

PHIẾU HƯỚNG DẪN HỌC SINH TỰ HỌC

II/ Nhiệm vụ tự học, nguồn tài liệu cần tham khảo:

(*Đọc Sách giáo khoa Chương 3 Bài 2. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG*)

III/ Kiến thức cần nhớ:

○ Bài 02

PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

1. Phương trình mặt phẳng

a) Vectơ pháp tuyến – Cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng

- Vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ là vectơ pháp tuyến (VTPT) của α nếu giá của $\vec{n}$ vuông góc với α .
- Hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương là cặp vectơ chỉ phương (VTCP) của α nếu các giá của chúng song song hoặc nằm trên α .

Chú ý:

- Nếu $\vec{n}$ là một VTPT của α thì $k\vec{n}$ $k \neq 0$ cũng là VTPT của α .
- Nếu $\vec{a}, \vec{b}$ là một cặp VTCP của α thì $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$ là một VTPT của α .

b) Phương trình tổng quát của mặt phẳng

$$Ax + By + Cz + D = 0 \text{ với } A^2 + B^2 + C^2 > 0.$$

- Nếu α có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ thì $\vec{n} = A; B; C$ là một VTPT của α .
- Phương trình mặt phẳng đi qua $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có một VTPT $\vec{n} = A; B; C$ là:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.$$

c) Các trường hợp đặc biệt

Các hệ số	Phương trình mặt phẳng α	Tính chất mặt phẳng α
$D = 0$	$Ax + By + Cz = 0$	α đi qua gốc tọa độ O .
$A = 0$	$By + Cz + D = 0$	$\alpha \parallel Ox$ hoặc $\alpha \supset Ox$.
$B = 0$	$Ax + Cz + D = 0$	$\alpha \parallel Oy$ hoặc $\alpha \supset Oy$.
$C = 0$	$Ax + By + D = 0$	$\alpha \parallel Oz$ hoặc $\alpha \supset Oz$.
$A = B = 0$	$Cz + D = 0$	$\alpha \parallel Oxy$ hoặc $\alpha \equiv Oxy$.
$A = C = 0$	$By + D = 0$	$\alpha \parallel Oxz$ hoặc $\alpha \equiv Oxz$.
$B = C = 0$	$Ax + D = 0$	$\alpha \parallel Oyz$ hoặc $\alpha \equiv Oyz$.

Chú ý:

- Nếu trong phương trình α không chứa ẩn nào thì α song song hoặc chứa trục tương ứng.

• Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn $\alpha : \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Ở đây α cắt các trục toạ độ tại các điểm $a;0;0$, $0;b;0$, $0;0;c$ với $abc \neq 0$.

2. Khoảng cách từ một điểm tới mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(x_A; y_A; z_A)$ và mặt phẳng $\alpha : Ax + By + Cz + D = 0$.

Khi đó khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng α được tính theo công thức

$$d[A, \alpha] = \frac{|Ax_A + By_A + Cz_A + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

3. Vị trí tương đối

a) Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng

$$\alpha : A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \text{ và } \beta : A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$

- $\alpha \equiv \beta \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$.
- $\alpha \parallel \beta \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$.
- $\alpha \cap \beta \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2} \text{ hoặc } \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$.
- $\alpha \perp \beta \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$.

b) Vị trí tương đối giữa mặt phẳng và mặt cầu

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng và mặt cầu

$$\alpha : Ax + By + Cz + D = 0 \text{ và } S : x - a^2 + y - b^2 + z - c^2 = R^2.$$

Để xét vị trí của α và S ta làm như sau:

• **Bước 1.** Tính khoảng cách từ tâm I của S đến α .

• **Bước 2.**

+ Nếu $d[I, \alpha] > R$ thì α không cắt S .

+ Nếu $d[I, \alpha] = R$ thì α tiếp xúc S tại H . Khi đó H được gọi là tiếp điểm, là hình chiếu vuông góc của I lên α và α được gọi là tiếp diện.

+ Nếu $d[I, \alpha] < R$ thì α cắt S theo đường tròn có phương trình

$$C : \begin{cases} x - a^2 + y - b^2 + z - c^2 = R^2 \\ Ax + By + Cz + D = 0 \end{cases}.$$

Bán kính của C là $r = \sqrt{R^2 - d^2[I, \alpha]}$.

Tâm J của C là hình chiếu vuông góc của I trên α .

4. Góc giữa hai mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng

$$\alpha : A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \text{ và } \beta : A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0.$$

Góc giữa α và β bằng hoặc bù với góc giữa hai VTPT $\vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta$. Tức là

$$\cos \alpha, \beta = |\cos \vec{n}_\alpha, \vec{n}_\beta| = \frac{|\vec{n}_\alpha \cdot \vec{n}_\beta|}{|\vec{n}_\alpha| \cdot |\vec{n}_\beta|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}.$$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM



Vấn đề 1. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG



Câu 115. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $P : 3x - z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của P ?

- A. $\vec{n} = -1; 0; -1$. B. $\vec{n} = 3; -1; 2$. C. $\vec{n} = 3; -1; 0$. D. $\vec{n} = 3; 0; -1$.

Câu 116. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Mệnh đề này sau đây **đúng**?

- A. $\begin{cases} \vec{a} \parallel P \\ \vec{b} \parallel P \end{cases} \Rightarrow [\vec{a}, \vec{b}]$ là một vectơ pháp tuyến của P .
- B. $\begin{cases} \vec{a} \parallel P, \vec{b} \parallel P \\ \vec{a} = k\vec{b}, k \neq 0 \end{cases} \Rightarrow [\vec{a}, \vec{b}]$ là một vectơ pháp tuyến của P .
- C. $\begin{cases} \vec{a} \parallel P, \vec{b} \parallel P \\ \vec{a} = k\vec{b}, k \neq 0 \end{cases} \Rightarrow k[\vec{a}, \vec{b}]$ là một vectơ pháp tuyến của P .
- D. $\begin{cases} \vec{a} \parallel P, \vec{b} \parallel P \\ \vec{a} \neq k\vec{b}, k \neq 0 \end{cases} \Rightarrow [\vec{a}, \vec{b}]$ là một vectơ pháp tuyến của P .

Câu 117. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\alpha : Ax + By + Cz + D = 0$.

Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Nếu $D = 0$ thì α song song với mặt phẳng Oyz
- B. Nếu $D = 0$ thì α đi qua gốc tọa độ.
- C. Nếu $\begin{cases} BC \neq 0 \\ A = D = 0 \end{cases}$ thì α song song với trục Ox .
- D. Nếu $\begin{cases} BC \neq 0 \\ A = D = 0 \end{cases}$ thì α chứa trục Oy .

Câu 118. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $Q : 2x - y + 5z - 15 = 0$ và điểm $E \ 1; 2; -3$. Mặt phẳng P qua E và song song với Q có phương trình là:

- A. $P : x + 2y - 3z + 15 = 0$ B. $P : x + 2y - 3z - 15 = 0$
- C. $P : 2x - y + 5z + 15 = 0$ D. $P : 2x - y + 5z - 15 = 0$

Câu 119. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A \ 0; 1; 1$ và $B \ 1; 2; 3$. Viết phương trình mặt phẳng P đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

- A. $P : x + y + 2z - 3 = 0$. B. $P : x + y + 2z - 6 = 0$.
- C. $P : x + 3y + 4z - 7 = 0$. D. $P : x + 3y + 4z - 26 = 0$.

Câu 120. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng P qua điểm $G \ 1; 1; 1$ và vuông góc với đường thẳng OG có phương trình là:

- A. $P : x + y + z - 3 = 0$ B. $P : x + y + z = 0$
- C. $P : x - y + z = 0$ D. $P : x + y - z - 3 = 0$

Câu 121. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A \ 2; 1; -1$, $B \ -1; 0; 4$, $C \ 0; -2; -1$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC ?

A. $x - 2y - 5z + 5 = 0$

B. $x - 2y - 5z = 0$

C. $x - 2y - 5z - 5 = 0$

D. $2x - y + 5z - 5 = 0$

Câu 122. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;1;-2)$ và $B(5;9;3)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là:

A. $2x + 6y - 5z + 40 = 0$

B. $x + 8y - 5z - 41 = 0$

C. $x - 8y - 5z - 35 = 0$

D. $x + 8y + 5z - 47 = 0$

Câu 123. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\alpha: 4x - 3y - 7z + 3 = 0$ và điểm $I(1;-1;2)$. Phương trình mặt phẳng β đối xứng với α qua I là:

A. $\beta: 4x - 3y - 7z - 3 = 0$

B. $\beta: 4x - 3y - 7z + 11 = 0$

C. $\beta: 4x - 3y - 7z - 11 = 0$

D. $\beta: 4x - 3y - 7z + 5 = 0$

Câu 124. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-1;2)$, $B(4;-1;-1)$ và $C(2;0;2)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình:

A. $3x - 3y + z - 14 = 0$

B. $3x + 3y + z - 8 = 0$

C. $3x - 2y + z - 8 = 0$

D. $2x + 3y - z + 8 = 0$

Câu 125. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng α chứa trục Oz và đi qua điểm $P(2;-3;5)$ có phương trình là:

A. $\alpha: 2x + 3y = 0$

B. $\alpha: 2x - 3y = 0$

C. $\alpha: 3x + 2y = 0$

D. $\alpha: y + 2z = 0$

Câu 126. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-1;5)$ và $N(0;0;1)$. Mặt phẳng α chứa M, N và song song với trục Oy có phương trình là:

A. $\alpha: 4x - z + 1 = 0$

B. $\alpha: x - 4z + 2 = 0$

C. $\alpha: 2x + z - 3 = 0$

D. $\alpha: x + 4z - 1 = 0$

Câu 127. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng α đi qua điểm $M(0;0;-1)$ và song song với giá của hai vectơ $\vec{a} = (1;-2;3)$, $\vec{b} = (3;0;5)$. Phương trình của mặt phẳng α là:

A. $\alpha: -5x + 2y + 3z + 3 = 0$

B. $\alpha: 5x - 2y - 3z - 21 = 0$

C. $\alpha: 10x - 4y - 6z + 21 = 0$

D. $\alpha: 5x - 2y - 3z + 21 = 0$

Câu 128. Trong không gian với hệ tọa độ mặt phẳng α đi qua $A(2;-1;1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $P: 2x - z + 1 = 0$ và $Q: y = 0$. Phương trình của mặt phẳng α là:

A. $\alpha: 2x + y - 4 = 0$

B. $\alpha: x + 2z - 4 = 0$

C. $\alpha: x + 2y + z = 0$

D. $\alpha: 2x - y + z = 0$

Câu 129. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $P(2;0;-1)$, $Q(1;-1;3)$ và mặt phẳng $P: 3x + 2y - z + 5 = 0$. Gọi α là mặt phẳng đi qua P, Q và vuông góc với P , phương trình của mặt phẳng α là:

A. $\alpha: -7x + 11y + z - 3 = 0$

B. $\alpha: 7x - 11y + z - 1 = 0$

C. $\alpha: -7x + 11y + z + 15 = 0$

D. $\alpha: 7x - 11y - z + 1 = 0$

Câu 130. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng α cắt ba trục tọa độ tại ba điểm $M(8;0;0)$, $N(0;-2;0)$ và $P(0;0;4)$. Phương trình của mặt phẳng α là:

A. $\alpha: \frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 0$

B. $\alpha: \frac{x}{4} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$

C. $\alpha: x - 4y + 2z = 0$

D. $\alpha: x - 4y + 2z - 8 = 0$

Câu 131. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4; -3; 2)$. Hình chiếu vuông góc của A lên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz theo thứ tự lần lượt là M, N, P . Phương trình mặt phẳng MNP là:

- A. $4x - 3y + 2z - 5 = 0$ B. $3x - 4y + 6z - 12 = 0$
C. $2x - 3y + 4z - 1 = 0$ D. $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} + 1 = 0$

Câu 132. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng P cắt trục Oz tại điểm có cao độ bằng 2 và song song với mặt phẳng Oxy . Phương trình của mặt phẳng P là:

- A. $P : z - 2 = 0$ B. $P : x - 2 = 0$
C. $P : y + z - 2 = 0$ D. $P : x - y - 2 = 0$

Câu 133. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1; 2; 3)$. Mặt phẳng α đi qua G , cắt Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC . Phương trình của mặt phẳng α là:

- A. $\alpha : 2x + 3y + 6z - 18 = 0$ B. $\alpha : 3x + 2y + 6z - 18 = 0$
C. $\alpha : 6x + 3y + 2z - 18 = 0$ D. $\alpha : 6x + 3y + 3z - 18 = 0$

Câu 134. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2; 1; 1)$. Mặt phẳng α đi qua H , cắt Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC . Phương trình của mặt phẳng α là:

- A. $\alpha : 2x + y + z - 6 = 0$ B. $\alpha : x + 2y + z - 6 = 0$
C. $\alpha : x + y + 2z - 6 = 0$ D. $\alpha : 2x + y + z + 6 = 0$

Câu 135. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $S(-1; 6; 2)$, $A(0; 0; 6)$, $B(0; 3; 0)$, $C(-2; 0; 0)$. Gọi H là chân đường cao vẽ từ S của tứ diện. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng SBH :

- A. $x + 5y - 7z - 15 = 0$ B. $5x - y + 7z + 15 = 0$
C. $7x + 5y + z - 15 = 0$ D. $x - 7y + 5z + 15 = 0$



Vấn đề 2. KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MẶT PHẪNG



Câu 136. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $P : 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến P .

- A. $d = \frac{5}{9}$. B. $d = \frac{5}{29}$. C. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$. D. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 137. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -1; -1)$ trên mặt phẳng $\alpha : 16x - 12y - 15z - 4 = 0$. Tính độ dài đoạn thẳng AH .

- A. 55. B. $\frac{11}{5}$. C. $\frac{11}{25}$. D. $\frac{22}{5}$.

Câu 138. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 1; 3)$, $B(-1; 3; 2)$, $C(-1; 2; 3)$. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C .

- A. $\sqrt{3}$. B. 3. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 139. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $P : 3x - 2y + 6z + 14 = 0$ và mặt cầu $S : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y + z - 22 = 0$. Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu S tới mặt phẳng P là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 140. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu S có tâm $I(2;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $\alpha : 2x - 2y - z + 3 = 0$. Bán kính của S bằng:

- A. 2 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{2}{9}$

Câu 141. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(3,-2,-2)$, $B(3,2,0)$, $C(0,2,1)$ và $D(-1,1,2)$. Mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng BCD có bán kính bằng:

- A. 9 B. 5 C. $\sqrt{14}$ D. $\sqrt{13}$

Câu 142. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $P : 3x + y - 3z + 6 = 0$ và mặt cầu $S : x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 10y + 2z + 25 = 0$. Mặt phẳng P cắt mặt cầu S theo giao tuyến là một đường tròn. Đường tròn giao tuyến này có bán kính r bằng:

- A. $r = 6$ B. $r = 5$ C. $r = \sqrt{6}$ D. $r = \sqrt{5}$

Câu 143. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $S : x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 12 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây cắt S theo một đường tròn có bán kính $r = 3$?

- A. $x + y + z + \sqrt{3} = 0$ B. $2x + 2y - z + 12 = 0$
C. $4x - 3y - z - 4\sqrt{26} = 0$ D. $3x - 4y + 5z - 17 + 20\sqrt{2} = 0$

Câu 144. (ĐỀ MINH HỌA QUỐC GIA NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu S có tâm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $P : 2x + y + 2z + 2 = 0$. Biết mặt phẳng P cắt mặt cầu S theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình mặt cầu S .

- A. $S : x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y + 2z = 8$. B. $S : x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y + 2z = 10$.
C. $S : x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 2z = 8$. D. $S : x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 2z = 10$.

Câu 145. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $S : x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z - 1 = 0$ và mặt phẳng $P : 2x + 2y - 2z + 15 = 0$. Khoảng cách ngắn nhất giữa điểm M trên S và điểm N trên P là:

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

Câu 146. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng song song P và Q lần lượt có phương trình $2x - y + z = 0$ và $2x - y + z - 7 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng P và Q bằng:

- A. 7. B. $6\sqrt{7}$. C. $7\sqrt{6}$. D. $\frac{7}{\sqrt{6}}$.

Câu 147. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\alpha : 3x - 2y - z + 5 = 0$ và đường thẳng $\Delta : \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$. Gọi β là mặt phẳng chứa Δ và song song với mặt phẳng α . Tính khoảng cách giữa α và β .

- A. $\frac{9}{14}$. B. $\frac{9}{\sqrt{14}}$. C. $\frac{3}{14}$. D. $\frac{3}{\sqrt{14}}$.

Vấn đề 3. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI

Câu 148. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $P : 2x - 3y + 4z + 20 = 0$ và $Q : 4x - 13y - 6z + 40 = 0$. Vị trí tương đối của P và Q là:

- A. Song song. B. Trùng nhau.
C. Cắt nhưng không vuông góc. D. Vuông góc.

Câu 149. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $P : x + 2y + 2z - 14 = 0$ và $Q : -x - 2y - 2z - 16 = 0$. Vị trí tương đối của P và Q là:

- A. Song song. B. Trùng nhau.
C. Cắt nhưng không vuông góc. D. Vuông góc.

Câu 150. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cặp mặt phẳng nào sau đây song song với nhau?

- A. $P : 2x - y + z - 5 = 0$ và $Q : -4x + 2y - 2z + 10 = 0$.
B. $R : x - y + z - 3 = 0$ và $S : 2x - 2y + 2z + 6 = 0$.
C. $T : x - y + z = 0$ và $U : \frac{x}{2} - \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 0$.
D. $X : 3x - y + 2z - 3 = 0$ và $Y : 6z - 2y - 6 = 0$.

Câu 151. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $\alpha : x + y + 2z + 1 = 0$, $\beta : x + y - z + 2 = 0$ và $\gamma : x - y + 5 = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $\alpha \perp \beta$ B. $\gamma \perp \beta$ C. $\alpha \parallel \beta$ D. $\alpha \perp \gamma$

Câu 152. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 1)$ và hai mặt phẳng $P : 2x + 4y - 6z - 5 = 0$, $Q : x + 2y - 3z = 0$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Mặt phẳng Q đi qua A và song song với P .
B. Mặt phẳng Q không đi qua A và song song với P .
C. Mặt phẳng Q đi qua A và không song song với P .
D. Mặt phẳng Q không đi qua A và không song song với P .

Câu 153. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $P : x - 3y + 2z + 1 = 0$ và $Q : 2m - 1x + m - 1 - 2my + 2m - 4z + 14 = 0$. Để P và Q vuông góc với nhau khi m ?

- A. $m = 1$ hoặc $m = -\frac{3}{2}$ B. $m = -1$ hoặc $m = -\frac{3}{2}$
C. $m = 2$ D. $m = \frac{3}{2}$

Câu 154. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $\alpha : x - y + nz - 3 = 0$ và $\beta : 2x + my + 2z + 6 = 0$. Với giá trị nào sau đây của m, n thì α song song với β ?

- A. $m = -2$ và $n = 1$ B. $m = 1$ và $n = -2$
C. $m = -\frac{1}{2}$ và $n = 1$ D. $m = 1$ và $n = -\frac{1}{2}$

Câu 155. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3; 2; 2)$, $B(2; 2; -2)$ và vectơ $\vec{v} = (2; -1; 3)$. Gọi P là mặt phẳng chứa AB và song song với vectơ $\vec{v}$. Xác định m, n để mặt phẳng $Q : 4x + my + 5z + 1 - n = 0$ trùng với P .

- A. $m = 23, n = 45$. B. $m = -23, n = 45$.
C. $m = 45, n = 23$. D. $m = 45, n = -23$.

Câu 156. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $\alpha : 2x - my + 3z - 6 + m = 0$ và

A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m \neq 1$. D. $m \neq \frac{1}{2}$.

A. Trục Oz cắt α tại $M(0;0;1)$. B. Trục Oz chứa trong mặt phẳng α .
C. Trục Oz song song với α . D. Trục Oz vuông góc với α .

A. $\alpha \parallel Ox$ **B.** $\alpha \parallel yOz$ **C.** $\alpha \parallel Oy$ **D.** $\alpha \supset Ox$

A. $P : 3x - 2y + 6z - 6 = 0$. **B.** $Q : x + 2 = 0$
C. $R : x + 2z - 2 = 0$ **D.** $S : y - 3z + 3 = 0$

A. α di qua I B. $\gamma \parallel Oz$ C. $\beta \parallel xOz$ D. $\alpha \perp Oz$

A. P đi qua tâm của S . B. P không cắt S .
C. P tiếp xúc với S . D. P cắt S .

A. P đi qua tâm của S . B. P không cắt S .
C. P tiếp xúc với S . D. P cắt S .

A. P đi qua tâm của S . B. P không cắt S .
C. P tiếp xúc với S . D. P cắt S .

Mặt phẳng nào sau đây cắt mặt cầu S ?

A. $P_1 : x - y + z - 2 = 0$ **B.** $P_2 : x + y + z + 2 = 0$
C. $P_3 : x + y - z - 2 = 0$ **D.** $P_4 : x + y + z - 2 = 0$

Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu S ?

A. $\alpha : 6x + 2y + 3z = 0$ **B.** $\alpha : 2x + 3y + 6z - 5 = 0$
C. $\alpha : 6x + 2y + 3z - 55 = 0$ **D.** $\alpha : x + 2y + 2z - 7 = 0$

Câu 166. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$$S : x+1^2 + y-2^2 + z-1^2 = 4 \text{ và mặt phẳng } \alpha : 2x - y + 2z - 4 = 0.$$

Mặt phẳng P tiếp xúc với S và song song với α .

Phương trình của mặt phẳng P là:

- A. $P : 2x - y + 2z + 4 = 0$ B. $P : 2x - y + 2z + 8 = 0$
C. $P : 2x - y + 2z - 4 = 0$ D. $P : 2x - y + 2z - 8 = 0$

Câu 167. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$$S : x-1^2 + y-2^2 + z+1^2 = 9 \text{ và điểm } A(3;4;0) \text{ thuộc } S.$$

Phương trình mặt phẳng tiếp diện với S tại A là:

- A. $2x - 2y - z + 2 = 0$ B. $2x - 2y + z + 2 = 0$
C. $2x + 2y + z - 14 = 0$ D. $x + y + z - 7 = 0$

Câu 168. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$$S : x-1^2 + y+3^2 + z+1^2 = 3 \text{ và mặt phẳng } \alpha : 3x + m - 4y - 3mz + 2m - 8 = 0.$$

Với giá trị nào của m thì α tiếp xúc với S ?

- A. $m = 1$ B. $m = 0$ C. $m = -1$ D. $m = 2$



Vấn đề 4. GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG



Câu 169. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $P : 2x - y - z - 3 = 0$ và

$Q : x - z - 2 = 0$. Tính góc giữa hai mặt phẳng P và Q .

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Câu 170. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $P : 2x - y - 2z - 9 = 0$ và

$Q : x - y - 6 = 0$. Số đo góc tạo bởi hai mặt phẳng bằng:

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Câu 171. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(0;2;0)$, $B(2;0;0)$, $C(0;0;\sqrt{2})$

và $D(0;-2;0)$. Số đo góc của hai mặt phẳng ABC và ACD là:

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Câu 172. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;1;0)$, $P(0;0;1)$. Cosin của

góc giữa hai mặt phẳng MNP và mặt phẳng Oxy bằng:

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

Câu 173. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $P : x - y - 6 = 0$ và Q . Biết

rằng điểm $H(2;-1;-2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ $O(0;0;0)$ xuống mặt phẳng

Q . Số đo góc giữa mặt phẳng P và mặt phẳng Q bằng:

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Câu 174. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;m)$. Để mặt

phẳng ABC hợp với mặt phẳng Oxy một góc 60° thì giá trị của m là:

- A. $m = \pm \frac{12}{5}$ B. $m = \pm \frac{2}{5}$ C. $m = \pm \sqrt{\frac{12}{5}}$ D. $m = \pm \frac{5}{2}$

Vấn đề 5. TÌM ĐIỂM THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

Câu 175. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm trên trục Oy điểm M cách mặt phẳng $\alpha : x + 2y - 2z - 2 = 0$ một khoảng bằng 4.

- A. $M(0; 6; 0)$ hoặc $M(0; -6; 0)$. B. $M(0; 7; 0)$ hoặc $M(0; -5; 0)$.
C. $M(0; 4; 0)$ hoặc $M(0; -4; 0)$. D. $M(0; 3; 0)$ hoặc $M(0; -3; 0)$.

Câu 176. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $P : x + y - z + 1 = 0$ và $Q : x - y + z - 5 = 0$. Điểm M nằm trên trục Oy cách đều P và Q là:

- A. $M(0; 2; 0)$. B. $M(0; 3; 0)$. C. $M(0; -3; 0)$. D. $M(0; -2; 0)$.

Câu 177. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm trên trục Oz điểm M cách đều điểm $A(2; 3; 4)$ và mặt phẳng $\alpha : 2x + 3y + z - 17 = 0$.

- A. $M(0; 0; 0)$. B. $M(0; 0; 1)$. C. $M(0; 0; 3)$. D. $M(0; 0; 2)$.

Câu 178. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm E thuộc mặt phẳng Oxy , có hoành độ bằng 1, tung độ nguyên và cách đều hai mặt phẳng $\alpha : x + 2y + z - 1 = 0$ và $\beta : 2x - y - z + 2 = 0$. Tọa độ của E là:

- A. $E(1; 4; 0)$. B. $E(1; -4; 0)$. C. $E(1; 0; 4)$. D. $E(1; 0; -4)$.

Câu 179. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$$S : x - 1^2 + y - 2^2 + z - 3^2 = 36, \text{ điểm } I(1; 2; 0) \text{ và đường thẳng } d : \frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{-1}.$$

Tìm tọa độ điểm M thuộc d , N thuộc S sao cho I là trung điểm MN .

- A. $\begin{bmatrix} N(3; 2; 1) \\ N(3; 6; -1) \end{bmatrix}$. B. $\begin{bmatrix} N(-3; -2; 1) \\ N(3; 6; -1) \end{bmatrix}$. C. $\begin{bmatrix} N(-3; 2; 1) \\ N(3; 6; 1) \end{bmatrix}$. D. $\begin{bmatrix} N(-3; -2; 1) \\ N(3; 6; 1) \end{bmatrix}$.

Câu 180. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 4)$, $B'(2; -5; -5)$ và mặt phẳng $P : x + y + z - 4 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc P sao cho $MA + MB$ có giá trị nhỏ nhất.

- A. $M(2; 1; 1)$. B. $M(2; -1; 1)$. C. $M(1; 2; 1)$. D. $M(-1; 1; 2)$.

Câu 181. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$, $B(2; 0; 1)$ và mặt phẳng $P : 2x - y - z + 3 = 0$. Điểm M thuộc P thỏa mãn $|MA - MB|$ có giá trị lớn nhất có tọa độ:

- A. $M(-1; -3; 4)$. B. $M(2; -1; 1)$. C. $M(1; 2; 1)$. D. $M(-1; 1; 2)$.

Câu 182. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; -1)$, $B(0; 3; 1)$ và mặt phẳng $P : x + y - z + 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho $|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ có giá trị nhỏ nhất.

- A. $M(-4; -1; 0)$. B. $M(-1; -4; 0)$. C. $M(4; 1; 0)$. D. $M(1; -4; 0)$.

Câu 183. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $P : 3x - 3y - 2z - 15 = 0$ và ba điểm $A(1; 4; 5)$, $B(0; 3; 1)$, $C(2; -1; 0)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc P sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ có giá trị nhỏ nhất.

- A. $M(-4; -1; 0)$. B. $M(4; -1; 0)$. C. $M(4; 1; 0)$. D. $M(1; -4; 0)$.

Câu 184. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3; 5; -5)$, $B(5; -3; 7)$ và mặt phẳng $P : x + y + z = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc P sao cho $MA^2 - 2MB^2$ có giá trị lớn nhất.

- A. $M(-6; -18; 12)$. B. $M(6; 18; 12)$.

C. $M \ 6;-18;12 \ .$

D. $M \ -6;18;+12 \ .$