

ÔN TẬP CHƯƠNG IV

Câu 1. Cho số phức $z = 1 + 4i + (1-i)^3$. Tính $|z|$.

- A. $|z| = 4$. B. $|z| = \sqrt{29}$. C. $|z| = 1$. D. $|z| = \sqrt{5}$.

Câu 2. Cho số phức $z = (1+2i)^2(1-i)$. Tính $|z|$.

- A. $|z| = 5\sqrt{2}$. B. $|z| = 50$. C. $|z| = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. $|z| = \frac{10}{3}$.

Câu 3. Cho hai số phức $z_1 = 4-8i$ và $z_2 = -2-i$. Tính môđun của số phức $z = 2z_1 \cdot \overline{z_2}$.

- A. $|z| = 4\sqrt{5}$. B. $|z| = \sqrt{5}$. C. $|z| = 20$. D. $|z| = 40$.

Câu 4. Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = -3 + 5i$. Tính môđun của số phức $w = z_1 \cdot \bar{z}_2 + z_2$.

- A. $|w| = \sqrt{130}$. B. $|w| = 130$. C. $|w| = \sqrt{112}$. D. $|w| = 112$.

Câu 5. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = (\sqrt{2} + i)(1 - \sqrt{2}i)$. Tìm phần thực a của z .

- A. $a = \sqrt{2}$. B. $a = -1$. C. $a = 2\sqrt{2}$. D. $a = 1$.

Câu 6. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$; $z_2 = -2 + i$. Tính $P = |z_1 + z_2|$.

- A. $P = \sqrt{5}$. B. $P = \sqrt{2}$. C. $P = \sqrt{13}$. D. $P = 2$.

Câu 7. Cho hai số phức $z_1 = -3i$ và $z_2 = 3 - 5i$. Tính $P = |z_1 - z_2|$.

- A. $P = \sqrt{73}$. B. $P = \sqrt{13}$. C. $P = 3$. D. $P = 5$.

Câu 8. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 3 + i$. Tính $P = |z_1 - 2z_2|$.

- A. $P = \sqrt{26}$. B. $P = \sqrt{41}$. C. $P = \sqrt{29}$. D. $P = \sqrt{33}$.

Câu 9. Cho hai số phức $z_1 = 3 + i$, $z_2 = 2 - i$. Tính $P = |z_1 + z_1 z_2|$.

- A. $P = 10$. B. $P = 50$. C. $P = 5$. D. $P = 85$.

Câu 10. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (1 + i)(3 - 2i) + \frac{1}{2 + i}$.

- A. $\bar{z} = \frac{17}{3} + \frac{2}{3}i$. B. $\bar{z} = \frac{17}{5} + \frac{4}{5}i$. C. $\bar{z} = \frac{27}{5} - \frac{4}{5}i$. D. $\bar{z} = \frac{17}{3} - \frac{2}{3}i$.

Câu 11. Tìm môđun của số phức $\bar{z}$, biết $z = \frac{(2 - 3i)^2 + (1 + i)^2}{(1 - 2i)^2}$.

- A. $|\bar{z}| = \sqrt{5}$. B. $|\bar{z}| = \sqrt{\frac{2}{5}}$. C. $|\bar{z}| = \sqrt{\frac{11}{5}}$. D. $|\bar{z}| = 5$.

Câu 12. Cho số phức $z = 2 + 3i$. Tìm số phức $w = iz - \bar{z}$.

- A. $w = -3 + 5i$. B. $w = 5 + 3i$. C. $w = -5 + 5i$. D. $w = 5 - 5i$.

Câu 13. Cho số phức $z = 1 + 2i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.

- A. $w = 1 + i$. B. $w = -1 + i$. C. $w = -1 - i$. D. $w = 1 - i$.

Câu 14. Cho số phức $z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Tìm số phức $w = 1 + z + z^2$.

- A. $w = 2$. B. $w = -2$. C. $w = 0$. D. $w = 3$.

Câu 15. Cho số phức z thỏa mãn $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i$. Tìm số phức $w = (1 + z)\bar{z}$.

- A. $w = 3 + i$. B. $w = -\frac{3}{\sqrt{13}} - \frac{11}{\sqrt{13}}i$. C. $w = -\frac{3}{13} - \frac{11}{13}i$. D. $w = 3 - i$.

Câu 16. Tìm phần ảo b của số phức $w = 1 - zi + \bar{z}$, biết $(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$.

- A. $b = -1$. B. $b = 2$. C. $b = 1$. D. $b = -2$.

Câu 17. Tìm phần thực a của số phức z thỏa mãn $iz + 4 + 5i = i(6 + 3i)$.

- A. $a = 1$. B. $a = 7$. C. $a = 11$. D. $a = -1$.

Câu 18. Tìm phần thực a của số phức z thỏa mãn $(1+i)^2(2-i)z = 8+i+(1+2i)z$.

- A. $a = 2$. B. $a = -3$. C. $a = -2$. D. $a = 3$.

Câu 19. Tìm số phức z thỏa mãn $iz + 2\bar{z} = -1 - 8i$.

- A. $z = 7 + 7i$. B. $z = 5 - 2i$. C. $z = 2 + 5i$. D. $z = 1 - 2i$.

Câu 20. Tìm số phức z thỏa mãn $(2+i)z = (3-2i)\bar{z} - 4(1-i)$.

- A. $z = 3 - i$. B. $z = -3 - i$. C. $z = 3 + i$. D. $z = -3 + i$.

Câu 21. Tìm số phức z thỏa mãn $\frac{1-2i}{1+i}z = \frac{1-3i}{2-3i}$.

- A. $z = \frac{-2}{65} + \frac{36}{65}i$. B. $z = \frac{-2}{65} + \frac{20}{65}i$. C. $z = \frac{-30}{65} + \frac{36}{65}i$. D. $z = \frac{2}{65} + \frac{36}{65}i$.

Câu 22. Tìm phần ảo b của số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = (2-i)^2(1-i)$.

- A. $b = 13$. B. $b = -13$. C. $b = -9$. D. $b = 9$.

Câu 23. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z - (2-i)\bar{z} = 3$. Tìm số phức $w = \frac{i-2z}{1-i}$.

- A. $w = \frac{9}{2} + \frac{3}{2}i$. B. $w = -3 + 2i$. C. $w = \frac{11}{2} + \frac{3}{2}i$. D. $w = \frac{3}{2} + \frac{9}{2}i$.

Câu 24. Tìm cặp số $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện $(2x - 4y + 1) + (x - 3y)i = (4x + 2y + 3) + (3x - y + 5)i$.

- A. $\left(\frac{-13}{4}; \frac{3}{4}\right)$. B. $\left(\frac{5}{4}; -\frac{3}{4}\right)$. C. $\left(\frac{11}{4}; -\frac{9}{4}\right)$. D. $\left(\frac{-43}{4}; \frac{9}{4}\right)$.

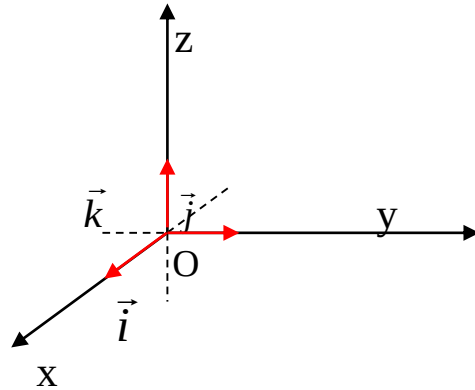
Câu 25. Tìm số phức z có môđun nhỏ nhất sao cho $|z| = |\bar{z} - 3 + 4i|$.

- A. $z = -\frac{3}{2} - 2i$. B. $z = -\frac{3}{2} + 2i$. C. $z = \frac{3}{2} + 2i$. D. $z = \frac{3}{2} - 2i$.

PHẦN 2: HÌNH HỌC

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Hệ gồm ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc được gọi là hệ trục tọa độ vuông góc Oxyz trong không gian



O (0;0;0) gọi là gốc tọa độ. Ox: trục hoành; Oy: trục tung; Oz: trục cao.

- Các mặt phẳng tọa độ: (Oxy), (Oyz), (Oxz) đôi một vuông góc với nhau.

- $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị lần lượt nằm trên các trục Ox, Oy, Oz.

- $\vec{i} = (1;0;0), \vec{j} = (0;1;0), \vec{k} = (0;0;1).$ $|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$ và $\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = 1.$

- $\vec{i} \perp \vec{j}, \vec{j} \perp \vec{k}, \vec{k} \perp \vec{i}.$ $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0, \vec{j} \cdot \vec{k} = 0, \vec{k} \cdot \vec{i} = 0.$ $[\vec{i}, \vec{j}] = \vec{k}, [\vec{j}, \vec{k}] = \vec{i}, [\vec{k}, \vec{i}] = \vec{j}$

$$+ M \in Ox \Leftrightarrow M(x;0;0); \quad M \in Oy \Leftrightarrow M(0;y;0); \quad M \in Oz \Leftrightarrow M(0;0;z)$$

$$+ M \in (Oxy) \Leftrightarrow M(x;y;0); \quad M \in (Oyz) \Leftrightarrow M(0;y;z) \quad M \in (Oxz) \Leftrightarrow M(x;0;z)$$

Tọa độ của điểm: $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow M(x;y;z)$

Tọa độ của vectơ: $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k} \Leftrightarrow \vec{a} = (a_1;a_2;a_3)$

CÁC KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1/ Cho $A(x;y;z); B(x';y';z'); C(x'';y'';z'')$ $\overrightarrow{AB} = (x' - x; y' - y; z' - z)$

Độ dài véc tơ hay khoảng cách 2 điểm A,B: $AB = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2}$

I là trung điểm đoạn AB $\Rightarrow I(\frac{x+x'}{2}; \frac{y+y'}{2}; \frac{z+z'}{2})$

G trọng tâm tam giác ABC $\Rightarrow G(\frac{x+x'+x''}{3}; \frac{y+y'+y''}{3}; \frac{z+z'+z''}{3})$

2/ Cho $\vec{a} = (x;y;z); \vec{b} = (x';y';z')$ Khi đó:

+ Cộng trừ 2 véc tơ : $\vec{a} \pm \vec{b} = (x \pm x'; y \pm y'; z \pm z')$

+ Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b} = x.x' + y.y' + z.z'$. Nếu $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow x.x' + y.y' + z.z' = 0$

+ Góc giữa 2 véc tơ: $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{x.x' + y.y' + z.z'}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}}$

+ Hai véc tơ bằng nhau: $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$

+ Tích có hướng Cho $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1), \vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$. Tích có hướng của 2 véc-tơ được kí hiệu là :

$$\vec{a} \wedge \vec{b} \text{ hoặc } [\vec{a}; \vec{b}]$$

$$\text{Khi đó: } \vec{a} \wedge \vec{b} = \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} z_1 & x_1 \\ z_2 & x_2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \right)$$

3/ Chứng minh hai vector cùng phương.

* $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow \vec{a} = k.\vec{b}$.

* $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$ với $(x_2, y_2, z_2 \neq 0)$

* $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{z_2}{z_1}$ với $(x_1, y_1, z_1 \neq 0)$

Chú ý: 2 véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow \vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{0} = (0; 0; 0)$

4/ Hình chiếu vuông góc.

*Hình chiếu vuông góc lên trục tọa độ: Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ trên các trục tọa độ.

+ Hình chiếu vuông góc của điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ trên **Ox** là: $M(x_0; \mathbf{0}; \mathbf{0})$

+ Hình chiếu vuông góc của điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ trên **Oy** là: $M(\mathbf{0}; y_0; \mathbf{0})$

+ Hình chiếu vuông góc của điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ trên **Oz** là: $M(\mathbf{0}; \mathbf{0}; z_0)$

*Hình chiếu vuông góc lên mp tọa độ: Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ trên các phẳng tọa độ.

+ Hình chiếu vuông góc của điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ trên **(Oxy)** là: $M(x_0; y_0; \mathbf{0})$

+ Hình chiếu vuông góc của điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ trên **(Oyz)** là: $M(\mathbf{0}; y_0; z_0)$ + Hình chiếu vuông góc của điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ trên **(Oxz)** là: $M(x_0; \mathbf{0}; z_0)$

CÁC DẠNG BÀI TẬP MẶT CẦU

1/ Xác định tâm và bán kính mặt cầu.

+Dạng 1: (S): $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ Có tâm I(a;b;c) và bán kính R

+Dạng 2: Mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$

$$\text{Có tâm I(a;b;c) với } \begin{cases} a = \frac{\text{hệ số } x}{-2} \\ b = \frac{\text{hệ số } y}{-2} \\ c = \frac{\text{hệ số } z}{-2} \end{cases} \quad \text{Bán kính: } R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$$

2/ Lập phương trình mặt cầu.

Dạng 1: Lập phương trình mặt cầu dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

Loại 1: Mặt cầu có tâm I(a;b;c) và bán kính R=m (với m là số thực).

- Pt mặt cầu (S): $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 (*)$.
- Mặt cầu có tâm I(a;b;c), bán kính R=m.

Thế tâm I và bán kính R vào pt (*).

Loại 2: Mặt cầu có tâm I(a;b;c) và đi qua điểm A.

- Pt mặt cầu (S): $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 (*)$.
- Mặt cầu có tâm I(a;b;c); Bán kính $R = IA = |\overrightarrow{IA}|$.
- Thế tâm I và bán kính R vào pt (*).

Chú ý: Điểm A thuộc mặt cầu nên khoảng cách từ A đến tâm bằng với bán kính R hay độ dài đoạn thẳng IA bằng với bán kính R.

Loại 3: Mặt cầu có đường kính AB.

- Pt mặt cầu (S): $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 (*)$.
- Gọi I trung điểm AB $\Rightarrow I(;;...;...)$
- Mặt cầu có tâm I(a;b;c)
- Bán kính $R = IA = |\overrightarrow{IA}|$.
- Thế tâm I và bán kính R vào pt (*).

Chú ý:

Đường kính là AB nên A và B thuộc mặt cầu nên $IA = IB$ là bán kính.

Ta có thể tính R theo 2 cách sau: $R = IB = \frac{|\overrightarrow{IB}|}{2}$ hoặc $R = \frac{AB}{2} = \frac{|\overrightarrow{AB}|}{2}$.

Loại 4: Mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$ và tiếp xúc mp $(P): Ax+By+Cz+D=0$.

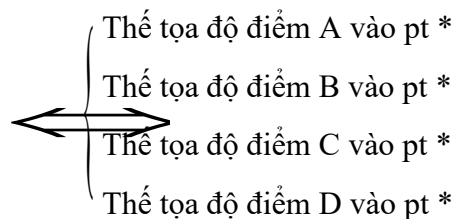
- Pt mặt cầu (S): $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ (*).
- Mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$.
- Do mặt cầu tiếp xúc mp(P) nên: $R = d(I, (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

Dạng 2: Lập phương trình mặt cầu dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$.

Loại 1: Lập phương trình mặt cầu qua bốn điểm A, B, C, D.

+ Pt mặt cầu (S) có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ (*)

+ Vì A, B, C, D thuộc (S):



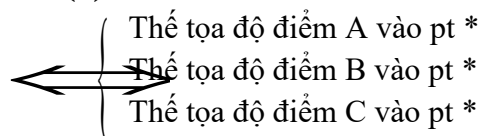
+ Giải hệ phương trình bằng ph. pháp thế, ta tìm được a, b, c, d.

+ Sau đó thế a, b, c, d vào pt (*).

Loại 2: Lập Pt mặt cầu qua ba điểm A, B, C và có tâm thuộc mp $(P): Ax + By + Cz + D = 0$.

a) Pt mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ (*)

b) Vì A, B, C thuộc (S):



Vì tâm $I(a;b;c)$ thuộc (P) nên thế tọa độ a;b;c vào pt của (P) ta được phương trình thứ tư. Ta giải hệ bốn pt, ta tìm được a,b,c,d.

BÀI TẬP

Bài 1: Tìm tọa độ điểm M và tính $|\overline{OM}|$ biết:

1. $\overline{OM} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 7\vec{k}$.
2. $\overline{OM} = -3\vec{k}$.
3. $\overline{OM} = -\vec{i} + 3\vec{j}$.
4. $\overline{AM} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $A(1; -1; 2)$.
5. $\overline{AM} = \vec{i} - \vec{k}$, $A(-1; -1; 3)$.

Bài 2: Tìm tọa độ điểm M và tính $|\overline{OM}|$ biết:

1. $\overline{MA} = 2\overline{MB}$ với $A(2; 1; 0)$, $B(-2; 0; 1)$.
2. $-3\overline{MA} = 2\overline{MB}$ với $A(2; 1; 4)$, $B(-2; 3; 1)$.

Bài 3: a) Tính góc giữa hai vector:

1. $\vec{a} = (2; 1; 4)$, $\vec{b} = (-6; 0; 3)$. 2. $\vec{a} = (0; 0; 1)$, $\vec{b} = (2; 0; 2)$.

b) Xét sự cùng phương của các vector sau.

1. $\vec{a} = (1; 1; 1)$, $\vec{b} = (2; 2; 2)$, $\vec{a} = (4; 4; 4)$, $\vec{b} = (3; 3; 3)$
 2. $\vec{a} = (2; 4; 6)$, $\vec{b} = (2; 4; 0)$ $\vec{a} = (1; 3; 0)$, $\vec{b} = (2; -6; 0)$
 3. $\vec{a} = (1; 3; 1)$, $\vec{b} = (2; 7; 2)$ $\vec{a} = (1; -3; -1)$, $\vec{b} = (-2; -7; -2)$

Bài 4: Cho tam giác ABC biết $A(-4; -2; 0)$, $B(-1; -2; 4)$, $C(3; -2; 1)$.

1. Tính góc giữa hai vector $\vec{AB}$, $\vec{AC}$.
2. Tính góc giữa hai vector $\vec{BA}$, $\vec{BC}$.
3. Tính góc giữa hai vector $\vec{CA}$, $\vec{CB}$.

Bài 5: Cho $\vec{a} = (m; 6; -5)$, $\vec{b} = (m; -m; -1)$. Tìm m để $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Bài 6: Cho $\vec{a} = (m; 3; -2)$, $\vec{b} = (m; -m; -1)$. Tìm m để $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Câu hỏi trắc nghiệm:

TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Câu 1: Trong không gian Oxyz cho ba vectơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

A. $\vec{b} \perp \vec{c}$ B. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$ C. $\vec{a} \perp \vec{b}$ D. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$

Câu 2: Tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 3; 1)$, $C(2; 4; -1)$ là tam giác gì?

- A. Tam giác thường B. Tam giác vuông C. Tam giác cân D. Tam giác đều

Câu 3: Cho $A(1, 2, 1)$, $B(1, 2, 6)$, $C(-4, 2, 1)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

- A. Tam giác ABC vuông cân tại A B. Tam giác ABC vuông tại A
 C. Tam giác ABC đều D. Tam giác ABC vuông cân tại B

Câu 4: Cho điểm $M(3, -4, -6)$. Tọa độ điểm M' đối xứng M qua gốc tọa độ O là

A. $(3, 0, 0)$; B. $(-3, -4, -6)$ C. $(3, 4, 6)$ D. $(3, -4, 0)$

Câu 5: Hình bình hành ABCD có $A(-2, 1, 4)$, $B(-3, 5, 6)$, $C(1, 0, -2)$. Tọa độ D là

A. $(2, -4, -4)$ B. $(0, 4, 0)$ C. $(2, -4, 0)$ D. $(1, -4, 2)$

Câu 6: Cho điểm $M(3, -4, -6)$. Tọa độ hình chiếu của M trên mp(yOz) là :

A. $(0, -4, -6)$ B. $(3, 0, 0)$ C. $(3, 4, 6)$ D. $(3, -4, 0)$

Câu 7: Cho vector $\vec{a} = (1; 3; 4)$, tìm vector $\vec{b}$ cùng phương với vector $\vec{a}$

A. $\vec{b} = (-2; -6; -8)$. B. $\vec{b} = (-2; -6; 8)$. C. $\vec{b} = (-2; 6; 8)$. D. $\vec{b} = (2; -6; -8)$.

Câu 8: Tích vô hướng của hai vector $\vec{a} = (-2; 2; 5)$, $\vec{b} = (0; 1; 2)$ trong không gian bằng

A. 12 B. 10 C. 13 D. 14

Câu 9: Cho vectơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$, độ dài vectơ $\vec{a}$ là

- A. $\sqrt{6}$ B. 2 C. $-\sqrt{6}$ D. 4

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 2; 3), \vec{b} = (-2; 0; 1), \vec{c} = (-1; 0; 1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{n} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c} - 3\vec{i}$

- A. $\vec{n} = (-6; 2; 6)$ B. $\vec{n} = (6; 2; 6)$ C. $\vec{n} = (6; 2; -6)$ D. $\vec{n} = (0; 2; 6)$

Câu 11: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(1; 1; 1), N(2; 3; 4), P(7; 7; 5)$. Để tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ điểm Q là

- A. $Q(6; 5; 2)$ B. $Q(-6; 5; 2)$ C. $Q(6; -5; 2)$ D. $Q(-6; -5; -2)$

Câu 12: Cho các điểm $E(4; -5; -3), I(2; -9; -1)$. Tìm tọa độ điểm F biết I là trung điểm của đoạn EF .

- A. $(0; -13; 1)$ B. $(0; 1; -13)$ C. $(0; 13; 1)$ D. $(0; -13; -1)$

Câu 13: Cho các vectơ $\vec{a}(2; 3; 1), \vec{b}(3; -2; 4), \vec{c}(3; 7; 0)$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. B. $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$.
C. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng. D. $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{c}$.

Câu 14: Cho tứ diện $MNPQ$ với $M(1; 1; 0), N(-5; 1; 0), P(-5; -3; 0), Q(2; -3; 21)$. Thể tích tứ diện $MNPQ$ bằng?

- A. 84 B. 82 C. 86 D. 81

Câu 15: Gọi φ là góc giữa hai vectơ $\vec{a} = (1; 2; 0)$ và $\vec{b} = (2; 0; -1)$, khi đó $\cos \varphi$ bằng

- A. $\frac{2}{5}$ B. 0 C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ D. $-\frac{2}{5}$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 0; -3), B(2; 4; -1), C(2; -2; 0)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{4}{3}\right)$ B. $\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$ C. $(5; 2; 4)$ D. $\left(\frac{5}{2}; 1; -2\right)$

Câu 17 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$. Khi đó tọa độ của $\vec{u}$ đối với hệ tọa độ $Oxyz$ là

- A. $(2; -3; 5)$. B. $(2; 3; 5)$. C. $(-2; 3; -5)$. D. $(2; -3; -5)$.

Câu 18 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, M' là hình chiếu vuông góc của $M(3; 2; 1)$ trên Ox . M' có tọa độ là

- A. $(3; 0; 0)$. B. $(0; 0; 1)$. C. $(-3; 0; 0)$. D. $(0; 2; 0)$.

Câu 19 : Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(1;2;-3)$; $B(6;5;-1)$. Tìm tọa độ điểm C để OABC là hình bình hành.

- A. $C(5;3;2)$. B. $C(-5;-3;-2)$. C. $C(-3;-5;-2)$. D. $C(3;5;-2)$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(2;-1;5)$; $B(5;-5;7)$; $M(x;y;1)$. Với giá trị nào của x; y thì A, B, M thẳng hàng?

- A. $x = -4; y = 7$. B. $x = 4; y = 7$. C. $x = -4; y = -7$. D. $x = 4; y = -7$.

Câu 21. Cho hình hộp ABCD_A'B'C'D' có $A(1;0;1)$ $B(2;1;2)$ $D(1;-1;1)$ và $C'(4;5;5)$, tọa độ của C và A' là

- A. $C(2;0;2)$; $A'(3;4;-6)$ B. $C(2;0;2)$; $A'(3;5;-6)$
C. $C(2;5;-7)$; $A'(3;4;-6)$ D. $C(4;6;-5)$; $A'(3;5;-6)$

MẶT CẦU

Bài 1: Xác định tâm và bán kính mặt cầu (S).

1. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$ 2. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9$ 3. $(x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2$
4. $x^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = 36$ 5. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 16$ 6. $x^2 + y^2 + z^2 = 3$

Bài 2: Xác định tâm và bán kính mặt cầu (S).

1. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ 2. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z - 1 = 0$ 3. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 4z + 2 = 0$
4. $x^2 + y^2 + z^2 - x - y - z = 0$ 5. $x^2 + y^2 + z^2 - 3x + y - 5z - 2 = 0$ 6. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4z = 0$
7. $x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 2z + 1 = 0$ 8. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2 = 0$ 9. $x^2 + y^2 + z^2 - 4y = 0$

Bài 3:a) Viết p t mặt cầu (S) biết tâm $I(2;-1;1)$ và bán kính bằng 3.

b) Cho ba điểm $A(1;2;1)$, $B(2;0;1)$, $C(-1;0;-2)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là điểm A và bán kính bằng độ dài đoạn thẳng BC.

Bài 4:a) Viết phương trình mặt cầu (S) biết tâm $I(-1;-1;-1)$ và đường kính bằng 16.

b) Cho ba điểm $A(-1;2;1)$, $B(2;0;-1)$, $C(-1;0;-2)$. Viết phtr mặt cầu (S) có tâm là điểm B và đường kính bằng độ dài đoạn thẳng AC.

Bài 5:a) Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là điểm $A(1;-2;3)$ và đi qua điểm $B(0;2;-1)$.

b) Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là gốc tọa độ và đi qua điểm $A(2;-1;9)$.

c) Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là điểm $M(2;-1;3)$ và đi qua gốc tọa độ.

Bài 6:a) Viết p. trình mặt cầu (S) có đường kính AB, $A(1;2;3)$, $B(-3;2;-1)$.

b) Viết p. trình mặt cầu (S) có đường kính MN, $M(1;-2;-3)$, $N(-3;2;1)$.

Bài 7:a) Viết phương trình mặt cầu (S) qua 4 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;3)$, $O(0;0;0)$.

b) Viết phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $A(3;2;6)$, $B(3;-1;0)$, $C(0;-7;3)$, $D(-2;1;-1)$.

c) Cho $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $C(1;-1;1)$, $D(4;5;-5)$. Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD.

Câu hỏi trắc nghiệm:

Câu 1: Phương trình mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 10y - 8 = 0$ có tâm I và bán kính R lần lượt là:

- A. $I(4; -5; 4)$, $R = \sqrt{57}$ B. $I(4; -5; 4)$, $R = 7$ C. $I(4; 5; 0)$, $R = 7$ D. $I(4; -5; 0)$, $R = 7$

Câu 2: Phương trình mặt cầu tâm $I(3; -1; 2)$, $R = 4$ là:

- A. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 16$ B. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 4 = 0$
C. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$ D. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 4z - 2 = 0$

Câu 3: Phương trình nào **không phải** là phương trình mặt cầu, chọn đáp án đúng nhất:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 100 = 0$ B. $-3x^2 - 3y^2 - 3z^2 + 48x - 36z + 297 = 0$
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 12y - 16z + 100 = 0$ D. B và C

Câu 4: Phương trình nào **không phải** là pt mặt cầu tâm $I(-4; 2; 0)$, $R = \sqrt{5}$, chọn đáp án đúng nhất:

- A. $x^2 + y^2 - z^2 + 8x - 4y + 15 = 0$ B. $(x+4)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 5$
C. $-x^2 - y^2 - z^2 - 8x + 4y - 15 = 0$ D. A và C

Câu 5: Tìm tất cả m để phương trình sau là pt mặt cầu : $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 5m^2 + 9 = 0$

- A. $m < -5$ hoặc $m > 1$ B. $m > 1$ C. Không tồn tại m D. Cả 3 đều sai

Câu 6: Tất cả m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2(m-1)x + 4my - 4z - 5m + 9 + 6m^2 = 0$ là pt mặt cầu?

- A. $-1 < m < 4$ B. $m < -1$ hoặc $m > 4$ C. Không tồn tại m D. Cả 3 đều sai

Câu 7: Phương trình mặt cầu (S) có đường kính BC, với $B(0; -1; 3)$; $C(-1; 0; -2)$ là:

- A. $x^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = \frac{27}{4}$ B. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{27}{4}$
C. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{27}{4}$ D. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = 27$

Câu 8: Cho $I(4; -1; 2)$, $A(1; -2; -4)$, phương trình mặt cầu (S) có tâm I và đi qua A là:

- A. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{46}$ B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+4)^2 = 46$
C. $(x-4)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{46}$ D. $(x-4)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 46$

Câu 9: Điểm N trên trục Oz, cách đều 2 điểm $A(3; -4; 7)$, $B(-5; 3; -2)$ Khi đó N có tọa độ là:

- A. $N(0; -2; 0)$ B. $N(0; 0; 2)$ C. $N(0; 0; 18)$ D. $N(0; 0; -2)$

Câu 10: Cho $I(4; -1; 2)$, $A(1; -2; -4)$, phương trình mặt cầu (S) có tâm I và đi qua A là:

- A. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 47$ B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+4)^2 = 46$
C. $(x-4)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 49$ D. $(x-4)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 46$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình: $(x+2)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4$.

Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

- A. $I(2; 3; 0)$, $R = 2$ B. $I(2; -3; 0)$, $R = 4$ C. $I(-2; 3; 0)$, $R = 2$ D. $I(-2; 3; 0)$, $R = 4$

Câu 12. Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S).

- A. $I(1; -2; 3)$ và $R = 4$. B. $I(-1; 2; -3)$ và $R = 4$.
C. $I(1; -2; 3)$ và $R = 2\sqrt{3}$. D. $I(2; -4; 6)$ và $R = \sqrt{58}$.

Câu 13: Cho bốn điểm $A(1;1;1)$, $B(1;2;1)$, $C(1;1;2)$ và $D(2;2;1)$. Tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD có tọa độ :

- A. $(3; 3; 3)$ B. $(3; 3; -3)$ C. $\left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$ D. $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$

Câu 14: Cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 14 = 0$ (1). Chọn khẳng định đúng.

- A. (1) là phương trình mặt cầu tâm $I(-2; 4; -6)$, bán kính $R = \sqrt{14}$.
B. (1) là phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -3)$, bán kính $R = \sqrt{14}$.
C. (1) là phương trình mặt cầu tâm $I(-1; -2; 3)$, bán kính $R = \sqrt{14}$.
D. (1) không phải là phương trình mặt cầu.

Câu 15: Trong không gian Oxyz cho $A(2; 0; -1)$, $B(-2; 4; 3)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

- A. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 12$ B. $x^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 12$
C. $x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 12$ D. $x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 2\sqrt{3}$

Câu 16: Tâm I và bán kính R của mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y + 4z - 2 = 0$ là

- A. $I(3; -1; -2)$, $R = 4$ B. $I(3; 1; 2)$, $R = 4$
C. $I(-3; 1; 2)$, $R = 2$ D. $I(3; 1; -2)$, $R = 2$

Câu 17: Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -3)$ và đi qua điểm $A(1; 0; 4)$ có phương trình

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 53$ B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 51$
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 52$ D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 53$

Câu 18. Phương trình mặt cầu đường kính AB với $A(6; 2; -5)$ và $B(-4; 0; 7)$ là

- A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 62$ B. $(x+5)^2 + (y+1)^2 + (z+6)^2 = 62$
C. $(x-5)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 62$ D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 62$

PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

1/ Viết pt mp biết điểm thuộc mp và vector pháp tuyến

Loại 1: Mặt phẳng (P) qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$.

+ Mặt phẳng (P) qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$.

+ Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = (A; B; C)$. $\Rightarrow$ Ptmp (P): $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

Loại 2: Mặt phẳng (P) qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và song song hoặc chứa giá của hai vector $\vec{a}, \vec{b}$.

+ Mặt phẳng (P) qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$.

+ Hai vector có giá song song hoặc nằm trên (P) là $\vec{a}, \vec{b}$

+ Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = \vec{a} \wedge \vec{b}$

2/ Viết pt mặt phẳng (P) đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (Q)

+ Mặt phẳng (P) qua $M(x_0; y_0; z_0)$

+ Do mặt phẳng(P) song song với mặt phẳng (Q) nên $\vec{n}_P = \vec{n}_Q$

Chú ý: Hai mp song song thì 2 vector pháp tuyến tỷ lệ hoặc bằng nhau.

3/ Viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d.

- Mặt phẳng (P) đi qua M.
- Mặt phẳng (P) có VTPT: $\vec{n}_P = \vec{a}_d$

4/ Viết phương trình mặt phẳng qua ba điểm A, B, C.

- Mặt phẳng (P) đi qua A.
- Mặt phẳng (P) có VTPT: $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

5/ Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa hai điểm A, B và vuông góc với mp(Q).

- Mặt phẳng (P) qua điểm A.
- Hai vector có giá song song hoặc nằm trên mp(P) là: $\overrightarrow{AB} = \dots \overrightarrow{n_Q} = \dots$
- Nên mp(P) có VTPT: $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{n_Q}$.

6/ Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d song song với đường thẳng d'.

- Mặt phẳng (P) qua điểm $M \in d$.
- Hai vector có giá song song hoặc nằm trên mp(P) là: $\vec{a}_d = \dots \vec{a}_{d'} = \dots$
- Mp(P) có VTPT: $\vec{n} = \vec{a}_d \wedge \vec{a}_{d'}$.

7/ Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm A và đường thẳng d.

- Chọn điểm M thuộc đt d.
- Mặt phẳng (P) qua điểm A.
- Hai vectơ có giá song song hoặc nằm trên mp(P) là: $\overrightarrow{AM} = \dots \overrightarrow{a_d} = \dots$.
- Nên mp(P) có VTPT: $\vec{n} = \overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{a_d}$.

8/ Viết phương trình mặt phẳng (P) là mp trung trực của đoạn thẳng AB.

- Gọi I là trung điểm AB $\Rightarrow I = (\dots)$
- Mặt phẳng (P) qua điểm I.
- Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = \overrightarrow{AB}$.

9/ Viết phương trình mp (P) đi qua điểm M và vuông góc với hai mp (Q) và (R).

- Mặt phẳng (P) qua điểm M.
- Hai vectơ có giá song song hoặc nằm trên mp(P) là: $\overrightarrow{n_Q} = \dots, \overrightarrow{n_R} = \dots$.
- Nên mp(P) có VTPT: $\vec{n} = \overrightarrow{n_Q} \wedge \overrightarrow{n_R}$.

10/ Lập phương trình tiếp diện của mặt cầu (S):

Dạng 1: Lập ph. trình mp(P) tiếp xúc mặt cầu (S) tại điểm A.

- Xác định tâm I của mc(S).
- Mặt phẳng (P) qua điểm A.
- Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{IA}$.

Dạng 2: Viết pt mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (m; n; p)$ và tiếp xúc mặt cầu (S).

- Ta xác định tâm I và bán kính R của mặt cầu.

Vì mp(P) có VTPT $\vec{n} = (m; n; p) \Rightarrow mx + ny + pz + D = 0$.

- Do mp(P) tiếp xúc mc(S) $\Leftrightarrow d(I; (P)) = R$

+ Mặt phẳng (P) tiếp xúc mặt cầu (S) $\Leftrightarrow d(I, (P)) = R$

11/ Khoảng cách từ điểm M(x₀; y₀; z₀) đến một mặt phẳng: (P): Ax + By + Cz + D = 0 là

$$d(M, (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

BÀI TẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

Bài 1:

- a)Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với đường thẳng BC, biết $B(-2;1;3)$, $C(-1;-2;-3)$.
- b) Cho hai điểm $A(2;1;0)$, $B(3;-1;0)$. Viết phương trình mặt (P) vuông góc với AB tại A.
- c) Cho hai điểm $A(2;1;0)$, $B(-2;-3;4)$. Viết ph. trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.
- d) Viết ph. trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và song song với mp(Q): $2x-2y-z-1=0$.
- e) Cho hai điểm $M(-1;-2;-3)$, $N(-3;-2;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua trung điểm của đoạn thẳng MN và song song với mặt phẳng (Q): $3x-y+z-10=0$.
- f) Cho ba điểm $A(2;1;0)$, $B(3;-1;-2)$, $C(1;-2;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua trọng tâm tam giác ABC và song song với mặt phẳng (Q): $y-2z-1=0$.
- g) Cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).
- h) Cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;-1;-1)$, $C(0;1;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).
- i) Cho hai điểm $A(2;-1;0)$, $B(-1;2;1)$.Viết phương trình mặt phẳng qua ba điểm O, A, B .
- j) Viết p trình m phẳng (P) đi qua điểm $A(2;-1;-3)$ và chứa trục Ox
- k) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(2;-1;-3)$ và chứa trục Oy.
- l) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(2;-1;-3)$ và chứa trục Oz.
- m) Viết ptmp (P) đi qua hai điểm $A(2;-1;-1)$, $B(1;0;1)$ và vuông góc với mặt phẳng (Q): $2x-y-z-1=0$.
- n) Viết ptmp (P) đi qua hai điểm $A(1;1;1)$, $B(2;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng (Q): $2x-y-1=0$.
- u) Viết ptrình mp (P) đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(1;0;1)$ và vuông góc với mặt phẳng (Q): $2x-3y-2z-1=0$.

Tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng .

Bài 1: Tính khoảng cách từ điểm $M(-1;2;-3)$ lần lượt đến các mặt phẳng sau:

- a) $2x-2y-z-10=0$ b) $-2x-2y+10=0$ c) $x-2y-2z=0$
d) $3x-2y-z+2=0$ e) $x-y-1=0$ f) $2x-3z=0$

Bài 2: Tính khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (P): $-x+2y-2z-33=0$

Bài 3: Tính khoảng cách từ trung điểm của đoạn AB đến mp(P): $x-y-z-1=0$, với $A(1;0;2)$, $B(-1;2;4)$.

Bài 4: Cho tam giác ABC với $A(1;2;3)$, $B(-1;-2;-3)$, $C(3,-9,27)$ và (P): $2x-2y-z=0$. Tính khoảng cách từ tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC đến mặt phẳng (P).

Bài 5: Cho tam giác ABC với $A(1;-2;-3)$, $B(-1;2;3)$, $C(-3,-9,15)$ và (P): $2x-2y-z=0$.

- a) Tính khoảng cách từ tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC đến mặt phẳng (P).
- b) Tính khoảng cách từ trung điểm của đoạn thẳng AB đến mp(P).

Bài 6:

- a) Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và tiếp xúc mặt phẳng (P): $2x - 2y - z - 1 = 0$.
b) Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1; -2; -3)$ và tiếp xúc mp (P): $2x + 2y + z - 3 = 0$.
c) Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là gốc tọa độ và tiếp xúc mp (P): $16x - 15y - 12z - 75 = 0$.
d) Viết phtr mặt cầu (S) có tâm là trọng tâm tam giác ABC và tiếp xúc mp(P): $2x - 2y - z - 27 = 0$. Biết $A(1;2; -2)$, $B(3;2;2)$, $C(2;2;9)$.

Bài 7:

- a) Viết PTMC (S) qua ba điểm $A(0;1;0)$, $B(1;0;0)$, $C(0;0;1)$ và có tâm thuộc mặt phẳng (P): $x + y + z - 3 = 0$.
b) Viết PTMC (S) qua $A(7;1;0)$, $B(-3; -1;0)$, $C(3;5;0)$ và tâm thuộc mặt phẳng (P): $18x - 35y - 17z - 2 = 0$.
c) Viết ptmc (S) qua ba điểm $A(1;2; -4)$, $B(1; -3;1)$, $C(2;2;3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng (Oxy).
d) Viết ph trình mặt cầu (S) qua hai điểm $A(3; -1;2)$, $B(1;1; -2)$ và có tâm thuộc trục Oz.

Câu hỏi trắc nghiệm:

Câu 1. Mặt phẳng (P): $x - 3x + z = 0$ nhận vectơ nào sau đây làm vectơ pháp tuyến

- A, $\vec{n} = (1;3;1)$ B, $\vec{n} = (2;-6;1)$ C. $\vec{n} = (-1;3;-1)$ D. $\vec{n} = \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $3x - z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A, $\vec{n} = (3;-1;2)$ B, $\vec{n} = (2;-6;1)$ C. $\vec{n} = (-3;0;1)$ D. $\vec{n} = (0;3;2)$

Câu 3. Cho mặt phẳng (P): $x - 2y + 3z - 1 = 0$. Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n} = (1;2;3)$. B. $\vec{n} = (1;-2;3)$. C. $\vec{n} = (1;3;-2)$. D. $\vec{n} = (1;-2;-3)$.

Câu 4. Phương trình mặt phẳng đi qua $A(1;-2;4)$ và nhận $\vec{n} = (2;3;5)$ làm VTPT là:

- A. $2x + 3y + 5z + 16 = 0$ B. $2x + 3y + 5z - 16 = 0$
C. $2x + 3y - 5z - 16 = 0$ D. $2x - 3y + 5z - 16 = 0$

Câu 5. Trong không gian Oxyz viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-2;3;1)$ và vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;1;-2)$, $B(4;-3;1)$

- A. $x - 4y + 3z + 11 = 0$ B. $x - 4y + 3z - 11 = 0$ C. $x + 4y + 3z + 11 = 0$ D. $x - 4y - 3z - 11 = 0$

Câu 6. Cho $A(2,-3,-1)$, $B(4,-1,2)$, lập phương trình mặt phẳng trung trực của AB là:

- A. $2x + 2y + 3z + 1 = 0$ B. $4x - 4y - 6z + \frac{15}{2} = 0$ C. $x + y - z = 0$ D. $4x + 4y + 6z - 7 = 0$

Câu 7. Cho $A(1; 3; 2)$ $B(-3; 1; 0)$ Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là:

- A. $2x + y + z - 1 = 0$ B. $2x + y + z - 7 = 0$ C. $2x + y - z - 4 = 0$ D. $4x + y + z - 1 = 0$

Câu 8. Cho hai điểm $A(1; -4; 4)$ và $B(3; 2; 6)$. Phương trình mp trung trực của đoạn AB là:

- A. $x - 3y + z + 4 = 0$ B. $x + 3y + z - 4 = 0$ C. $x + 3y - z - 4 = 0$ D. $x - 3y - z + 4 = 0$

Câu 9. Viết ph trình mặt phẳng (α) qua $A(3,2,-1)$ và vuông góc với Ox

- A. $(\alpha): y-2=0$ B. $(\alpha): x-3=0$ C. $(\alpha): z+1=0$ D. $(\alpha): y+z-1=0$

Câu 10. Viết ph trình mặt phẳng (α) qua $A(2,-1,3)$ và vuông góc với Oy

- A. $(\alpha): x-2=0$ B. $(\alpha): y+1=0$ C. $(\alpha): z-3=0$ D. $(\alpha): 3y+z=0$

Câu 11. Viết ph trình mặt phẳng (α) qua $A(2,-1,3)$ và vuông góc với Oz

- A. $(\alpha): x-2=0$ B. $(\alpha): y+1=0$ C. $(\alpha): z-3=0$ D. $(\alpha): 3y+z=0$

Câu 12. Viết ph trình mặt phẳng (α) qua $A(3,2,2)$ và A hình chiếu vuông góc của O lên (α) .

- A. $(\alpha): 3x+2y+2z-35=0$ B. $(\alpha): x+3y+2z-13=0$ C. $(\alpha): x+y+z-7=0$ D. $(\alpha): x+2y+3z-13=0$

Câu 13. Viết ph trình mặt phẳng (α) qua $A(-2,3,5)$ và A hình chiếu vuông góc của $B(1,4,3)$ lên (α) .

- A. $(\alpha): x+2y+2z-14=0$ B. $(\alpha): 3x+y-2z+13=0$ C. $(\alpha): x+y+z-6=0$ D. $(\alpha): x+2y+3z-19=0$

Câu 14. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$ tại điểm $M(4; -3; 1)$

- A. $3x - 4y - 20 = 0$ B. $3x - 4y - 24 = 0$ C. $4x - 3y - 25 = 0$ D. $4x - 3y - 16 = 0$

Câu 15. Cho mp(P): $3x - 4y + 2z - 5 = 0$. Viết ph.trình tổng quát của mp(Q) đối xứng mp(P) qua mp(yOz):

- A. $3x + 4y + 2z + 5 = 0$ B. $3x + 4y - 2z + 5 = 0$ C. $3x - 4y - 2z - 5 = 0$ D. $3x + 4y - 2z - 5 = 0$

Câu 16. Cho $P(1;1;1)$, $Q(0;1;2)$, $(\alpha): x - y + z + 1 = 0$. Tọa độ điểm M có tung độ là 1, nằm trong (α) thỏa mãn $MP = MQ$ có hoành độ là:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 1 D. 0

Câu 17. Cho $A(-1; 1; 3)$, $B(2; 1; 0)$, $C(4;-1; 5)$. Một pháp vector $\vec{n}$ của mp(ABC) có tọa độ là:

- A. $\vec{n} = (2; 7; 2)$ B. $\vec{n} = (-2, -7; 2)$ C. $\vec{n} = (-2; 7; 2)$ D. $\vec{n} = (-2; 7; -2)$

Câu 18. Mặt phẳng qua 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0,3)$ có phương trình là:

- A. $x - 2y + 3z = 1$ B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 6$ C. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$ D. $6x - 3y + 2z = 6$

Câu 19. Cho $A(-1;2;1)$, $B(-4;2;-2)$, $C(-1;-1;-2)$.Viết phương trình tổng quát của mp(ABC).

- A. (ABC): $x + y - z = 0$ B. (ABC): $x - y + 3z = 0$
C. (ABC): $2x + y + z - 1 = 0$ D. (ABC): $2x + y - 2z + 2 = 0$

Câu 20. Mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;-3)$ có phương trình

- A. $x - 2y - 3z = 0$ B. $6x - 3y - 2z - 6 = 0$ C. $3x - 2y - 5z + 1 = 0$ D. $x + 2y + 3z = 0$

Câu 21. Trong không gian cho 3 điểm : $A(5;1;3)$, $B(1;6;2)$, $C(5;0;4)$. Viết phương trình của mp(ABC)

- A. (ABC): $x + y - z - 9 = 0$ B. (ABC): $x + y - z + 9 = 0$ C. (ABC): $x + y + z - 9 = 0$ D. (ABC): $x + y + z + 9 = 0$

Câu 22. Cho điểm $I(1; 2; 5)$. Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của điểm I trên các trục Ox , Oy , Oz , pt mp (MNP) là:

- A. $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$ B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{5} = 1$ C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{5} = 1$ D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} = 1$

Câu 23. Viết phương trình mặt phẳng (α) qua các hình chiếu của $A(2,3,4)$ trên các trục tọa độ.

- A. $(\alpha): 6x - 4y + 3z - 12 = 0$ B. $(\alpha): 6x - 4y - 3z - 12 = 0$ C. $(\alpha): 6x + 4y - 3z - 12 = 0$ D. $(\alpha): 6x + 4y + 3z - 12 = 0$

Câu 24. Pt mp (P) qua $G(2; 1; -3)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C (khác gốc tọa độ) sao cho G là trọng tâm của ΔABC là:

A. (P): $2x + y - 3z - 14 = 0$ B. (P): $3x + 6y - 2z - 18 = 0$ C. (P): $x + y + z = 0$ D. (P): $3x + 6y - 2z - 6 = 0$

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, gọi (P) là mặt phẳng đi qua $G(1; 2; -1)$ và cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC. Viết phương trình mặt phẳng (P).

A. (P): $x + 2y - z - 4 = 0$ B. (P): $2x + y - 2z - 2 = 0$ C. (P): $x + 2y - z - 2 = 0$ D. (P): $2x + y - 2z - 6 = 0$

Câu 26. Cho tứ diện ABCD có $A(3; -2; 1)$, $B(-4; 0; 3)$, $C(1; 4; -3)$, $D(2; 3; 5)$. Phương trình tổng quát của mp chứa AC và song song BD là:

A. $12x - 10y - 21z - 35 = 0$

B. $12x - 10y + 21z - 35 = 0$

C. $12x + 10y + 21z + 35 = 0$

D. $12x + 10y - 21z + 35 = 0$

Câu 27. Trong không gian cho 4 điểm: $A(5;1;3)$, $B(1;6;2)$, $C(5;0;4)$, và $D(4;0;6)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua AB và song song với CD.

A. (P): $10x + 9y - 5z + 74 = 0$

B. (P): $10x + 9y - 5z - 74 = 0$

C. (P): $10x + 9y + 5z + 74 = 0$

D. (P): $10x + 9y + 5z - 74 = 0$

Câu 28. Viết phương trình mặt phẳng chứa 2 điểm $A(1;0;1)$ và $B(-1;2;2)$ và song song với trục Ox.

A. $x + 2z - 3 = 0$. B. $y - 2z + 2 = 0$. C. $2y - z + 1 = 0$. D. $x + y - z = 0$.

Câu 29. Phương trình tổng quát của mp qua hai điểm $A(4; -1; 1)$, $B(3; 1; -1)$ và song song trục Ox là:

A. $y + z + 2 = 0$

B. $y - z - 2 = 0$

C. $y + z = 0$

D. $y - z = 0$

Câu 30. Viết phương trình mặt phẳng (α) qua điểm $A(2,0,1)$ và trục Oy

A. (α): $2x - z - 3 = 0$

B. (α): $x - 2z = 0$

C. (α): $2y + z - 1 = 0$

D. (α): $x + 2z - 4 = 0$

Câu 31. Viết phương trình mặt phẳng (α) qua điểm $A(-5,2,1)$ và trục Oz

A. (α): $2x + 5y = 0$

B. (α): $y + 2z - 4 = 0$

C. (α): $x - y + 7 = 0$

D. (α): $y - 2z = 0$

Câu 31. Khoảng cách từ điểm $M(-2;-4;3)$ đến mặt phẳng (P): $2x - y + 2z - 3 = 0$ là:

A. 3

B. 2

C. 1

D. 11

Câu 33. Cho mặt phẳng (P): $2x + 3y + 6z - 18 = 0$ và điểm $A(-2;4;-3)$. Viết phương trình của mp(Q) chứa điểm A và song song với (P).

A. (Q): $2x + 3y + 6z + 10 = 0$

B. (Q): $2x + y + z - 3 = 0$

C. (Q): $2x - y + 2z + 2 = 0$

D. (Q): $2x - 3y + 6z + 2 = 0$

Câu 34. Lập phương trình của mặt phẳng (P) đi qua $A(1;2;3)$ và song song (Q): $x - 4y + z + 12 = 0$ là.

A. (P): $x - 4y + z + 4 = 0$

B. (P): $x - 4y + z - 4 = 0$

C. (P): $x - 4y + z - 12 = 0$

D. (P): $x - 4y + z + 3 = 0$

Câu 35. Lập phương trình của mặt phẳng đi qua $A(2;6;-3)$ và song song với (Oyz).

A. $y = 6$

B. $z = -3$

C. $x = 2$

D. $x + z = 12$

Câu 36. Cho hai mặt phẳng $(Q_1): 3x - y + 4z + 2 = 0$ và $(Q_2): 3x - y + 4z + 8 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (Q_1) và (Q_2) là

A. (P): $3x - y + 4z + 10 = 0$

B. (P): $3x - y + 4z + 5 = 0$

C. (P): $3x - y + 4z - 10 = 0$

D. (P): $3x - y + 4z - 5 = 0$

Câu 37. Cho $A(1;0;-2)$, $B(0;-4;-4)$, (P): $3x - 2y + 6z + 2 = 0$ Ptmp (Q) chứa đường thẳng AB và $\perp$ (P) là:

A. $2x - y - z - 4 = 0$

B. $2x + y - z - 4 = 0$

C. $2x - z - 4 = 0$

D. $4x + y - 4z - 12 = 0$

Câu 38. Trong không gian Oxyz viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua 2 điểm $A(2;0;-1)$, $B(1;-2;3)$

và vuông góc với mặt phẳng (Q): $x - y + z + 1 = 0$

A. $2x + 5y + 3z + 1 = 0$

B. $2x + 5y + 3z - 1 = 0$

C. $x - 2y + 3z - 1 = 0$

D. $2x - z - 1 = 0$

Câu 39. Lập PTTQ của mặt phẳng (α) chứa Ox và vuông góc với mặt phẳng (Q): $3x - 4y + 5z - 12 = 0$

- A. (α): $x - z = 0$ B. (α): $x + y = 0$ C. (α): $5y - 4z = 0$ D. (α): $5y + 4z = 0$

Câu 40. Lập phương trình của mặt phẳng (β) chứa Oy và vuông góc với mặt phẳng (R): $x + y + z - 1 = 0$.

- A. (β): $x + y = 0$ B. (β): $y - 4z = 0$ C. (β): $x - z = 0$ D. (β): $x + z = 0$

Câu 41. Lập phương trình của mặt phẳng (γ) chứa Oz và vuông góc với mặt phẳng (T): $x - y - z + 1 = 0$

- A. (γ): $x - z = 0$ B. (γ): $x + y = 0$ C. (γ): $x + z = 0$ D. (γ): $x - y = 0$

Câu 42. Lập PTTQ của (Q) đi qua B(1;2;3), vuông góc với mặt phẳng (P) : $x - y + z - 1 = 0$ và song song với Oy. A. (Q): $x - z + 2 = 0$ B. (Q): $x + z - 4 = 0$ C. (Q): $2x - z + 1 = 0$ D. (Q): $x + 2z - 7 = 0$

Câu 43. Lập phương trình tổng quát của (R) đi qua C(1;1;-1), vuông góc với mặt phẳng (P): $x + 2y + 3z - 1 = 0$ và song song với Oz.

- A. (R): $2x - y - 1 = 0$ B. (R): $x - y = 0$ C. (R): $x + y - 2 = 0$ D. (R): $2x + y - 3 = 0$

Câu 44. Định các giá trị của m và n để hai mặt phẳng sau song song với nhau: (α): $3x - y + mz - 9 = 0$ và (β): $2x + ny + 2z - 3 = 0$.

- A. $m = 3/2$; $n = 1$ B. $m = 3$; $n = 2/3$ C. $m = 3$; $n = -2/3$ D. $m = -3$; $n = 2/3$

Câu 45. Cho (P): $2x - y + z + 2 = 0$; (Q): $x + y + 2z - 1 = 0$. Góc giữa (P) và (Q) là:

- A. $\arccos \frac{1}{\sqrt{3}}$ B. 60° C. $\arccos \frac{1}{5}$ D. 30°

Câu 46. Lập phương trình của mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với hai mặt phẳng:

(R): $2x - y + 3z - 1 = 0$; (π): $x + 2y + z = 0$.

- A. (P): $7x - y - 5z = 0$ B. (P): $7x - y + 5z = 0$ C. (P): $7x + y - 5z = 0$ D. (P): $7x + y + 5z = 0$

Câu 47. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) đi qua A(1;3;-2), vuông góc với mặt phẳng (π): $x + y + z + 4 = 0$ và song song với Ox.

- A. (P): $x - z - 5 = 0$ B. (P): $2y + z - 4 = 0$ C. (P): $y + z - 1 = 0$ D. (P): $2y - z - 8 = 0$

Câu 48. Phương trình của mp(P) qua M(3;-1;-5) và vuông góc với hai mp (Q): $3x - 2y + 2z + 7 = 0$ và (R): $5x - 4y + 3z + 1 = 0$ là :

- A. $2x + y - 2z - 15 = 0$ B. $2x + y - 2z + 15 = 0$ C. $x + y + z + 3 = 0$ D. Một đáp số khác

Câu 49. Cho điểm I(2;6;-3) và 3 mặt phẳng (P): $x - 2 = 0$; (Q): $y - 6 = 0$; (R): $z + 3 = 0$. Trong các mệnh đề sau tìm mệnh đề sai :

- A. (P) đi qua I B. (Q) // (xOz) C. (R) // Oz D. (P) $\perp$ (Q)

Câu 50. Trong không gian Oxyz cho hai mặt phẳng (α): $x - 2y + 3z - 7 = 0$ và

(β): $-2x + 4y - 6z + 3 = 0$. Trong các khẳng định sau đây khẳng định nào là đúng ?

- A. (α), (β) trùng nhau. B. (α) // (β). C. (α) cắt (β). D. (α) cắt và vuông góc (β).

Câu 51. Cho 3 mp (P): $x + 2y - z - 6 = 0$; (Q): $2x - y + 3z + 13 = 0$; (R): $3x - 2y + 3z + 16 = 0$ cắt nhau tại điểm A. Tọa độ điểm A là:

- A. A(1;2;3) B. A(1;-2;3) C. A(-1;-2;3) D. A(-1;2;-3)

Câu 52. Trong không gian Oxyz, cho (P) có phương trình $x - 3y + 2z = 0$ và (Q) có phương trình $2x - 2y - 4z + 1 = 0$. Chọn khẳng định **đúng**.

- A. (P) và (Q) cắt nhau nhưng không vuông góc. B. (P) song song với (Q).
C. (P) và (Q) vuông góc nhau. D. (P) trùng với (Q).

Câu 53. Cho mp (P): $x - 2y + 1 = 0$ và (Q): $-x + 2y + 3 = 0$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. (P) // (Q) B. (P) cắt (Q) C. (P) $\equiv$ (Q) D. (P) $\perp$ (Q)

Câu 54. Cho mp (P): $2x + y = 0$. Mp nào dưới đây $\perp$ (P)

- A. $x - y + z + 1 = 0$ B. $x - 2y + z - 1 = 0$ C. $2x - y + z - 1 = 0$ D. $-2x - y = 0$

Câu 55. Định các giá trị của m và n để hai mặt phẳng sau song song với nhau:

(P): $2x + my + 3z - 5 = 0$ và (Q): $nx - 6y - 6z + 2 = 0$.

- A. $m=1; n=-2$ B. $m=3; n=4$ C. $m=-3; n=4$ D. $m=3; n=-4$.

Câu 56. Câu 1. Xác định m để hai mặt phẳng sau vuông góc: (P): $(2m - 1)x - 3my + 2z - 3 = 0$ và

(Q): $mx + (m - 1)y + 4z - 5 = 0$.

- A. $m = -2 \vee m = 2$ B. $m = -2 \vee m = 4$ C. $m = 2 \vee m = 4$ D. $m = -4 \vee m = 2$

Câu 57. Định giá trị của m để hai mặt phẳng sau vuông góc với nhau:

(P): $3x - 5y + mz - 3 = 0$ và (Q): $mx + 3y + 2z + 5 = 0$.

- A. $m=1$ B. $m=2$ C. $m=3$ D. $m=4$

Câu 58. Xác định góc (φ) của hai mặt phẳng (P): $x + 2y + 2z - 3 = 0$ và (Q): $16x + 12y - 15z + 10 = 0$.

- A. $\varphi = 30^\circ$ B. $\varphi = 45^\circ$ C. $\cos \varphi = 2/15$ D. $\varphi = 60^\circ$

Câu 59. Cho hai mp (P): $x + 5y - z + 1 = 0$ và (Q): $2x - y + z + 4 = 0$. Gọi $\cos \varphi$ là góc giữa hai mp (P) và (Q) thì giá trị $\cos \varphi$ bằng:

- A. $\frac{5}{6}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

Câu 60. Cho (P): $2x + 3y + 6z - 18 = 0$ và điểm A(-2;4;-3). Tính khoảng cách d giữa mặt phẳng (P) và A

- A. $d=6$ B. $d=5$ C. $d=3$ D. 4.

Câu 61. Tính khoảng cách từ điểm A(1;2;3) đến mp(P) : $2x - y + 2z + 6 = 0$

- A. $d=5$ B. $d=4$ C. $d=3$ D. 2

Câu 62. Tính khoảng cách từ điểm M(3;3;6) đến mp(P) : $2x - y + 2z + 6 = 0$

- A. $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{10}{3}$ D. 7

Câu 63. Trong mặt phẳng Oxyz, cho tứ diện ABCD có A(2; 3; 1), B(4; 1; -2), C(1; 3; 2), D(-2; 3; -1). Độ dài đường cao kẻ từ D của tứ diện là

- A. 1 B. 4 C. 3 D. 2

Câu 64. Cho 4 điểm A(-1;2;1) B(-4;2;-2) C(-1;-1;-2) D(-5;-5;2). Tính khoảng cách từ D đến mp(ABC)

- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$

Câu 65. Khoảng cách giữa 2 mặt phẳng (P) $x+2y+2z+11=0$ và (Q) $x+2y+2z+2=0$ là

- A. 3. B. 5. C. 7. D. 9.

Câu 66. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng : (P): $x + y - z + 5 = 0$. và (Q) : $2x + 2y - 2z + 3 = 0$ là:

- A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ B. 2 C. 7/2 D. $\frac{7}{2\sqrt{3}}$

Câu 67. Cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 49$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S)?

- A. $6x + 2y + 3z = 0$ B. $2x + 3y + 6z - 5 = 0$ C. $6x + 2y + 3z - 55 = 0$ D. $x + 2y + 2z - 7 = 0$

Câu 68. Cho mặt phẳng: (P): $2x - y + 2z - 3 = 0$ và điểm A(1;4;3). Lập phương trình của mặt phẳng (π) song song với mp(P) và cách điểm A đã cho một đoạn bằng 5.

- A. (π): $2x - y + 2z - 3 = 0$ B. (π): $2x - y + 2z + 11 = 0$ C. (π): $2x - y + 2z - 19 = 0$ D. B, C đều đúng

Câu 69. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(9,1,1)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất.

- A. (α): $2x + y + z - 20 = 0$ B. (α): $x + y - z - 9 = 0$
C. (α): $x + 9y + 9z - 27 = 0$ D. (α): $x - y - z - 7 = 0$

Câu 70. Điểm H trên mp (Oyz), cách đều 3 điểm $A(3;-1;2), B(1;2;-1), C(-1;1;-3)$ Khi đó H có tọa độ là:

- A. $H(0;-\frac{31}{18};-\frac{7}{18})$ B. $H(0;\frac{17}{9};-\frac{7}{9})$ C. $H(0;-\frac{5}{21};-\frac{17}{21})$ D. $H(0;-\frac{29}{18};-\frac{5}{18})$

Câu 71. Điểm K trên mp (Oxz), cách đều 3 điểm $A(1;0;2), B(-2;1;1), C(1;-3;-2)$ Khi đó K có tọa độ là:

- K($\frac{7}{15};0;-\frac{5}{4}$) B. K($\frac{5}{24};0;-\frac{9}{8}$) C. K($-\frac{21}{8};0;-\frac{5}{4}$) D. K($-\frac{3}{14};0;-\frac{5}{14}$)

Câu 72. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; 2)$. Tìm điểm N thuộc mặt phẳng Oxy sao cho độ dài đoạn thẳng MN là ngắn nhất.

- A. $(1; 1; 0)$ B. $(1; 2; 2)$ C. $(2; 1; 0)$ D. $(2; 2; 0)$

Câu 73. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; 3), B(3; 2; 1)$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng Oxy . Tìm tọa độ của M để $P = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $(1; 2; 1)$ B. $(1; 1; 0)$ C. $(2; 1; 0)$ D. $(2; 2; 0)$

Câu 74. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1; 2; 3), B(1; 0; -5)$ và $(P): 2x + y - 3z - 4 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho 3 điểm A, B, M thẳng hàng.

- A. $(0; 1; 2)$ B. $(-2; 1; -3)$ C. $(0; 1; -1)$ D. $(3; 1; 1)$

Câu 75. Tìm một giá trị tung độ của điểm M thuộc Oy sao cho M cách đều 2 mặt phẳng $(P): 2x - 4y - 4z + 2 = 0, (Q): 3x + 2y - 6z - 5 = 0$

- A. $m = 3$ B. $m = -2$ C. $m = \frac{11}{10}$ D. $m = \frac{22}{3}$

Câu 76. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 1; 0), B(3; 0; 5), C(2; 2; 1)$. Gọi M là một điểm chạy trên mặt phẳng Oyz . Giá trị của $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi M có tọa độ là

- A. $(0; 2; 1)$ B. $(0; 1; 3)$ C. $(0; 2; 3)$ D. $(0; 1; 2)$

Câu 77. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; 0), B(0; 1; 5), C(2; 0; 1)$. Gọi M là một điểm chạy trên mặt phẳng Oyz . Giá trị nhỏ nhất của $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$ là

- A. 23 B. 25 C. 27 D. 21

MẶT PHẪNG VÀ MẶT CẦU

Câu 1: Cho $\begin{cases} A(1;2;0), B(-1;1;3), C(2;0;-1) \\ (P) \equiv (Oxz) \end{cases}$. Pt mặt cầu đi qua A, B, C và có tâm nằm trong mặt phẳng (P)

là:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 6y - 6z + 1 = 0$ B. $(x+3)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 17$
C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 17$ D. $(x-3)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 17$

Câu 2 : Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 8z - 10 = 0$; và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 2017 = 0$. Viết phương trình các mặt phẳng (Q) song song với (P) và tiếp xúc với (S) .

- A. $(Q_1): x + 2y - 2z + 25 = 0$, $(Q_2): x + 2y - 2z + 1 = 0$. B. $(Q_1): x + 2y - 2z + 31 = 0$, $(Q_2): x + 2y - 2z - 5 = 0$.
C. $(Q_1): x + 2y - 2z + 5 = 0$, $(Q_2): x + 2y - 2z - 31 = 0$. D. $(Q_1): x + 2y - 2z - 25 = 0$, $(Q_2): x + 2y - 2z - 1 = 0$.

Câu 3 : Cho $A(-1; 2; 4)$ và mp $(\alpha): 2x - y + z - 1 = 0$. P/trình mặt cầu có tâm A và tiếp xúc với (α) . là:

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = \frac{1}{6}$ B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = \frac{1}{36}$
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = \frac{2}{3}$ D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = \frac{4}{9}$

Câu 4: Phương trình mặt cầu (S) có tâm $A(3; -2; -2)$ và tiếp xúc với $P: x + 2y + 3z - 7 = 0$. là:

- A. $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 14$ B. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = \sqrt{14}$
C. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 14$ D. Không tồn tại mặt cầu trên

Câu 5: Trong không gian Oxyz cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 4y + 4z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q): $2x + y + 2z - 4 = 0$ và tiếp xúc với mặt cầu (S).

- A. $2x + y + 2z - 20 = 0$ B. $2x + y + 2z + 20 = 0$ C. $2x + y - 2z + 20 = 0$ D. $2x - y + 2z + 20 = 0$

Câu 6: Cho $A(-1; 2; 4)$ và mp $(\alpha): 2x - y + z - 1 = 0$. P/trình mặt cầu có tâm A và tiếp xúc với (α) . là:

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = \frac{1}{36}$ B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = \frac{2}{3}$
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = \frac{1}{6}$ D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = \frac{4}{9}$

Câu 7: Mặt cầu tâm $I(4; 2; -2)$, tiếp xúc với mp $(\alpha): 12x - 5y - 19 = 0$ có bán kính bằng

- A. $\frac{19}{13}$ B. $\frac{19}{\sqrt{13}}$ C. $\frac{\sqrt{19}}{13}$ D. Kết quả khác

Câu 10: Cho $A(-1; 2; 4)$ và mp $(\alpha): 2x - y + z - 1 = 0$. P/trình mặt cầu có tâm A và tiếp xúc với (α) . là:

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = \frac{1}{6}$ B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = \frac{1}{36}$
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = \frac{2}{3}$ D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = \frac{4}{9}$

Câu 11: Phương trình mặt cầu (S) có tâm $A(3; -2; -2)$ và tiếp xúc với $P: x + 2y + 3z - 7 = 0$. là:

- A. $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 14$ B. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = \sqrt{14}$
C. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 14$ D. Không tồn tại mặt cầu trên

Câu 12: Viết ph.trình m/c (S) qua 3 điểm A(2; 0; 1), B(1; 3; 2), C(3; 2; 0) và có tâm nằm trong mp(Oxy):

A. $x^2 + y^2 + z^2 + \frac{6x}{5} + \frac{17y}{5} - \frac{13}{5} = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 - \frac{6x}{5} + \frac{17y}{5} + \frac{13}{5} = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - \frac{6x}{5} - \frac{17y}{5} - \frac{13}{5} = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 + \frac{6x}{5} - \frac{17y}{5} + \frac{13}{5} = 0$

PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG.

Công thức đường thẳng d qua $M(x_0; y_0; z_0)$ có VTCP $\vec{u} = (a; b; c)$

• **PTTS:** d: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$. **PTCT:** d: $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$

1/ Viết phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm A, B.

- Đường thẳng d đi qua điểm A.
- Đường thẳng d có VTCP: $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (a; b; c) \Rightarrow$ Ptđt

2/ Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm M và song song với đường thẳng d'.

- Đường thẳng d đi qua điểm M.
- Đường thẳng d có VTCP: $\vec{a}_d = \vec{a}_{d'}$. $\Rightarrow$ Ptđt

Chú ý: Hai đường thẳng song song cùng vector chỉ phương.

3/ Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mp(P).

- Đường thẳng d đi qua điểm M.
- Đường thẳng d có VTCP: $\vec{a}_d = \text{vtpt } n_p$.

TÌM GIAO ĐIỂM CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

Tìm giao điểm của đường thẳng d: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ và mp(P): $Ax + By + Cz + D = 0$.

- Gọi H là giao điểm của d và (P).
- $H \in d \Leftrightarrow H(x_0 + at; y_0 + bt; z_0 + ct)$
- $H \in (P) \Leftrightarrow A(x_0 + at) + B(y_0 + bt) + C(z_0 + ct) + D = 0$ Giải pt tìm t $\Rightarrow x, y, z \Rightarrow H$.

XÁC ĐỊNH HÌNH CHIẾU VUÔNG GÓC CỦA M LÊN (P).

- Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mp(P).
- Tìm giao điểm H của d và (P).
- Điểm H chính là hình chiếu vuông góc của M lên (P).

TÌM ĐIỂM M' ĐỐI XỨNG VỚI M QUA (P).

+ Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mp(P).

+ Tìm giao điểm H của d và (P).

+ Do M và M' đối xứng qua (P) nên H là trung điểm của đoạn thẳng MM' suy ra tọa độ M'

XÁC ĐỊNH HÌNH CHIẾU VUÔNG GÓC CỦA M LÊN ĐƯỜNG THẲNG (d)

- Gọi H là hình chiếu của M trên d

$$H \in d \Leftrightarrow H(x_0 + at; y_0 + bt; z_0 + ct) \Rightarrow \overrightarrow{AH}(\dots).$$

$$\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{a_d} = 0 \Rightarrow t \Rightarrow H(\dots)$$

TÌM ĐIỂM M' ĐỐI XỨNG VỚI M QUA ĐƯỜNG THẲNG d.

- Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d.
- Tìm giao điểm H của d và (P).
- Do M và M' đối xứng qua d nên H là trung điểm của đoạn thẳng MM' $\Rightarrow M' = ..$

VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG.

Bước 1:

- Xác định điểm M thuộc d và VTCP $\vec{a}$ của d.
- Xác định điểm M' thuộc d và VTCP $\vec{a}'$ của d'.

Bước 2:

- Xét sự cùng phương của hai vectơ chỉ phương
- Nếu $\vec{a}, \vec{a}'$ cùng phương *khi đó d song song với d' hoặc d trùng với d'.*

Nếu hệ pt sau có vô số nghiệm thì d và d' trùng nhau

$$\text{Nếu hệ pt } \begin{cases} x_0 + a_1t = x'_0 + a_2t' \\ y_0 + b_1t = y'_0 + b_2t' \\ z_0 + c_1t = z'_0 + c_2t' \end{cases} \text{ vô nghiệm thì d và d' song song}$$

- Nếu $\vec{a}, \vec{a}'$ không cùng phương *khi đó d cắt d' hoặc d và d' chéo nhau.*

Nếu hệ pt sau có nghiệm thì d và d' cắt nhau.

Nếu hệ pt sau vô nghiệm thì d và d' chéo nhau.

VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MP.

Để xét vị trí tương đối của đt d:
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \text{ và mp(P): } Ax + By + Cz + D = 0.$$

Xét pt: $A(x_0 + at) + B(y_0 + bt) + C(z_0 + ct) + D = 0$ (*). Giải pt tìm t.

+ Pt(*) có một nghiệm t $\Leftrightarrow$ d cắt mp(P) tại một điểm.

+ Pt (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow$ d song song với (P).

+ Pt(*) có vô số nghiệm t $\Leftrightarrow$ d nằm trong (P).

CÁC BÀI TOÁN CHỨNG MINH.

1/ Chứng tam giác ABC là tam giác vuông

- Vuông tại A $\Leftrightarrow AB \perp AC \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$

- Vuông tại B $\Leftrightarrow BA \perp BC \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} \perp \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$

- Vuông tại C $\Leftrightarrow CA \perp CB \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} \perp \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$

2/ Chứng minh hai đường thẳng d và d' vuông góc

Cần nhớ: $d \perp d' \Leftrightarrow \overrightarrow{a_d} \perp \overrightarrow{a_{d'}} \Leftrightarrow \overrightarrow{a_d} \cdot \overrightarrow{a_{d'}} = 0 \Leftrightarrow h.h+t.t+c.c=0$

GÓC.

1/ Góc giữa hai đường thẳng là góc giữa hai vector chỉ phương.

$$\cos \alpha = \left| \cos(\vec{a}, \vec{a}') \right| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{a}'|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{a}'|} \quad 0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ.$$

2/ Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai vector pháp tuyến.

$$\cos \alpha = \left| \cos(\vec{n}, \vec{n}') \right| = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{n}'|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{n}'|} \quad 0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ.$$

3/ Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng là góc giữa vector chỉ phương và vector pháp tuyến.

$$\sin \alpha = \left| \sin(\vec{a}, \vec{n}) \right| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{n}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{n}|} \quad 0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ.$$

VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA MẶT PHẪNG (P) VÀ MẶT CẦU (S).

- Xác định tâm I và bán kính r của mặt cầu (S).
 - Tính khoảng cách d từ tâm I đến mp(P): $d = d(I, (P))$.
- + TH1: $d > r \Leftrightarrow (P) \cap (S) = \emptyset$. (hay (P) và (S) không có điểm chung).
- + TH2: $d = r \Leftrightarrow (P)$ tiếp xúc với mặt cầu (S)
- + TH3: $d < r \Leftrightarrow (P)$ cắt (S) theo thiết diện là một đường tròn (C). Cách xác định tâm và bán kính đường tròn(C):
- Gọi H là tâm của (C). Khi đó H chính là giao điểm của đường thẳng d đi qua tâm I và vuông góc mp(P).
 - Gọi r' là bán kính của (C). Khi đó: $r'^2 = R^2 - d^2 \Leftrightarrow r' = \sqrt{R^2 - d^2}$.

BÀI TẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Viết phương trình tham số và chính tắc đường thẳng

- a) Đi qua 2 điểm A(1;2;-1), B(2;-3;1). b) Đi qua 2 điểm M(4;-2;0), N(0;-2;1).
- c) Đi qua 2 điểm A(1;2;3), B(-1;-2;-3). d) Đi qua 2 điểm B(-1;-2;-3), C(3,-9,27).
- e)Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm M(-1;2;-1) và gốc tọa độ.
- f) Cho tam giác ABC với A(1;-2;-3), B(-1;2;3), C(-3,-9,15). Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A và trọng tâm G của tam giác ABC.
- g) Cho tam giác ABC với A(1;-2;-3), B(-1;2;3), C(-3,-9,15). Viết phương trình đường thẳng d đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB và trọng tâm G của tam giác ABC.

TÌM TỌA ĐỘ GIAO ĐIỂM CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

Bài 1: Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng:

$$1/ \quad d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - t \\ z = 2 + t \end{cases} \text{ và mp(P): } 2x + y + 2z = 0.$$

$$2/ \quad d: \begin{cases} x = 12 + 4t \\ y = 9 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases} \text{ và mp(P): } 3x + 5y - z - 2 = 0.$$

Bài 2: Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng:

$$1/ \quad d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1} \text{ và mp(P): } x + 2y - z + 5 = 0.$$

$$2/ \quad d: \frac{x+2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+3}{2} \text{ và mp(P): } 2x + y - z - 5 = 0.$$

Bài 3: Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng d và d' :

$$1/ \quad d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + 3t \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x = 2 + t' \\ y = 1 + 2t' \\ z = 1 + t' \end{cases} \quad 2/ \quad d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3} \text{ và } d': \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$$

Bài 4: Tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng:

$$1/ \quad d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - t \\ z = 2 + t \end{cases} \text{ và mp(P): } 2x + y + 2z = 0. \quad 2/ \quad d: \begin{cases} x = 12 + 4t \\ y = 9 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases} \text{ và mp(P): } 3x + 5y - z - 2 = 0.$$

Bài 5: Tính góc giữa đường thẳng và đường thẳng

$$1/ \quad d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + 3t \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x = 2 + t' \\ y = 1 + 2t' \\ z = 1 + t' \end{cases} \quad 2/ \quad d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3} \text{ và } d': \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$$

CHỨNG MINH 2 ĐƯỜNG THẲNG CẮT NHAU.

Cách giải: Ta giải hệ phương trình tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng.

$$1/ \quad d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + 3t \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x = 2 + t' \\ y = 1 + 2t' \\ z = 1 + t' \end{cases} \quad 2/ \quad d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3} \text{ và } d': \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$$

CHỨNG MINH HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU.

$$1/ \quad d: \begin{cases} x = -2t \\ y = -5 + 3t \\ z = 4 \end{cases} \text{ và } d': \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{-1} \quad 2/ \quad d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3t \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$$

CHỨNG MINH HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC NHAU

Cách giải : Chứng minh $\vec{a} \cdot \vec{a}' = 0$ (c m tích vô hướng bằng 0)

$$\text{Bài 1:a) } d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x = 2 - 2t' \\ y = -2 + 2t' \\ z = 1 + 4t' \end{cases} \quad \text{b) } d: \begin{cases} x = 5 - t \\ y = -3 + 2t \\ z = 4t \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x = 9 + 2t \\ y = 13 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Bài 2: Chứng minh hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$ và $d': \frac{x}{-2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-4}{-1}$ chéo nhau

Bài 3:

a) Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm $A(2;0;-1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$.

b) Viết phương trình mặt phẳng(P) đi qua gốc tọa độ và chứa đt $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-2}$.

c) Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa hai đt cắt nhau $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$, $d': \begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = -4 \\ z = 3 - t \end{cases}$

d) Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau

$d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$, $d': \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$

e) Viết ptmp (P) chứa đt $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = -4 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ và song song đt $d': \begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2 \end{cases}$.

f) Viết ptmp (P) chứa đt $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 \end{cases}$ và song song đt $d': \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$.

g) Viết ptmp (P) qua trung điểm đoạn thẳng AB và vuông góc với đt $d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 \\ z = 1 - 2t \end{cases}$, biết $A(1;2;3)$, $B(3;2;1)$.

h) Cho ba điểm $A(2;1;0)$, $B(3;-1;-2)$, $C(1;-2;-1)$. Viết ptmp (P) đi qua trọng tâm tam giác ABC và vuông góc với đt $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-2}$

i) Cho bốn điểm $A(1;1;1)$, $B(1;2;1)$, $C(1;1;2)$, $D(2;2;1)$.

I1/Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa AC và song song với BD.

I2/Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa DC và song song với AB.

I3/Viết phương trình mặt phẳng (R) chứa BC và song song với AD.

TÌM HÌNH CHIẾU CỦA ĐIỂM TRÊN ĐƯỜNG THẲNG

Bài 1: Cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = t \end{cases}$

- a) Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng Δ .
- b) Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua đường thẳng Δ

Bài 2: Cho điểm $M(2;-1;1)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$

- a) Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên đường thẳng Δ
- b) Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với M qua đường thẳng Δ

TÌM HÌNH CHIẾU CỦA ĐIỂM TRÊN MẶT PHẪNG

Bài 1: Cho điểm $M(1;4;2)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 1 = 0$

- a) Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (α)
- b) Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (α)

Bài 2: Cho điểm $M(1;-1;2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 12 = 0$

- a) Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (α)
- b) Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (α)

TÌM HÌNH CHIẾU CỦA ĐƯỜNG TRÊN MẶT PHẪNG

Bài 1: Tìm hình chiếu của đường thẳng (d): $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$ lên mặt phẳng $(P): 2x + 3y - z - 6 = 0$

Bài 2: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm A, B có tọa độ xác định bởi các hệ thức

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases} \text{ và mặt phẳng } (P): 3x - 2y + 6z + 2 = 0.$$

- 1 Tìm giao điểm M của đường thẳng AB với mp(P).
- 2 Viết phương trình hình chiếu vuông góc của AB trên mp(P)

BÀI TẬP TỔNG HỢP

Bài 1 : Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 2z - 1 = 0$ và
mặt phẳng (P) : $x - 5y + 3z + 2 = 0$

- Tìm tọa độ tâm và bán kính mặt cầu (S).
- Chứng minh mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S).
- Viết phương trình (Q) // mp (P) và tiếp xúc với mặt cầu (S).
- Viết phương trình (Q) // mp (P) và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính lớn nhất.

Bài 2 : Cho mặt phẳng (P) : $4x + y - z + 2 = 0$

- Viết phương trình đường thẳng vuông góc với mp (P) và qua M(2,0,-2). Suy ra hình chiếu của M trên (P).
- Viết phương trình mặt cầu tâm E(2,-2,3) và tiếp xúc với mp (P).
- Viết phương trình (Q) song song với mp (P) và cắt mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 1 = 0$ theo 1 đường tròn có bán kính bằng 2.

Bài 3 : Cho A(2;0;-1) , B(3;-2;4) , C(0;-3;0) và D(1;2;-7) .

- Chứng tỏ A, B, C, D là 4 đỉnh của một tứ diện.
- Tính độ dài đường cao kẻ từ D của tứ diện ABCD.
- Tìm tọa độ chân đường cao kẻ từ A của tứ diện ABCD.
- Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng Oxy và qua A, B, C.

Bài 4: Cho hai đường thẳng : $(D_1) : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$ và $(D_2) : \begin{cases} x = -1 + t' \\ y = -t' \\ z = -2 + 3t' \end{cases}$

- Chứng minh : (D_1) cắt (D_2) . Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa (D_1) và (D_2) .
- Tính góc giữa (D_1) và (D_2) .
- Viết phương trình mặt cầu tâm A(2,-1,1) và tiếp xúc (D_2) .

Bài 5 : Cho 2 đt: $(\Delta_1) : \begin{cases} x = t \\ y = 3 - 2t \\ z = 5 - t \end{cases}$ và $(\Delta_2) : \frac{x+2}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-9}{1}$

- Chứng minh : (Δ_1) cắt (Δ_2) . Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa (Δ_1) và (Δ_2)
- Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng (Δ_1) và (Δ_2) .
- Tính góc giữa hai đường thẳng (Δ_1) và (Δ_2) .
- Tính góc giữa hai đường thẳng (Δ_1) và mp(Oxy)

Câu hỏi trắc nghiệm

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d ?

- A. $A(3;2;6)$ B. $B(3;2;0)$ C. $C(-3;1;3)$ D. $D(1;1;1)$

Câu 2: Trong không gian cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+5t \\ y=3+2t; t \in \mathbb{R} \\ z=-2+t \end{cases}$. Trong các phương trình sau, phương trình

nào là phương trình chính tắc của đường thẳng d

- A. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x+5}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-2}$. C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{1}$. D. $\frac{x-5}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-2}$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng qua $M(1;2;-3)$ và có VTCP $\vec{a} = (1;-3;5)$:

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{5}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-5}{-3}$ C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-3+2t (t \in \mathbb{R}) \\ z=5-3t \end{cases}$ D. A và B đều đúng

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;3;-1), B(1;2;4)$

- A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=3+t \\ z=-1-5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-5}$ C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{4}$ D. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1+3t \\ z=5-t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(3;2;-4)$ và song song với Ox

- A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=2 \\ z=-4 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ B. $\begin{cases} x=3+t \\ y=2+t \\ z=-4+t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ C. $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \\ z=-4+t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ D. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2t \\ z=-4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(1;-1;0)$ và vuông góc với mặt phẳng Oxy

- A. $\begin{cases} x=1 \\ y=-1(t \in \mathbb{R}) \\ z=t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=0+t \\ y=0-t(t \in \mathbb{R}) \\ z=1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=0+t \\ y=1-t(t \in \mathbb{R}) \\ z=1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1+t(t \in \mathbb{R}) \\ z=0 \end{cases}$

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, phương trình tham số của đường thẳng là giao tuyến của hai mặt phẳng (P): $6x + 2y + 2z + 3 = 0$ và (Q): $3x - 5y - 2z - 1 = 0$

A. $\begin{cases} x = t \\ y = \frac{2}{3} + 3t \\ z = -\frac{13}{6} - 6t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ B. $\begin{cases} x = -\frac{2}{9} + t \\ y = -3t \\ z = -\frac{5}{6} + 6t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ C. $\begin{cases} x = -\frac{13}{36} + 3t \\ y = -9t \\ z = -\frac{5}{6} - 18t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = \frac{1}{3} + 3t \\ z = -\frac{13}{6} - 6t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC có

$A(3; -1; -1), B(1; 2; -7), C(-5; 14; -3)$. Phương trình của đường trung tuyến AM

A. $\begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 8 - 9t \\ z = -5 + 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ B. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = -1 - 7t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ C. $\begin{cases} x = 3 + 5t \\ y = -1 - 9t \\ z = -1 - 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ D. $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = -9 - t \\ z = 4 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, phương trình đường thẳng đi qua $A(2; -1; 1)$ và song song với (d), biết (d) là giao tuyến của 2 mặt phẳng (P): $x - y + z + 3 = 0$ và (Q): $x - 5y - 2z + 4 = 0$

A. $\begin{cases} x = 2 + 7t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 - 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ B. $\begin{cases} x = 7 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = -4 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ C. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ D. $\begin{cases} x = 7 + 3t \\ y = 3 - t \\ z = -4 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng $(d_1): \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$

$(d_2): \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{5}$ Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng.

A. $x + 2y - z + 2 = 0$ B. $x + y - z + 3 = 0$ C. $x + y - z = 0$ D. $x + 3y - z + 1 = 0$

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ và

(P): $2x - y - 2z - 3 = 0$. Phương trình tham số của đường thẳng nằm trên (P), cắt và vuông góc (d):

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = 1 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = 2 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$.

Phương trình đường thẳng d qua M, cắt và vuông góc với Δ :

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 4t \\ z = 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 5t \\ z = -3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 5t \\ z = -3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

Câu 13: Cho các điểm $A(1;-1;2), B(2;1;1), C(0;1;3)$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (ABC) sao cho d cắt và vuông góc với trục Ox .

A. $d: \begin{cases} x = 3 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$ B. $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$ C. $d: \begin{cases} x = 3t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$ D. $d: \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 3 \end{cases}$

Câu 14: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$ và

$(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) :

A. $\begin{cases} x = 1 + 23t \\ y = 2 + 29t \\ z = 5 + 32t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ B. $\begin{cases} x = 23 + t \\ y = 29 + 2t \\ z = 32 + 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ C. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 - 3t \\ z = 2 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

Câu 15: Trong k/gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;-6)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -3 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Tìm

tọa độ điểm H trên d sao cho MH vuông góc với d .

A. $(4;0;-2)$. B. $(2;1;-3)$. C. $(-1;0;2)$. D. $(0;2;-4)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $M(2;1;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$.

Phương trình đường thẳng đi qua điểm M , cắt và vuông góc với d :

A. $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$ B. $\Delta: \frac{x-1}{2} = y + 4 = z + 2$
C. $\Delta: \frac{x-\frac{7}{3}}{1} = \frac{y+\frac{1}{3}}{-2} = \frac{z+\frac{2}{3}}{-2}$ D. $\Delta: \frac{x-7}{1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+2}{-2}$

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng

$(P): 2x + y + z - 6 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm K của đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

A. $K(0;5;1)$. B. $K(2;-3;-1)$. C. $K(\frac{1}{3};4;\frac{3}{4})$. D. $K(5;0;1)$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm mặt phẳng (P) qua điểm $A(1,-3,2)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(\alpha): x + 3 = 0$, $(\beta): z - 2 = 0$.

A. $(P): y + 3 = 0$. B. $(P): z - 2 = 0$. C. $(P): x - 1 = 0$. D. $(P): x - y = 0$.

ÔN TẬP CHƯƠNG III

Câu 1: Tìm phương trình mặt phẳng qua $M(1;0;0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1;2;1)$.

A. $-x+2y+z=0$. B. $x+2y-z+2=0$. C. $x+2y+z-1=0$. D. $x-2y+z+1=0$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, công thức tính khoảng cách từ điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$ là:

A. $d(A, (P)) = \frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{a^2+b^2+c^2}$. B. $d(A, (P)) = \frac{ax_0+by_0+cz_0+d}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$.

C. $d(A, (P)) = \frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$. D. $d(A, (P)) = \frac{ax_0+by_0+cz_0+d}{\sqrt{x_0^2+y_0^2+z_0^2}}$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;5;-7), B(1;1;-1)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

A. $I(-1;-2;3)$. B. $I(-2;-4;6)$. C. $I(2;3;-4)$. D. $I(4;6;-8)$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. Tìm giao điểm K của mặt phẳng (P) và trục tung.

A. $K(0;2;0)$. B. $K(2;0;0)$. C. $K(2;2;3)$. D. $K(0;0;3)$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;0), B(1;-4;0), C(0;1;6)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

A. $G(\frac{3}{2}; \frac{-3}{2}; 3)$. B. $G(1;-1;2)$. C. $G(\frac{3}{2}; -2; 0)$. D. $G(-1;-4;0)$.

Câu 6: Tìm vector pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-1=0$ trong các vector sau:

A. $\vec{n} = (1;1;\frac{1}{2})$. B. $\vec{n} = (2;2;-1)$. C. $\vec{n} = (4;4;1)$. D. $\vec{n} = (4;2;1)$.

Câu 7: Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x=2-t \\ y=1+2t \\ z=-5t \end{cases} (t \in R)$. Hỏi trong các vector sau, vector nào

là vector chỉ phương của đường thẳng d .

A. $\vec{b} = (-1;2;0)$. B. $\vec{v} = (2;1;0)$. C. $\vec{u} = (-1;2;-5)$. D. $\vec{a} = (2;1;-5)$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;2;1), B(-1;3;2), C(2;4;-3)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -6$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -4$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm công thức viết phương trình mặt phẳng qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vtpt $\vec{n} = (a;b;c)$.

A. $a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$. **B.** $x_0(x + a) + y_0(y + b) + z_0(z + c) = 0$.

C. $x_0(x - a) + y_0(y - b) + z_0(z - c) = 0$. **D.** $a(x + x_0) + b(y + y_0) + c(z + z_0) = 0$.

Câu 10: Trong không gian, cho hai điểm $A(1; -2; 3)$, $B(0; 2; 5)$. Hỏi trong các vector sau, vector nào là vector chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm A và B .

A. $\vec{z} = \left(\frac{1}{2}; 0; 4\right)$. **B.** $\vec{u} = (-1; 4; 2)$. **C.** $\vec{x} = (-1; 0; 2)$. **D.** $\vec{y} = (1; 0; 8)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; -2)$ và $B(4; -5; 2)$. Tính tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$.

A. $\overrightarrow{AB} = (3; -8; 4)$. **B.** $\overrightarrow{AB} = \left(\frac{5}{2}; -1; 0\right)$. **C.** $\overrightarrow{AB} = (-3; 8; -4)$. **D.** $\overrightarrow{AB} = (5; -2; 0)$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ hình chiếu vuông góc N của điểm $M(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oxz) .

A. $N(0; 2; 0)$. **B.** $N(1; 0; 3)$. **C.** $N(0; 2; 3)$. **D.** $N(1; 2; 0)$.

Câu 13: Trong không gian cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 3 + 2t \\ z = -2 + t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của đường thẳng d

A. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x+5}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-2}$. **C.** $\frac{x-1}{5} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{1}$. **D.** $\frac{x-5}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-2}$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách d từ điểm $M(2; -3; -1)$ đến mặt phẳng $z = 0$?

A. $d = \frac{3}{2}$. **B.** $d = 1$. **C.** $d = 2$. **D.** $d = \frac{1}{2}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm điều kiện để $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$.

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. **B.** $\vec{a} - \vec{b} = \vec{0}$. **C.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{0}$. **D.** $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và song song với mặt phẳng $(Q): 5x - 3y + 2z - 3 = 0$.

A. $(P): 5x + 3y - 2z = 0$. **B.** $(P): 5x - 3y - 2z = 0$. **C.** $(P): 5x - 3y + 2z = 0$. **D.** $(P): -5x + 3y + 2z = 0$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 1; -2)$ và $N(4; -5; 1)$. Tìm độ dài đoạn thẳng MN .

A. 7. **B.** $\sqrt{41}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 49.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(5; 4; -3)$ và bán kính $R = 5$. Viết phương trình của mặt cầu (S) .

A. $(x - 5)^2 + (y - 4)^2 + (z + 3)^2 = 25$. **B.** $(x + 5)^2 + (y + 4)^2 + (z - 3)^2 = 25$.

C. $(x - 5)^2 + (y - 4)^2 + (z - 3)^2 = 25$. **D.** $(x - 5)^2 + (y - 4)^2 + (z + 3)^2 = 5$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(5; -4; 0)$ và $R=9$. B. $I(5; -4; 0)$ và $R=3$. C. $I(-5; 4; 0)$ và $R=9$. D. $I(-5; 4; 0)$ và $R=3$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$, tìm giao điểm M của (P) và d .

A. $M\left(\frac{-1}{3}; \frac{-4}{3}; \frac{5}{3}\right)$. B. $M\left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$. C. $M\left(\frac{-1}{3}; \frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$. D. $M\left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{5}{3}\right)$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 5 = 0$ và tọa độ điểm $A(1; 0; 2)$. Tìm khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (P) .

A. $d = \frac{11\sqrt{5}}{5}$. B. $d = \frac{11}{3}$. C. $d = 2$. D. $d = \frac{11}{7}$.

Câu 22: Tìm điểm M thuộc mặt phẳng $(Q): 2x - y + z - 1 = 0$.

A. $M(0; 0; 1)$. B. $M(0; 0; 3)$. C. $M(1; 1; 0)$. D. $M(1; -1; -2)$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-1; 0; 2)$. Tìm độ dài của vector $\vec{a}$.

A. 0. B. $\sqrt{5}$. C. 1. D. $\sqrt{3}$.

Câu 24: Trong không gian, cho vector $\vec{u} = (2; -1; 3)$. Tìm đường thẳng nhận $\vec{u}$ làm vector chỉ phương.

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -t \\ z = 2 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. B. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{3}$. C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. D. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 5 - t \\ z = -3 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(1; 1; 0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

A. $(P): x + y + z - 2 = 0$. B. $(P): x + y + z = 0$. C. $(P): x + y - 2 = 0$. D. $(P): x + y + z - 3 = 0$.

Câu 26: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-3; 1; 2)$, nhận $\vec{u} = (2; -1; 5)$ làm vector chỉ phương.

A. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = -2 + 5t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ B. $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + t \\ z = 5 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ C. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{5}$. D. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 5t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4z - 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính của mặt cầu (S) .

A. $I(1; 0; 2), R=3$. B. $I(-2; -2; -4), R=3$. C. $I(-1; 0; -2), R=3$. D. $I(1; 2; 0), R=9$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$, tìm vector pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (P) .

- A. $\vec{n} = (1; 2; 2)$. B. $\vec{n} = (-1; 0; -1)$. C. $\vec{n} = (2; 1; 2)$. D. $\vec{n} = (2; -1; -2)$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình chính tắc $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào song song với đường thẳng Δ ?

A. $d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 5 - 3t \\ z = 7 - 2t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. B. $d_4: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{2}$.

C. $d_2: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - t \\ z = 2 - 3t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. D. $d_3: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = (1; -2; -3)$ và $\vec{b} = -2\vec{a}$. Tìm tọa độ của vector $\vec{b}$.

- A. $\vec{b} = (-1; -4; -5)$. B. $\vec{b} = (-2; -4; -6)$. C. $\vec{b} = (-2; 4; 6)$. D. $\vec{b} = (2; -4; -6)$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, điểm $C(0; 0; 2)$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Điểm $C \in Ox$. B. Điểm $C \in Oz$. C. Điểm $C \in Oy$. D. Không nằm trên trục tọa độ nào.

Câu 32: Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z = 0$ và mặt phẳng $(P): 4x + 3y + 1 = 0$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. (P) cắt (S) theo một đường tròn B. (S) không có điểm chung với (P)
C. (S) tiếp xúc với (P) D. (P) đi qua tâm của (S) .

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; -1), B(2; 3; -2), C(1; 0; 1)$.

Tìm tọa độ đỉnh D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(0; 1; 2)$. B. $D(0; 1; -2)$. C. $D(0; -1; 2)$. D. $D(0; -1; -2)$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3, 5, -2), B(1, 3, 6)$ tìm mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB .

- A. $-2x - 2y + 8z - 4 = 0$. B. $2x - 2y + 8z - 4 = 0$. C. $2x - 2y + 8z + 4 = 0$. D. $2x - 2y + 8z + 4 = 0$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình: $\frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$.

Hỏi điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d ?

- A. $N(3; 1; -3)$. B. $M(-3; -1; 3)$. C. $Q(-2; -1; -1)$. D. $P(2; 1; 1)$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 2; 3); N(3; 2; 1); P(1; 4; 1)$. Hỏi ΔMNP là tam giác gì?

- A. Tam giác đều. B. Tam giác cân. C. Tam giác vuông cân. D. Tam giác vuông.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{2m+1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2}$ ($m \neq -\frac{1}{2}$) và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 3 = 0$. Tìm giá trị m để đường thẳng Δ song song với mp (P) .

- A. $m = 3$. B. $m = -1$. C. $m = 2$. D. $m = 0$.

Câu 38: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 4; 7)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 3 = 0$

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 4 - 2t; t \in \mathbb{R} \\ z = 7 - 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 1t \\ y = 4 + 4t; t \in \mathbb{R} \\ z = 7 + 7t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 4t; t \in \mathbb{R} \\ z = -2 + 7t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 + 2t; t \in \mathbb{R} \\ z = 7 - 2t \end{cases}$

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $A(1; 2; -3)$, $C'(3; 0; -1)$. Viết phương trình của mặt cầu (S) ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 12$. B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3$.

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 12$. D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 3$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z + 1 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x + y + 3 = 0$. Chọn câu đúng nhất trong các câu sau.

A. (P) và (Q) cắt nhau. B. (P) và (Q) song song.

C. (P) và (Q) vuông góc. D. (P) và (Q) trùng nhau.

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 2; 4)$, $N(2; -1; 0)$, $P(-2; 3; -1)$. Tìm tọa độ điểm Q thỏa mãn $\overline{MQ} = \overline{NP}$.

- A. $Q(5; -2; 5)$. B. $Q(-3; 6; 3)$. C. $Q(-3; -6; 3)$. D. $Q(1; 6; 3)$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 8z + m = 0$ (1), m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị m để cho phương trình (1) là phương trình mặt cầu.

- A. $m > 21$. B. $m < -13$. C. $m < 21$. D. $m < 84$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) và (Q) giao nhau. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. (P) và (Q) có duy nhất một điểm chung. B. Giao tuyến của (P) và (Q) là một đường thẳng.

C. Giao tuyến của (P) và (Q) là một đoạn thẳng. D. Giao tuyến của (P) và (Q) là một tia.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0, 1, 1)$, $B(-2, 0, 1)$, $C(2, 1, 1)$, $D(-2, 3, 1)$. Tìm mặt phẳng (P) qua 2 điểm A, B và song song CD .

- A. $(P): y - 1 = 0$. B. $(P): z - 1 = 0$. C. $(P): z + 2 = 0$. D. $(P): x + y = 0$.

Câu 45: Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + 3z + 1 = 0$ và đường thẳng d có phương trình tham số:
$$\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$$

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $d // (\alpha)$ B. $d \subset (\alpha)$ C. d cắt (α) D. $d \perp (\alpha)$

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và điểm B thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OB} = \vec{k} - 3\vec{i}$. Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB . Tìm tọa độ điểm M .

- A. $M(-1; 1; 2)$. B. $M(-4; -2; -2)$. C. $M\left(1; -\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. D. $M(-2; -1; -1)$.

Câu 47: Trong không gian, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{1}$. Trong các đường thẳng sau đường nào vuông góc với đường d

- A. $d_3: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ B. $d_2: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 + 4t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ C. $d_1: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 4t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ D. $d_4: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -1 \end{cases}$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 1 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z + 5 = 0$. Tính khoảng cách d giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) .

- A. $d = 2$. B. $d = 3$. C. $d = 1$. D. $d = \frac{2}{3}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 1 = 0$ và đường thẳng

$(\Delta): \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$ song song với (P) . Tính khoảng cách d giữa (P) và (Δ) .

- A. $d = 1$. B. $d = \frac{3}{2}$. C. $d = \frac{5}{2}$. D. $d = \frac{1}{2}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 vectơ $\vec{a} = (5; 4; -1)$; $\vec{b} = (2; -5; 3)$ và $\vec{c}$ thỏa mãn hệ thức $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$. Tìm tọa độ $\vec{c}$.

- A. $\vec{c} = (16; 23; -11)$. B. $\vec{c} = (16; 19; -10)$. C. $\vec{c} = (4; 7; 7)$. D. $\vec{c} = (16; 23; 7)$.

Câu 51: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và đi qua gốc tọa độ O . Viết phương trình của mặt cầu (S) .

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 14$ B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14$
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{14}$ D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{14}$.

Câu 52: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$, tìm tọa độ điểm K là giao điểm của mặt phẳng (P) với trục hoành.

- A. $K(2;0;0)$. B. $K(0;0;3)$. C. $K(0;2;0)$. D. $K\left(\frac{1}{2};0;0\right)$.

Câu 53: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{2m-1} = \frac{z+3}{2}$ ($m \neq 0, m \neq \frac{1}{2}$) và mặt phẳng $(P): x+3y-2z-5=0$. Tìm giá trị m để đường thẳng d vuông góc với mp (P) .

- A. $m=0$. B. $m=-3$. C. $m=-1$. D. $m=\frac{4}{3}$.

Câu 54: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;5;-7)$. Biết điểm A' đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oxz) . Tìm tọa độ của điểm A' .

- A. $A'(3;-5;-7)$. B. $A'(-3;-5;7)$. C. $A'(-3;5;7)$. D. $A'(3;5;7)$.

Câu 55: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z+5=0$. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

- A. $(-5;-2;2)$. B. $(-1;0;4)$. C. $(1;0;-4)$. D. $\left(\frac{7}{3};\frac{5}{3};\frac{17}{3}\right)$.

Câu 56: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm phương trình mặt phẳng (P) qua điểm $A(-3,2,1)$ và vuông góc với trục hoành.

- A. $(P): x+y+1=0$. B. $(P): x+3=0$. C. $(P): x+z+2=0$. D. $(P): y+z-3=0$.

Câu 57: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(0,2,4)$, $B(1,3,6)$ và $C(-2,3,1)$. Tìm phương trình mặt phẳng (ABC) .

- A. $-5x-y+3z-10=0$. B. $x+y+2z-10=0$. C. $2y+4z-10=0$. D. $-5x+y+3z-14=0$.

Câu 58: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-3)$, $B(0;1;1)$, $C(1;0;1)$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Ba điểm A, B, C tạo thành tam giác đều. B. Ba điểm A, B, C tạo thành tam giác cân tại B
C. Ba điểm A, B, C thẳng hàng. D. Ba điểm A, B, C tạo thành tam giác vuông tại B

Câu 59: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-mz-1=0$ và mặt phẳng $(Q): x+(2m+1)y+z+2=0$. Tìm m để hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc nhau.

- A. $m=2$. B. $m=3$. C. $m=-1$. D. $m=1$.

Câu 60: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x+y-z+1=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$. Tìm giao điểm của (P) và d .

- A. $M\left(\frac{-1}{3};\frac{4}{3};\frac{5}{3}\right)$. B. $M\left(\frac{1}{3};\frac{5}{3};\frac{7}{3}\right)$. C. $M\left(\frac{-5}{7};\frac{8}{7};\frac{9}{7}\right)$. D. $M\left(\frac{-3}{7};\frac{9}{7};\frac{11}{7}\right)$.

Câu 61: Cho 3 điểm $A(0;2;1)$, $B(3;0;1)$, $C(1;0;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là:

- A. $2x-3y-4z+1=0$ B. $2x-3y-4z+2=0$ C. $2x+3y-4z-2=0$ D. $4x+6y-8z+2=0$

Câu 62: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(0;1;2)$, $N(-2;-1;0)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm trên trục Oy và đi qua hai điểm M, N .

- A. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 3$. B. $x^2 + y^2 + z^2 = 5$. C. $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 3$.

Câu 63: Tìm mặt phẳng song song trục hoành trong các mặt phẳng sau :

- A. $x-z+1=0$. B. $x-y-1=0$. C. $-y-z+1=0$. D. $y-z=0$.

Câu 64: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3;4;5)$. Tìm tọa độ của điểm M' đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (Oyz) .

- A. $\left(\frac{3}{2};4;5\right)$. B. $(0;4;5)$. C. $(6;4;5)$ D. $(-3;4;5)$.

Câu 65: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $B(2;-1;-3)$, B' là điểm đối xứng với B qua mặt phẳng (Oxy) . Tìm tọa độ điểm B' .

- A. $(-2;1;-3)$. B. $(-2;1;3)$. C. $(2;-1;3)$. D. $(2;1;3)$.

Câu 66: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): mx+6y-(m+1)z-9=0$ và điểm $A(1;1;2)$. Tìm tất cả giá trị m để khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α) là 1.

- A. $m = \sqrt{46} - 6$. B. $m = -4, m = -6$. C. $m = 2, m = 6$. D. $m = 2$.

Câu 67: Trong không gian $Oxyz$ cho 2 điểm $A(1,2,-1)$, $B(3;5;2)$ trong các phương trình sau phương trình nào là phương trình đường thẳng d qua hai điểm A, B .

- A. $x+2y-z-5=0$ B. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+3t \\ z=-1+3t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$ C. $2x+3y+3z-5=0$ D. $\begin{cases} x=2+1t \\ y=3+2t \\ z=3-1t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$

Câu 68: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vec tơ $\vec{a} = (m;3;4)$ và $\vec{b} = (4;m;-7)$. Tìm giá trị của m để $\vec{a} \perp \vec{b}$.

- A. -2 . B. 2 . C. 4 . D. -4 .

Câu 69: Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=3+2t \\ y=1+t \\ z=-2+3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và $d': \begin{cases} x=-1+4t' \\ y=-5+2t' \\ z=1+6t' \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$.

Giữa d, d' xảy ra vị trí tương đối nào sau đây?

- A. Song song. B. Trùng nhau. C. Chéo nhau. D. Cắt nhau.

Câu 70: Cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 49$ phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) ?

- A. $2x+3y+6z-5=0$. B. $6x+2y+3z-55=0$. C. $6x+2y+3z=0$. D. $x+2y+2z-7=0$.

Câu 71: Tính khoảng cách từ điểm $M(2;0;1)$ đến đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$

- A. $2\sqrt{3}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{105}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 72: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$, $P(0;m;0)$. Tìm giá trị của m để tam giác MNP vuông tại M .

- A. $m = \frac{15}{2}$. B. $m = 7$. C. $m = \frac{13}{2}$. D. $m = -7$.

Câu 73: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;2)$, $N(3;1;4)$. Mặt cầu (S) có đường kính MN . Viết phương trình của mặt cầu (S) .

- A. $(x-2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 3$. B. $(x-2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 9$
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 3$. D. $(x-2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 12$

Câu 74: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): mx + 6y - z - p = 0$ và mặt phẳng $(\beta): 6x + 2y + nz - 3 = 0$. Tìm m, n và p để hai mặt phẳng (α) và (β) trùng nhau.

- A. $m = 18, n = \frac{1}{3}, p = 9$. B. $m = -18, n = -\frac{1}{3}, p = 9$
C. $m = 18, n = -\frac{1}{3}, p = -9$. D. $m = 18, n = -\frac{1}{3}, p = 9$.

Câu 75: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;2)$ và $N(3;1;4)$. Tìm phương trình mặt cầu đường kính MN .

- A. $(x-2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = \sqrt{3}$ B. $(x-2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 3$
C. $(x+2)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 3$ D. $(x+2)^2 + y^2 + (z-3)^2 = \sqrt{3}$

Câu 77: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$ và $D(2;4;6)$. Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua bốn điểm A, B, C, D .

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - x - 2y - 3z = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 + x + 2y + 3z = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y = 0$.

Câu 78: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;3;1)$, $\vec{b} = (1;-2;-1)$, $\vec{c} = (-2;4;3)$. Gọi $\vec{x}$ là

vector thỏa mãn $\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{x} = 3 \\ \vec{b} \cdot \vec{x} = 4 \\ \vec{c} \cdot \vec{x} = 2 \end{cases}$. Tìm tọa độ $\vec{x}$.

- A. $\left(0; \frac{7}{5}; -\frac{6}{5}\right)$. B. $(4;-5;10)$. C. $(4;-5;10)$. D. $\left(\frac{24}{7}; -\frac{23}{7}; 6\right)$.

Câu 79: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x + 3y + 2z - 6 = 0$ cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C . Tính thể tích tứ diện $OABC$ là (với O là gốc tọa độ).

- A. $\frac{3}{2}$. B. 2. C. 3. D. 1.

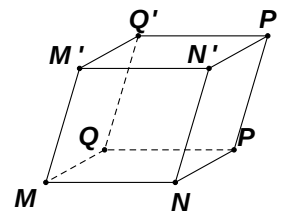
Câu 80: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác MNP có đỉnh $M(2;4;-3)$ và $\overrightarrow{MP} = (2; -6; 6), \overrightarrow{MN} = (-3; -1; 1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác MNP .

- A. $\left(\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; -\frac{2}{3}\right)$. B. $\left(-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; \frac{2}{3}\right)$. C. $\left(\frac{5}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{2}{3}\right)$. D. $\left(-\frac{5}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Câu 81: Trong không gian, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 14$ tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình: $x + 2y + 3z - 14 = 0$. Tìm tọa độ tiếp điểm của mặt cầu (S) và mp (P) .

- A. $(2; 4; 6)$ B. $(-1; -2; -3)$ C. $(1; 2; 3)$. D. $(0; 0; 0)$.

Câu 82: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $MNPQ.M'N'P'Q'$ với $M(1;0;0)$; $N(2;-1;1)$; $Q(0;1;0)$; $M'(1;2;1)$. Tìm tọa độ điểm P' .



- A. $(-1; 2; 2)$. B. $(1; 0; 2)$. C. $(3; 2; 2)$. D. $(1; 2; 2)$.

Câu 83: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 1 = 0$. Tìm điểm N đối xứng với điểm $M(2;3;-1)$ qua mặt phẳng (P) .

- A. $N(1;0;3)$. B. $N(0;1;3)$. C. $N(0;3;1)$. D. $N(3;1;0)$.

Câu 84: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2,-3,0)$, mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z + 3 = 0$. Tìm mặt phẳng (P) qua A , vuông góc (α) và song song với Oz .

- A. $y + 2z + 3 = 0$. B. $x + 2y - z + 4 = 0$. C. $2x + y - 7 = 0$. D. $2x - y - 7 = 0$.

Câu 85: Cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng

$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là:

- A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$ B. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$
C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$ D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$

ĐỀ ÔN 1 GIỮA HK2

Câu 1: Tính $\int \cot x dx$ bằng

- A. $\ln|\sin x| + C$. B. $\frac{-1}{\sin^2 x} + C$. C. $-\ln|\sin x| + C$. D. $\frac{1}{\sin^2 x} - C$.

Câu 2: Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\int \sin x dx = \cos x + C$ B. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (0 < a \neq 1)$.
C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C, x \neq 0$. D. $\int e^x dx = e^x + C$.

Câu 3: Hãy chọn mệnh đề đúng

- A. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad 0 < a \neq 1$ B. $\int f(x).g(x)dx = \int f(x)dx. \int g(x)dx$.
C. $\int \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int f(x)dx}{\int g(x)dx}$. D. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \forall \alpha \in R$.

Câu 4: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4$. Tính $F\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{9}{2}$. B. $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{7}{2}$. C. $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$. D. $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 5$.

Câu 5: $\int \frac{x^2 - x + 3}{x+1} dx$ bằng:

- A. $\frac{x^2}{2} - 2x + 5\ln|x+1| + C$ B. $x + 5\ln|x+1| + C$ C. $\frac{x^2}{2} - 2x - 5\ln(x+1) + C$ D. $2x + 5\ln|x+1| + C$

Câu 6: Một nguyên hàm của $f(x) = \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1}$ là:

- A. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - e^x + x$ B. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - e^x$ C. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + e^x$ D. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - e^x + 1$

Câu 7: Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = e^x(1 - e^{-x})$ và $F(0) = 3$ thì $F(x)$ là ?

- A. $e^x - x + 2$ B. $e^x - x$ C. $e^x - x + C$ D. $e^x + x + 1$

Câu 8: Tính: $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \tan x dx$

- A. $-\ln \frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\ln \frac{3}{2}$ C. $\ln \frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\ln \frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 9: Cho $\int_0^6 f(x) dx = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x) dx$.

- A. $I = 4$ B. $I = 36$ C. $I = 2$ D. $I = 6$

Câu 10: Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{(1 + \cos 2x)^2} dx$ và đặt $t = \cos x$. Khẳng định nào sau đây **sai**:

- A. $I = \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$ B. $I = \frac{1}{4} \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{dt}{t^4}$ C. $I = -\frac{1}{12} t^{-3} \Big|_{\frac{1}{2}}^1$ D. $I = \frac{7}{12}$

Câu 11: Tập hợp giá trị của m sao cho $\int_0^m (2x - 4) dx = 5$ là

- A. $5; -1$. B. 5 . C. 4 . D. $4; -1$.

Câu 12: Cho $I = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx = a\sqrt{2} + b$. Giá trị a.b là :

- A. -1 B. 1 C. -2 D. 2

Câu 13: Biết rằng $\int_1^3 f(x) dx = 5$; $\int_3^2 f(x) dx = 3$. Tính $\int_1^2 f(x) dx$?

- A. 8 B. -2 C. 1 D. 5

Câu 14: Cho hai tích phân $\int_{-2}^5 f(x) dx = 8$ và $\int_5^{-2} g(x) dx = 3$. Tính $I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx$

- A. 13. B. 27. C. -11. D. 3.

Câu 15: Biết $\int_0^1 e^{4x} dx = \frac{e^a - 1}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. $a = b$. B. $a < b$. C. $a + b = 10$. D. $a = 2b$.

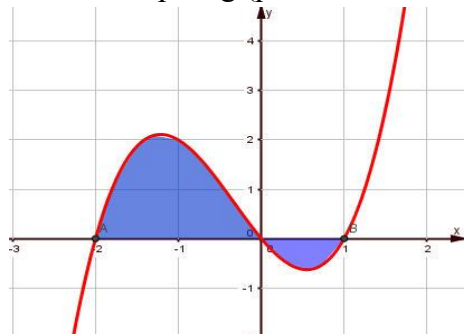
Câu 16 : Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x^2 + x + 6$ và trục hoành.

- A. $S = \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx$ B. $S = \left| \int_{-1}^3 f(x) dx \right|$ C. $S = \int_{-1}^2 f(x) dx - \int_2^3 f(x) dx$ D. $S = \int_{-1}^3 f(x) dx$

Câu 17: Diện tích phẳng giới hạn bởi: $x = -1$; $x = 2$; $y = 0$; $y = x^2 - 2x$

- A. $\frac{8}{3}$ B. 1 C. 0 D. $\frac{4}{3}$

Câu 18: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình) là



- A. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx$ B. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx$ C. $S = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$ D. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$

Câu 19: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, Ox , $x = a$, $x = b$ quay xung quanh trục Ox .
Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. B. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$. C. $V = \int_a^b \pi^2 \cdot [f(x)]^2 dx$. D. $V = \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Câu 20: Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi $y = x^2$ và $y = x + 2$ quanh trục Ox là:

A. $\frac{72\pi}{5}$ B. $\frac{81\pi}{10}$ C. $\frac{9\pi}{2}$ D. $\frac{72}{5}$

Câu 21: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos 4x$, Ox , $x = 0$, $x = \frac{\pi}{8}$ quay xung quanh trục Ox .

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $\frac{\pi^2}{16}$. B. $\frac{\pi}{16}$. C. $\frac{\pi}{4}$. D. $\left(\frac{\pi+1}{16}\right) \cdot \pi$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3;4;5)$. Tìm tọa độ của điểm M' đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (Oyz) .

A. $\left(\frac{3}{2}; 4; 5\right)$. B. $(0; 4; 5)$. C. $(6; 4; 5)$ D. $(-3; 4; 5)$.

Câu 23: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $OMPN$ có $\overrightarrow{OM} = (1; -1; 0)$; $\overrightarrow{ON} = (-1; -1; 2)$. Hãy tìm tọa độ tâm của hình bình hành $OADB$.

A. $(0; -1; 1)$. B. $(1; 0; 0)$. C. $(0; 1; 1)$. D. $(1; 1; 0)$.

Câu 24: Cho các điểm $A(1; -1; 0)$, $C(0; -2; 1)$, $D(-1; 0; -2)$. Tích có hướng $\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AD}$ là:

A. $(1; -4; -3)$ B. $(-1; -4; -3)$ C. $(1; 4; -3)$ D. $(3; 0; 1)$

Câu 25: Viết phương trình mặt cầu có tâm $I(0; 3; -2)$ và đi qua điểm $A(2; 1; -3)$

A. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 6y + 4z + 4 = 0$ B. (S): $x^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = 3$
C. (S): $x^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 6$ D. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 6y + 4z + 10 = 0$

Câu 26: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$ có đường kính bằng

A. 6. B. 3. C. 9. D. 81.

Câu 27: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y + 1 = 0$. Mặt cầu có tâm I , bán kính R là

A. $\begin{cases} I(1; -3; 0) \\ R = 3 \end{cases}$. B. $\begin{cases} I(1; -3; 0) \\ R = \sqrt{11} \end{cases}$. C. $\begin{cases} I(-1; 3; 0) \\ R = 3 \end{cases}$. D. $\begin{cases} I(2; -6; 0) \\ R = 40 \end{cases}$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -2x + z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n} = (2; 0; -1)$. B. $\vec{n} = (2; 4; 1)$. C. $\vec{n} = (-2; 1; 1)$. D. $\vec{n} = (2; 4; 2)$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 0; 0)$, $B(0; -1; 3)$, $C(1; 1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm C và vuông góc với AB ?

A. $x + y - 3z + 1 = 0$ B. $x + y - 3z - 1 = 0$ C. $x + y + 3z - 5 = 0$ D. $x - y + 3z - 1 = 0$

Câu 30: Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M(-1; 1; 0), song song với (α): $x - 2y + z - 10 = 0$.

- A. $x - 2y + z + 3 = 0$ B. $x - 2y + z - 3 = 0$ C. $x - 2y - z + 3 = 0$ D. $x - 2y + z + 1 = 0$

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai** ?

- A. Nếu $f(x), g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $\int [f(x).g(x)]dx = \int f(x)dx . \int g(x)dx$.
 B. Nếu $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và k là số khác 0 thì $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$.
 C. Nếu $f(x), g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.
 D. $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x$.

Đề ôn 2 giữa HK2

Câu 1: Xác định giá trị của a, b, c sao cho $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-1}$ là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \frac{10x^2 - 19x + 9}{\sqrt{2x-1}} \text{ trong khoảng } \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$$

- A. $a = -5, b = 2, c = 14$ B. $a = -2, b = 5, c = -14$
 C. $a = 5, b = -2, c = 4$ D. $a = 2, b = -5, c = 4$

Câu 2: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai** ?

- A. Nếu $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và k là số khác 0 thì $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$.
 B. Nếu $f(x), g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.
 C. Nếu $f(x), g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $\int [f(x).g(x)]dx = \int f(x)dx . \int g(x)dx$.
 D. $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x$.

Câu 3: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 6x + \sin 3x$, biết $F(0) = \frac{2}{3}$.

- A. $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} - 1$. B. $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + \frac{2}{3}$.
 C. $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + 1$. D. $F(x) = 3x^2 + \frac{\cos 3x}{3} + 1$.

Câu 4: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ và $F(1) = 3$. Tính $F(4)$.

- A. $F(4) = 4$. B. $F(4) = 3$. C. $F(4) = 3 + \ln 2$. D. $F(4) = 5$.

Câu 5: Cho $I = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx = a\sqrt{2} + b$. Giá trị b là :

- A. -2 B. 2 C. 1 D. -1

Câu 6: Giả sử $\int_1^2 \frac{x}{1+\sqrt{x-1}} dx = \frac{a}{b} + 4 \ln \frac{1}{2}$, trong đó $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính b =?

- A. 36 B. 12 C. 33 D. 14

Câu 7: Giả sử $\int_{-1}^0 \frac{3x^2 + 7x - 3}{x - 2} dx = a \ln \frac{2}{3} + b$. Khi đó giá trị $a + 2b$ là

- A. 40 B. 46 C. 56 D. 52

Câu 8: Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = e^x(1 - e^{-x})$ và $F(0) = 3$ thì $F(x)$ là?

- A. $e^x - x + 2$ B. $e^x - x + 1$ C. $e^x - x + C$ D. $e^x - x$

Câu 9: Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ có đồ thị (C_1) và (C_2) liên tục trên $[a; b]$ thì công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C_1) , (C_2) và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là:

- A. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ B. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$ C. $S = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$ D. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$

Câu 10: Cho biết $\int_2^5 f(x) dx = 3$, $\int_2^5 g(t) dt = 9$. Giá trị của $A = \int_2^5 [3.f(x) - 2.g(x)] dx$ là:

- A. -9 B. 12 C. 3 D. 6

Câu 11: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2$ và đường thẳng $y = 3x - 2$ là:

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 12: Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi $y = x^2$ và $y = x + 2$ quanh trục Ox là:

- A. $\frac{72\pi}{5}$ B. $\frac{138\pi}{5}$ C. $\frac{9\pi}{2}$ D. $\frac{72}{5}$

Câu 13: Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{(1 + \cos 2x)^2} dx$ và đặt $t = \cos x$. Khẳng định nào sau đây **sai**:

- A. $I = \frac{7}{12}$ B. $I = \frac{1}{4} \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{dt}{t^4}$ C. $I = \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$ D. $I = -\frac{1}{12} t^{-3} \Big|_{\frac{1}{2}}^1$

Câu 14: Biết $I = \int_0^2 \frac{x^5}{x^2 + 1} dx = \frac{1}{4}(2 \ln a - b)$. Chọn đáp án đúng:

- A. $a - b = 9$ B. $a - b = 13$ C. $a = 3; b = 4$ D. $a < b$

Câu 15: Một nguyên hàm của $f(x) = \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1}$ là:

- A. $F(x) = \frac{1}{2} e^{2x} + e^x$ B. $F(x) = \frac{1}{2} e^{2x} - e^x$ C. $F(x) = \frac{1}{2} e^{2x} - e^x + 1$ D. $F(x) = \frac{1}{2} e^{2x} - e^x + x$

Câu 16: Diện tích phẳng giới hạn bởi: $x = -1; x = 2; y = 0; y = x^2 - 2x$

- A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. 1 D. 0

Câu 17: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{xe^x}$ và các đường thẳng $x=1, x=2, y=0$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình D xung quanh trục Ox.

- A. $V = (2 - e)\pi$ B. $V = 2\pi e^2$ C. $V = \pi e^2$ D. $V = (\pi e)^2$

Câu 18: Biết tích phân $\int_0^3 \frac{1}{9+x^2} dx = a\pi$ thì giá trị của a là

- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{1}{6}$ C. 6 D. 12

Câu 19: Cho $\int_2^5 f(x) dx = 4$. Khi đó $\int_5^2 [2 - 4f(x)] dx$ bằng:

- A. 14. B. 10. C. 16. D. 20.

Câu 20: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y^2 = x, x=a, x=b$ ($0 < a < b$) quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

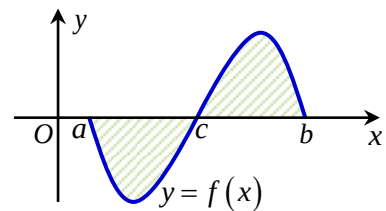
- A. $V = \pi \int_a^b x dx.$ B. $V = \pi^2 \int_a^b x dx.$ C. $V = \pi \int_a^b \sqrt{x} dx.$ D. $V = \pi^2 \int_a^b \sqrt{x} dx.$

Câu 21: Tìm $\int \frac{(x^2 - 1)^2}{x^3} dx =$

- A. $\frac{x^3}{3} - 2\ln|x| - \frac{1}{x^2} + C$ B. $\frac{x^2}{2} - 2\ln|x| + \frac{1}{2x^2} + C$ C. $\frac{x^2}{2} - 2\ln|x| - \frac{1}{2x^2} + C$ D. $\frac{x^3}{3} - 2\ln|x| - \frac{1}{3x^2} + C$

Câu 22: Kí hiệu S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x=a, x=b$ (như hình bên). Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng ?

- A. $S = \left| \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \right|$ B. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$
C. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ D. $S = \int_a^b f(x) dx.$



Câu 23: Biết rằng $\int_1^3 f(x) dx = 5; \int_3^2 f(x) dx = 3$. Tính $\int_1^2 f(x) dx$?

- A. 8 B. 5 C. -2 D. 1

Câu 24: Họ nguyên hàm $\int \frac{x^2 - x + 3}{x+1} dx$ bằng:

- A. $\frac{x^2}{2} - 2x - 5\ln|x-1| + C$ B. $x + 5\ln|x+1| + C$ C. $2x + 5\ln|x+1| + C$ D. $\frac{x^2}{2} - 2x + 5\ln|x+1| + C$

Câu 25: Họ nguyên hàm của hàm số $y = (2x+1)^5$ là:

A. $\frac{1}{2}(2x+1)^6 + C$. B. $\frac{1}{12}(2x+1)^6 + C$ C. $10(2x+1)^4 + C$ D. $\frac{1}{6}(2x+1)^6 + C$

Câu 26: Tìm công thức sai:

A. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ ($0 < a \neq 1$). B. $\int \cos x dx = \sin x + C$. C. $\int \sin x dx = \cos x + C$. D. $\int e^x dx = e^x + C$.

Câu 27: Tìm giá trị của a sao cho $\int_0^a \frac{\cos 2x}{1+2\sin 2x} dx = \frac{1}{4} \ln 3$

A. $a = \frac{\pi}{4}$ B. $a = \pi$ C. $a = \frac{\pi}{3}$ D. $a = \frac{\pi}{2}$

Câu 28: Nguyên hàm $\int 2x(1+3x^3) dx$ bằng:

A. $x^2(x+x^3)+C$ B. $x^2(1+3x^3)+C$ C. $2x(x+x^3)+C$ D. $x^2\left(1+\frac{6x^3}{5}\right)+C$

Câu 29: Biết F(x) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$. Tính $F\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

A. $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 5$. B. $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{7}{2}$. C. $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$. D. $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{9}{2}$.

Câu 30: Tích phân $I = \int_0^1 e^{2x+1} dx$ bằng:

A. $\frac{e^2 - e}{3}$ B. $\frac{e^2 + e}{2}$ C. $\frac{e^3 - e}{2}$ D. $\frac{e^2 + e}{3}$

Câu 31: Họ nguyên hàm $\int \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx$ bằng:

A. $4 \cot 2x + C$ B. $-2 \cot 2x + C$ C. $-4 \cot 2x + C$ D. $2 \tan 2x + C$

Câu 32: Tích phân $\int_2^5 (3x-4)^4 dx$ bằng:

A. $\frac{960025}{18}$ B. $\frac{18927}{20}$ C. $\frac{89720}{27}$ D. $\frac{53673}{5}$

Câu 33: Nếu đặt $t = \sqrt{3 \tan x + 1}$ thì tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{6 \tan x}{\cos^2 x \sqrt{3 \tan x + 1}} dx$ trở thành:

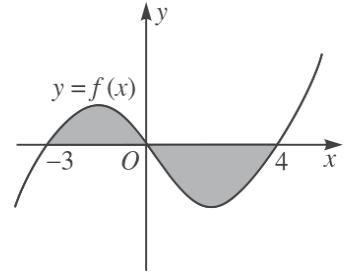
A. $I = \frac{1}{3} \int_0^1 2t^2 dt$ B. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 (t^2 - 1) dt$ C. $I = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{2}{3} (t^2 - 1) dt$ D. $I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{4}{3} t^2 dt$

Câu 34: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2$ và $y = 0$. Thì thể tích vật thể tròn xoay được sinh ra bởi hình phẳng đó khi nó quay quanh trục Ox có giá trị bằng?

A. $\frac{15\pi}{16}$ (đvtt) B. $\frac{16\pi}{15}$ (đvtt) C. $\frac{6\pi}{5}$ (đvtt) D. $\frac{5\pi}{6}$ (đvtt)

Câu 35: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng

(phần tô đậm trong hình) là:



- A. $\int_{-3}^4 f(x) dx$ B. $\int_0^{-3} f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx$
 C. $\int_{-3}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$ D. $\int_{-3}^0 f(x) dx + \int_4^0 f(x) dx$

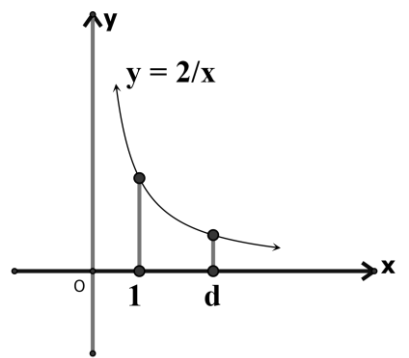
Câu 36: Cho hình (H) giới hạn bởi $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$ và Ox. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh

Ox bằng: A. $\frac{53\pi}{6}$ B. $\frac{21\pi}{5}$ C. $\frac{80}{35}\pi$ D. $\frac{81\pi}{35}$

Câu 37: Tìm d để diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \frac{2}{x}$,

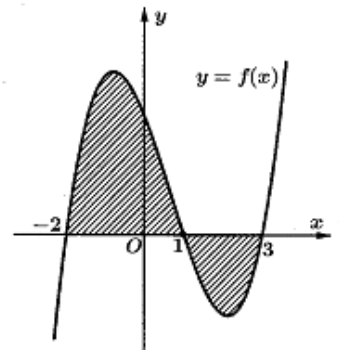
Ox, $x=1$, $x=d$ ($d>1$) bằng 2:

- A. e B. 2e
 C. e+1 D. e^2



Câu 38: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$ và trục ox như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$ B. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$
 C. $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$ D. $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$



Câu 39: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 1$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - 3$

- A. 6 B. 9 C. 7,5 D. 8

Câu 40: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{1+\sin x}} dx = \sqrt{a+b}$. Tính $a+b$.

- A. $a+b=1$. B. $a+b=3$. C. $a+b=10$. D. $a+b=6$.

Đề ôn HK2 số 1 phần trắc nghiệm

Câu 1: Tính: $L = \int_0^{\pi} x \sin x dx$:

- A. $L = \pi$ B. $L = -\pi$ C. $L = -2$ D. $L = 0$

Câu 2: Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số: $y = \frac{1}{\sqrt{4+x^2}}$

- A. $F(x) = \ln\left(x - \sqrt{4+x^2}\right)$ B. $F(x) = \ln\left(x + \sqrt{4+x^2}\right)$
 C. $F(x) = 2\sqrt{4+x^2}$ D. $F(x) = x + 2\sqrt{4+x^2}$

Câu 3: Tìm nguyên hàm $I = \int (x + \cos x)xdx$

- A. $\frac{x^3}{3} + x \sin x - \cos x + c$ B. Đáp án khác
 C. $\frac{x^3}{3} + \sin x + x \cos x + c$ D. $\frac{x^3}{3} + x \sin x + \cos x + c$

Câu 4: Biết: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^4 x} dx = \frac{a}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. a là một số chẵn B. a là một số lẻ
 C. a là số nhỏ hơn 3 D. a là số lớn hơn 5

Câu 5 : Tìm nguyên hàm của hàm số f(x) biết $f(x) = \frac{2x+3}{x^2+4x+3}$

- A. $\frac{x^2+3x}{x^2+4x+3} + C$ B. $-\frac{x^2+3x}{(x^2+4x+3)^2} + C$
 C. $\frac{1}{2}(\ln|x+1| + 3\ln|x+3|) + C$ D. $(2x+3)\ln|x^2+4x+3| + C$

Câu 6 : Hàm số nào là nguyên hàm của $f(x) = x\sqrt{x^2+5}$:

- A. $F(x) = (x^2+5)^{\frac{3}{2}}$ B. $F(x) = \frac{1}{3}(x^2+5)^{\frac{3}{2}}$
 C. $F(x) = \frac{1}{2}(x^2+5)^{\frac{3}{2}}$ D. $F(x) = 3(x^2+5)^{\frac{3}{2}}$

Câu 7: Tính: $K = \int_1^2 (2x-1)\ln x dx$

- A. $K = 3\ln 2$ B. $K = 3\ln 2 - \frac{1}{2}$ C. $K = 3\ln 2 + \frac{1}{2}$ D. $K = \frac{1}{2}$

Câu 8: Họ nguyên hàm của $\tan x$ là:

- A. $-\ln|\cos x| + C$ B. $\frac{\tan^2 x}{2} + C$ C. $\ln|\cos x| + C$ D. $\ln(\cos x) + C$

Câu 9: Một nguyên hàm của hàm số $y = \sin 3x$

- A. $-\frac{1}{3}\cos 3x$ B. $\frac{1}{3}\cos 3x$ C. $-3\cos 3x$ D. $3\cos 3x$

Câu 10: Cho $f(x)$ là hàm số lẻ và liên tục trên R. Khi đó giá trị tích phân $\int_{-1}^1 f(x)dx$ là:

- A. 1 B. -2 C. 2 D. 0

Câu 11: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x^2 + x^3 - 4$ thỏa mãn điều kiện $F(0) = 0$ là

- A. $2x^3 - 4x^4$ B. $\frac{2}{3}x^3 + \frac{x^4}{4} - 4x$ C. $x^3 - x^4 + 2x$ D. 4

Câu 12: Tích phân $\int_0^{\pi} (x+2)\cos 2x dx = ?$

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{4}$

Câu 13: Cặp hàm số nào sau đây có tính chất: Có một hàm số là nguyên hàm của hàm số còn lại?

- A. $\sin 2x$ và $\cos^2 x$ B. $\tan x^2$ và $\frac{1}{\cos^2 x^2}$ C. $\sin 2x$ và $\sin^2 x$ D. e^x và e^{-x}

Câu 14: Thể tích của khối tròn xoay tạo lên bởi lên hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = -x^2 + 2$; $y = 1$ và trục Ox khi quay xung quanh Ox là:

- A. $\pi \int_{-1}^1 (-x^2 + 2)^2 dx + \pi \int_{-1}^1 dx$ B. $\pi \int_{-1}^1 (-x^2 + 2)^2 dx - \pi \int_{-1}^1 dx$
C. $\pi \int_{-1}^1 (-x^2 + 2)^2 dx$ D. $\pi \int_{-1}^1 (-x^2 + 1)^2 dx + \pi \int_{-1}^1 dx$

Câu 15: Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 1 - x^2$, $y = 0$ quanh trục ox có kết quả dạng $\frac{a\pi}{b}$ khi đó a+b có kết quả là:

- A. 11 B. 25 C. 17 D. 31

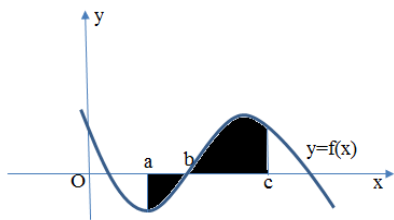
Câu 16: Vận tốc của một vật chuyển động là $v(t) = 3t^2 + 5$ m/s. Quãng đường vật đó đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là :

- A. 1200m B. 36m C. 1014m D. 252m

Câu 17: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$ và trục hoành bằng:

- A. 0 B. 2 C. 8 D. 4

Câu 18: Diện tích hình phẳng phần bôi đen trong hình sau được tính theo công thức:



- A. $S = \left| \int_a^c f(x) dx \right|$ B. $S = \left| \int_b^c f(x) dx \right| - \left| \int_a^b f(x) dx \right|$
C. $S = \int_a^c f(x) dx$ D. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right| + \left| \int_b^c f(x) dx \right|$

Câu 19: Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

- A. Số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bằng điểm $M(a; b)$ trong mặt phẳng phức Oxy
B. Số phức $z = a + bi$ có môđun là $\sqrt{a^2 + b^2}$ C. Số phức $z = a + bi = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$
D. Số phức $z = a + bi$ có số phức đối $z' = a - bi$

Câu 20: Cho số phức $z = a + bi$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. $z + \bar{z} = 2bi$ B. $z - \bar{z} = 2a$ C. $z \cdot \bar{z} = a^2 - b^2$ D. $|z^2| = |z|^2$

Câu 21: Số phức $z = 2 - 3i$ có điểm biểu diễn là:

A. (2; 3) B. (-2; -3) C. (2; -3) D. (-2; 3)

Câu 22: Cho số phức $z = a + bi$. Số $z + z'$ luôn là:

A. Số thực B. Số ảo C. 0 D. 2

Câu 23 : Phần thực và phần ảo của số phức: $z = 1 + 2i$

A. 1 và 2 B. 2 và 1 C. 1 và $2i$ D. 1 và i .

Câu 24: Số phức liên hợp của số phức: $z = 1 - 3i$ là số phức:

A. $\bar{z} = 3 - i$ B. $\bar{z} = -1 + 3i$ C. $\bar{z} = 1 + 3i$ D. $\bar{z} = -1 - 3i$.

Câu 25: Mô đun của số phức: $z = 2 + 3i$

A. $\sqrt{13}$ B. $\sqrt{5}$ C. 5 D. 2.

Câu 26: Với giá trị nào của x, y để 2 số phức sau bằng nhau: $x + 2i = 3 - yi$

A. $x = 2; y = 3$ B. $x = -2; y = 3$ C. $x = 3; y = 2$ D. $x = 3; y = -2$

Câu 27: Cho số phức $z = a + bi$. Số phức z^2 có phần ảo là:

A. a^2b^2 B. ab C. $2ab$ D. $2a^2b^2$

Câu 28: Cho số phức $z = (\sqrt{2} + 3i)^2$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

A. Phần thực bằng -7 , Phần ảo bằng $6\sqrt{2}i$ B. Phần thực bằng 7 , Phần ảo bằng $6\sqrt{2}$
C. Phần thực bằng -7 và Phần ảo bằng $6\sqrt{2}$ D. Phần thực bằng 7 và Phần ảo bằng $6\sqrt{2}i$

Câu 29: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2z - i\bar{z} = 2 + 5i$. Số phức z cần tìm là:

A. $z = 3 + 4i$ B. $z = 3 - 4i$ C. $z = 4 - 3i$ D. $z = 4 + 3i$.

Câu 30: Số phức $z = \frac{3-4i}{4-i}$ bằng:

A. $\frac{16}{17} - \frac{13}{17}i$ B. $\frac{16}{15} - \frac{11}{15}i$ C. $\frac{9}{5} - \frac{4}{5}i$ D. $\frac{9}{25} - \frac{13}{25}i$

Câu 31: Điểm biểu diễn của các số phức $z = m + mi$ với $m \in \mathbb{R}$, nằm trên đường thẳng có phương trình là:

A. $y = 2x$ B. $y = x$ C. $y = 3x$ D. $y = 4x$

Câu 32: Tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - i| = 1$ là:

A. Một đường thẳng B. Một đường tròn C. Một đoạn thẳng D. Một hình vuông

Câu 33: Cho hai số phức $z = a + bi$ và $z' = a' + b'i$. Điều kiện giữa a, b, a', b' để $z + z'$ là một số thuần ảo là:

A. $\begin{cases} a + a' = 0 \\ b + b' = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a + a' = 0 \\ b, b' \in \mathbb{R} \end{cases}$ C. $\begin{cases} a + a' = 0 \\ b = b' \end{cases}$ D. $\begin{cases} a + a' = 0 \\ b + b' \neq 0 \end{cases}$

Câu 34: Cho $z = 2 + 3i$ là một số phức. Hãy tìm một phương trình bậc hai với hệ số thực nhận z và $\bar{z}$ làm nghiệm.

A. $z^2 - 4z + 13 = 0$ B. $z^2 + 4z + 13 = 0$ C. $z^2 - 4z - 13 = 0$ D. $z^2 + 4z - 13 = 0$

Câu 35: Cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$. Nếu phương trình nhận $z = 1 + i$ làm một nghiệm thì b và c bằng:

A. $b = 3, c = 5$ B. $b = 1, c = 3$ C. $b = 4, c = 3$ D. $b = -2, c = 2$

Câu 36: . Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh bằng a , tam giác SAB là một tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích V của khối chóp đã cho là.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{x} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$. Tìm tọa độ của $\vec{x}$

- A. $\vec{x} = (2; 3; -4)$. B. $\vec{x} = (-2; -3; 4)$. C. $\vec{x} = (0; 3; -4)$. D. $\vec{x} = (2; 3; 0)$.

Câu 38: Cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 10 = 0$. Trong các điểm sau, điểm nào nằm trên mặt phẳng (P)

- A. $(2; 2; 0)$ B. $(2; -2; 0)$ C. $(1; 2; 0)$ D. $(2; 1; 2)$

Câu 39: Tìm tọa độ giao điểm M của $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ và $(P): 2x - y - z - 7 = 0$.

- A. $M(3; -1; 0)$. B. $M(0; 2; -4)$. C. $M(6; -4; 3)$. D. $M(1; 4; -2)$

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$ cho $M(1; -2; 4)$ và $N(-2; 3; 5)$. Tính tọa độ của $\overrightarrow{MN}$

- A. $\overrightarrow{MN} = (-3; 5; 1)$. B. $\overrightarrow{MN} = (3; -5; -1)$. C. $\overrightarrow{MN} = (-1; 1; 9)$. D. $\overrightarrow{MN} = (1; -1; -9)$

Câu 41: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2$ và $y = x$ là:

- A. $\frac{1}{3}$ (đvdt) B. $\frac{1}{4}$ (đvdt) C. $\frac{1}{2}$ (đvdt) D. $\frac{1}{6}$ (đvdt)

Câu 42: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình: $z^2 + 4z + 7 = 0$. Tính $|z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. 7 B. 10 C. 14 D. 21

Câu 43: Tính $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cos x dx$.

- A. 0 B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 1

Câu 44: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình là

$x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 10y + 20 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $I(2; -5; 0)$ và $R = 3$. B. $I(-2; 5; 0)$ và $R = 3$.
C. $I(-2; 5; -10)$ và $R = \sqrt{129}$. D. $I(-4; 10; 0)$ và $R = 4\sqrt{6}$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; 2; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-3}{1}$.

Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với d là:

- A. $x - 2y - z + 4 = 0$ B. $-x + 2y + z + 3 = 0$ C. $x - 2y - z - 3 = 0$ D. $x - 2y - z + 1 = 0$

Đề ôn HK2 số 2 phần trắc nghiệm

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a}(3; -1; 2); \vec{b}(4; 2; -6)$ Tính tọa độ của vector $\vec{a} + \vec{b}$

- A. $\vec{a} + \vec{b} = (1; 3; -8)$. B. $\vec{a} + \vec{b} = (7; 1; -4)$. C. $\vec{a} + \vec{b} = (-1; -3; 8)$. D. $\vec{a} + \vec{b} = (-7; -1; 4)$.

Câu 2: Giả sử $\int_1^5 \frac{dx}{2x-1} = \ln K$. Giá trị của K là:

- A. 8 B. 9 C. 81 D. 3

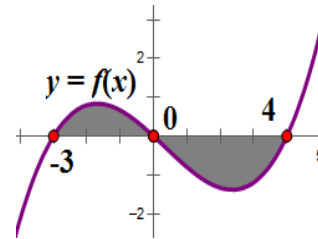
Câu 3: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình vẽ) là:

A. $\int_{-3}^0 f(x)dx + \int_4^0 f(x)dx$

B. $\int_{-3}^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx$

C. $\int_{-3}^4 f(x)dx$

D. $\int_0^{-3} f(x)dx + \int_0^4 f(x)dx$



Câu 4: Cho hai số phức: $z_1 = 2 + 5i$; $z_2 = 3 - 4i$. Tìm số phức $z = z_1 \cdot z_2$

A. $z = 6 + 20i$

B. $z = 26 + 7i$

C. $z = 6 - 20i$

D. $z = 26 - 7i$

Câu 5: Cho số phức $z = 2 + 4i$. Tìm phần thực, phần ảo của số phức $w = z - i$.

A. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 3i

B. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 3

C. Phần thực bằng -2 và phần ảo bằng -3

D. Phần thực bằng -2 và phần ảo bằng -3i

Câu 6: Nếu $\int_a^c f(x)dx = 7$, $\int_b^c f(x)dx = 4$ với $a < c < b$ thì $\int_a^b f(x)dx$ bằng:

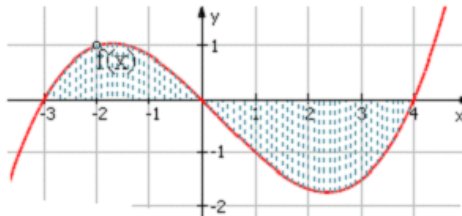
A. 7

B. 11

C. -3

D. 3

Câu 7: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần gạch trong hình) là:



A. $\int_0^{-3} f(x)dx + \int_0^4 f(x)dx$

B. $\int_{-3}^0 f(x)dx + \int_4^0 f(x)dx$

C. $\int_{-3}^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx$

D. $\int_{-3}^4 f(x)dx$

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho tam giác ABC với $A = (1; 2; -1)$, $B = (2; -1; 3)$, $C = (-4; 7; 5)$. Tính độ dài đường cao của tam giác ABC hạ từ A?

A. $\sqrt{\frac{1110}{52}}$

B. $\sqrt{\frac{110}{52}}$

C. $\sqrt{\frac{111}{57}}$

D. $\sqrt{\frac{1110}{57}}$

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$; $B(0; 1; 0)$; $C(0; 0; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C có dạng:

A. $x + 2y + z - 2 = 0$

B. $x + y + 2z - 2 = 0$

C. $x + y + z - 1 = 0$

D. $2x + y + z - 2 = 0$

Câu 10: Trong không gian Oxyz, cho hai mặt phẳng (P): $nx + 7y - 6z + 4 = 0$; (Q): $3x + my - 2z - 7 = 0$ song song với nhau. Khi đó, giá trị m, n thỏa mãn là:

A. $m = -\frac{7}{3}$; $n = 9$

B. $m = \frac{7}{3}$; $n = 9$

C. $m = 9$; $n = \frac{7}{3}$

D. $m = \frac{7}{3}$; $n = 1$

Câu 11: Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Tính $w = (1 + z_1)^{100} + (1 + z_2)^{100}$

A. $w = 2^{50}i$

B. $w = -2^{51}i$

C. $w = -2^{51}$

D. $w = -2^{50}i$

Câu 12: Cho $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}dx$ và $u = x^2-1$. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. $I = \frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}} \Big|_0^3$ B. $I = \int_0^3 \sqrt{u}du$ C. $I = \int_1^2 \sqrt{u}du$ D. $I = \frac{2}{3}\sqrt{27}$

Câu 13: Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A(4; -2; 2), song song với $\Delta: \frac{x+2}{4} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-2}{3}$.

A. $\frac{x+4}{4} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-2}{3}$ B. $\frac{x-4}{4} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+2}{3}$
C. $\frac{x-4}{4} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-2}{3}$ D. $\frac{x+4}{4} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{3}$

Câu 14: Trong không gian Oxyz cho 2 điểm A(1;3;0) và B(-2;1;1) và đường thẳng $(\Delta): \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-2}$.
. Viết phương trình mặt cầu đi qua A, B có tâm I thuộc đường thẳng (Δ) .

A. $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(y+\frac{3}{2}\right)^2 + \left(z-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{19}{4}$ B. $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(y-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(z+\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{19}{4}$
C. $\left(x+\frac{2}{5}\right)^2 + \left(y-\frac{13}{10}\right)^2 + \left(z+\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{25}{3}$ D. $\left(x-\frac{2}{5}\right)^2 + \left(y+\frac{13}{10}\right)^2 + \left(z-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{25}{3}$

Câu 15: Gọi $z_1; z_2; z_3$ là ba nghiệm của phương trình $z^3-8=0$. Tính $M = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$.

A. 4 B. 0 C. 8 D. 6

Câu 16: Số nào trong các số sau là số thuần ảo?

A. $(2+2i)^2$ B. $\frac{2+3i}{2-3i}$ C. $(\sqrt{2}+3i)+(\sqrt{2}-3i)$ D. $(\sqrt{2}+3i)(\sqrt{2}-3i)$

Câu 17: Biết rằng nghịch đảo của số phức z bằng số phức liên hợp của nó. Trong các kết luận sau, kết luận nào là **đúng**?

A. z là một số thuần ảo B. $|z|=1$ C. $|z|=-1$ D. $z \in R$

Câu 18: Tính tích phân $I = \int_0^1 x\sqrt{1-x}dx$.

A. $I = \frac{2}{5}$ B. $I = \frac{4}{15}$ C. $I = \frac{2}{15}$ D. $I = \frac{8}{15}$

Câu 19: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z-1=0$. Toạ độ giao điểm M của d và (P) là:

A. $M\left(\frac{7}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ B. $M\left(-\frac{7}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$
C. $M\left(\frac{7}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ D. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$

Câu 20: Cho số phức z thỏa mãn $2z = i(\bar{z} + 3)$. Tìm môđun của z ?

- A. $|z| = 5$ B. $|z| = \sqrt{5}$ C. $|z| = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ D. $|z| = \frac{3\sqrt{5}}{4}$

Câu 21: Viết phương trình đường thẳng d đi qua 2 điểm $A(2; 1; 0)$, $B(0; 1; 2)$.

- A. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 2 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -t \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$

Câu 22: Tính khoảng cách d từ điểm $A(1; -4; 0)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 3 = 0$?

- A. $d = \frac{1}{3}$ B. $d = 9$ C. $d = \frac{1}{9}$ D. $d = 3$

Câu 23: Cho số phức z thỏa mãn: $(4 - i)z = 3 - 4i$. Điểm biểu diễn của z là:

- A. $M\left(\frac{9}{25}; \frac{-23}{25}\right)$ B. $M\left(\frac{9}{5}; -\frac{4}{5}\right)$ C. $M\left(\frac{16}{17}; \frac{-13}{17}\right)$ D. $M\left(\frac{16}{15}; \frac{-11}{15}\right)$

Câu 24: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 - 2x$, $y = x$ là:

- A. $\frac{9}{2}$ B. $\frac{-9}{2}$ C. $\frac{9\pi}{2}$ D. $\frac{81\pi}{10}$

Câu 25: Trong C , giải phương trình $(i + z)(\bar{z} - 2 + 3i) = 0$?

- A. $\begin{cases} z = 2i \\ z = 5 + 3i \end{cases}$ B. $\begin{cases} z = -i \\ z = 2 + 3i \end{cases}$ C. $\begin{cases} z = i \\ z = 2 - 3i \end{cases}$ D. $\begin{cases} z = 3i \\ z = 2 - 5i \end{cases}$

Câu 26: Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ thỏa mãn điều kiện $|z - i| = 1$.

- A. Đường tròn tâm $I(0; 1)$, bán kính $R = 1$ B. Đường tròn tâm $I(0; -1)$, bán kính $R = 1$
C. Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 1)$ và $B(-1; 1)$ D. Hai điểm $A(1; 1)$ và $B(-1; 1)$

Câu 27: Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q): x + 2y + z = 0$ và cách $D(1; 0; 3)$ một khoảng bằng $\sqrt{6}$ thì (P) có phương trình là:

- A. $\begin{cases} x + 2y + z + 2 = 0 \\ -x - 2y - z - 10 = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + 2y - z - 10 = 0 \\ x + 2y + z - 2 = 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x + 2y + z + 2 = 0 \\ x + 2y + z - 10 = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + 2y + z + 2 = 0 \\ x + 2y + z - 2 = 0 \end{cases}$

Câu 28: Thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox được tính theo công thức nào?

- A. $V = \int_a^b |f(x)| dx$ B. $V = \int_a^b f(x) dx$ C. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$ D. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

Câu 29: Tính tích phân $\int_1^4 (x^2 + 4\sqrt{x}) dx$.

- A. $I = \frac{118}{3}$ B. $I = \frac{119}{3}$ C. $I = \frac{121}{3}$ D. $I = \frac{120}{3}$

Câu 30: Tính $\int_1^e x^2 \ln x dx$.

- A. $\frac{2e^3-1}{9}$ B. $\frac{2e^3+1}{9}$ C. $\frac{e^3-2}{9}$ D. $\frac{e^3+2}{9}$

Câu 31: Cho hai điểm $A(1;1;5); B(0;0;1)$. Mặt phẳng (P) chứa A, B và song song với Oy có phương trình là:

- A. $4x-z+1=0$ B. $y+4z-1=0$ C. $4x+y-z+1=0$ D. $2x+z-5=0$

Câu 32: Cho $\vec{a}(1;2;3)$. Tính độ dài $\vec{a}$.

- A. $\sqrt{11}$ B. $\sqrt{12}$ C. $\sqrt{13}$ D. $\sqrt{14}$

Câu 33: Tìm phần thực của số phức $(1+i)^{2022}$.

- A. 2^{1011} B. -1 C. 1 D. 0

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và điểm $A(-2;1;0)$.

Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và chứa d.

- A. $x-y-4z+3=0$ B. $x-7y-4z+9=0$ C. $x-6y-4z+9=0$ D. $x-7y-4z+8=0$

Câu 35: Trong không gian Oxyz, cho $A(1;-2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. Viết phương trình mặt cầu tâm A tiếp xúc với d.

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$ B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50$
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 50$ D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 25$

Câu 36: Viết phương trình giao tuyến của 2 mặt phẳng (P): $2x+y-z+3=0$; (Q) $x+y+z-1=0$.

- A. $\frac{x}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{-1}$ B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{1}$ C. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{1}$ D. $\frac{x}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-1}$

Câu 37: Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^n x \cos x dx = \frac{1}{64}$. Khi đó n bằng bao nhiêu?

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $3x-4y+2z-2016=0$. Trong các đường thẳng sau đường thẳng song song với mặt phẳng (P).

- A. $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$ B. $d_3: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{1-z}{4}$
C. $d_2: \frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{1}$ D. $d_4: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-1}{2}$

Câu 39: Cho số phức $z = -3+2i$. Tính môđun của số phức $z+1-i$.

- A. $|z+1-i| = \sqrt{5}$ B. $|z+1-i| = 2\sqrt{2}$ C. $|z+1-i| = 4$ D. $|z+1-i| = 1$

Câu 40: Cho $\int_0^1 \sqrt{28x^2+1} . x dx = \frac{m.\sqrt{29}+n}{84}$ với m và n là số nguyên. Tính $k = m+n$.

- A. $k = 30$. B. $k = 2$. C. $k = 28$. D. $k = 0$.

Câu 41: Giả sử $\int_1^2 \frac{4\ln x + 1}{x} dx = a \ln^2 2 + b \ln 2$, với a, b là các số hữu tỉ. Khi đó tổng $4a + b$ bằng:

- A. 3 B. 5 C. 7 D. 9

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $-3x + 2z - 1 = 0$. Vector pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (P) là:

- A. $\vec{n} = (3; 2; -1)$ B. $\vec{n} = (3; 0; 2)$ C. $\vec{n} = (-3; 0; 2)$ D. $\vec{n} = (-3; 2; -1)$

Câu 43: Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -3)$ và đi qua $A(1; 0; 4)$?

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 5$ B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 53$
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 53$ D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 5$

Câu 44: Cho hình phẳng (S) giới hạn bởi $y = 3x$, $y = x$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi hình phẳng (S) xoay quanh trục Ox.

- A. $8\pi^2$ B. $\frac{8\pi}{3}$ C. 8π D. $\frac{8\pi^2}{3}$

Câu 45: Trong không gian Oxyz, cho tứ diện ABCD với $A(1; 6; 2); B(5; 1; 3); C(4; 0; 6); D(5; 0; 4)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm D và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) là:

- A. $(S): (x-5)^2 + y^2 + (z-4)^2 = \frac{8}{223}$ B. $(S): (x+5)^2 + y^2 + (z+4)^2 = \frac{8}{223}$
C. $(S): (x+5)^2 + y^2 + (z-4)^2 = \frac{16}{223}$ D. $(S): (x+5)^2 + y^2 + (z+4)^2 = \frac{4}{223}$