

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TP HCM
TRƯỜNG THPT HÙNG VƯƠNG

BỘ MÔN: TOÁN - KHỐI LỚP: 10

TUẦN: 9,10/HK1 (từ 01/11/2021 đến 13/11/2021)

PHIẾU HƯỚNG DẪN HỌC SINH TỰ HỌC

I. Nhiệm vụ tự học, nguồn tài liệu cần tham khảo:

Nội dung 1: Trục và độ dài đại số trên trục. (*Đọc SGK bài 4 trang 20-21 và đề cương*)

Nội dung 2: Hệ trục tọa độ (*Đọc SGK bài 4 trang 21-24 và đề cương*)

Nội dung 3: Tọa độ của các vectơ tổng và hiệu hai vectơ (*Đọc SGK bài 4 trang 24-25 và đề cương*)

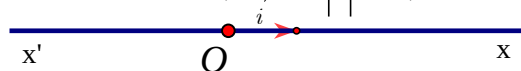
Nội dung 4: Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng. Tọa độ trọng tâm của tam giác (*Đọc SGK bài 4 trang 25-26 và đề cương*)

Tham khảo thêm clip bài giảng...: *đường link (nếu có)*

II. Kiến thức cần ghi nhớ:

I. TRỤC TỌA ĐỘ:

1. Định nghĩa: Trục tọa độ (Trục, hay trục số) là một đường thẳng trên đó ta đã xác định một điểm O và một vectơ đơn vị $\vec{i}$ (tức là $|\vec{i}| = 1$)



Hình 1.30

Điểm O được gọi là *gốc tọa độ*, vectơ $\vec{i}$ được gọi là *vectơ đơn vị* của trục tọa độ. Kí hiệu $(O; \vec{i})$ hay $x'Ox$ hoặc đơn giản là Ox

2. Tọa độ của vectơ và của điểm trên trục:

+ Cho vectơ $\vec{u}$ nằm trên trục $(O; \vec{i})$ thì có số thực a sao cho $\vec{u} = a\vec{i}$ với $a \in \mathbb{R}$. Số a như thế được gọi là *tọa độ của vectơ $\vec{u}$ đối với trục $(O; \vec{i})$*

+ Cho điểm M nằm trên $(O; \vec{i})$ thì có số m sao cho $\overrightarrow{OM} = m\vec{i}$. Số m như thế được gọi là *tọa độ của điểm M đối với trục $(O; \vec{i})$*

Như vậy tọa độ điểm M là tọa độ vectơ $\overrightarrow{OM}$

3. Độ dài đại số của vectơ trên trục:

Cho hai điểm A, B nằm trên trục Ox thì tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ kí hiệu là $\overline{AB}$ và gọi là *độ dài đại số của vectơ $\overrightarrow{AB}$ trên trục Ox*

Như vậy $\overrightarrow{AB} = \overline{AB} \cdot \vec{i}$

Tính chất:

+ $\overline{AB} = -\overline{BA}$

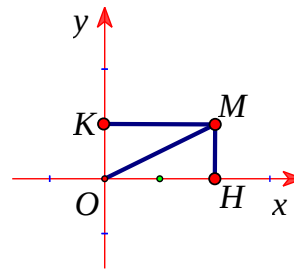
+ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{CD}$

+ $\forall A; B; C \in (O; \vec{i}) : \overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$

II. HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

1. Định nghĩa: Hệ trục tọa độ gồm hai trục vuông góc Ox và Oy với hai vectơ đơn vị lần lượt là $\vec{i}, \vec{j}$. Điểm O gọi là gốc tọa độ, Ox gọi là trục hoành và Oy gọi là trục tung.

Kí hiệu Oxy hay $O; \vec{i}, \vec{j}$



Hình 1.31

2. Tọa độ điểm, tọa độ vectơ .

+ Trong hệ trục tọa độ $O; \vec{i}, \vec{j}$ nếu $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ thì cặp số $x; y$ được gọi là tọa độ của vectơ $\vec{u}$, kí hiệu là $\vec{u} = (x; y)$ hay $\vec{u} \begin{smallmatrix} x; y \end{smallmatrix}$.

x được gọi là hoành độ, y được gọi là tung độ của vectơ $\vec{u}$

+ Trong hệ trục tọa độ $O; \vec{i}, \vec{j}$, tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OM}$ gọi là tọa độ của điểm M , kí hiệu là

$M = (x; y)$ hay $M \begin{smallmatrix} x; y \end{smallmatrix}$. x được gọi là hoành độ, y được gọi là tung độ của điểm M .

Nhận xét: (hình 1.31) Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của M lên Ox và Oy thì

$$M \begin{smallmatrix} x; y \end{smallmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{OK}$$

Như vậy $\overrightarrow{OH} = x\vec{i}$, $\overrightarrow{OK} = y\vec{j}$ hay $x = \overline{OH}$, $y = \overline{OK}$

3. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng. Tọa độ trọng tâm tam giác.

+ Cho $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ và M là trung điểm AB . Tọa độ trung điểm $M \begin{smallmatrix} x_M; y_M \end{smallmatrix}$ của đoạn

$$\text{thẳng } AB \text{ là } x_M = \frac{x_A + x_B}{2}, y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

+ Cho tam giác ABC có $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$, $C \begin{smallmatrix} x_C; y_C \end{smallmatrix}$. Tọa độ trọng tâm $G \begin{smallmatrix} x_G; y_G \end{smallmatrix}$ của tam giác

$$ABC \text{ là } x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \text{ và } y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$$

4. Biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ.

Cho $\vec{u} = (x; y)$; $\vec{u}' = (x'; y')$ và số thực k . Khi đó ta có :

$$1) \vec{u} = \vec{u}' \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

$$2) \vec{u} \pm \vec{v} = (x \pm x'; y \pm y')$$

$$3) k.\vec{u} = (kx; ky)$$

$$4) \vec{u}' \text{ cùng phương } \vec{u} (\vec{u} \neq \vec{0}) \text{ khi và chỉ khi có số } k \text{ sao cho } \begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$$

$$5) \text{ Cho } A(x_A; y_A), B(x_B; y_B) \text{ thì } \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$$

III. BÀI TẬP:

✎ DẠNG 1: Tìm tọa độ của một điểm; tọa độ vectơ; độ dài đại số của vectơ và chứng minh hệ thức liên quan trên trục $(O; \vec{i})$

1. Phương pháp giải.

Sử dụng các kiến thức cơ bản sau:

- Điểm M có tọa độ $a \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = a\vec{i}$
- Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có độ dài đại số là $m = \overline{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = m\vec{i}$
- Nếu a, b lần lượt là tọa độ của A, B thì $\overline{AB} = b - a$
- Các tính chất
 - + $\overline{AB} = -\overline{BA}$
 - + $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{CD}$
 - + $\forall A; B; C \in (O; \vec{i}) : \overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1: Trên trục tọa độ $(O; \vec{i})$ cho 3 điểm A ; B ; C có tọa độ lần lượt là -2 ; 1 và 4.

- a) Tính tọa độ các vectơ $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CA}$
b) Chứng minh B là trung điểm của AC.

Lời giải:

- a) Ta có $\overline{AB} = 1 + 2 = 3$, $\overline{BC} = 3$, $\overline{CA} = -6$
b) Ta có $\overline{BA} = -3 = -\overline{BC} \Rightarrow \overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{BC}$ suy ra B là trung điểm AC

Ví dụ 2: Trên trục tọa độ $(O; \vec{i})$ cho 4 điểm A, B, C, D bất kỳ. Chứng minh $\overline{AB}.\overline{CD} + \overline{AC}.\overline{DB} + \overline{AD}.\overline{BC} = 0$

Lời giải:

Cách 1: Giả sử tọa độ các điểm A, B, C, D lần lượt là a, b, c, d.

$$\text{Ta có } \overline{AB}.\overline{CD} = b - a \quad d - c = bd + ac - bc - ad$$

$$\overline{AC}.\overline{DB} = c - a \quad b - d = bc + ad - cd - ab$$

$$\overline{AD}.\overline{BC} = d - a \quad c - b = cd + ab - ac - bd$$

$$\text{Cộng vế với vế lại ta được } \overline{AB}.\overline{CD} + \overline{AC}.\overline{DB} + \overline{AD}.\overline{BC} = 0$$

$$\text{Cách 2: } \overline{AB}.\overline{CD} + \overline{AC}.\overline{DB} + \overline{AD}.\overline{BC} =$$

$$\overline{AB}.\overline{AD} - \overline{AB}.\overline{AC} + \overline{AC}.\overline{AB} - \overline{AC}.\overline{AD} + \overline{AD}.\overline{AC} - \overline{AD}.\overline{AB}$$

$$= \overline{AB}.\overline{AD} - \overline{AB}.\overline{AC} + \overline{AC}.\overline{AB} - \overline{AC}.\overline{AD} + \overline{AD}.\overline{AC} - \overline{AD}.\overline{AB}$$

$$= 0$$

🔗 **DẠNG 2: Tìm tọa độ điểm, tọa độ vectơ trên mặt phẳng Oxy.**

1. Phương pháp.

- Để tìm tọa độ của vectơ $\vec{a}$ ta làm như sau

Dựng vectơ $\overrightarrow{OM} = \vec{a}$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên Ox, Oy. Khi đó $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j}$ với $a_1 = \overline{OH}$, $a_2 = \overline{OK}$

- Để tìm tọa độ điểm A ta đi tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{OA}$
- Nếu biết tọa độ hai điểm $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ suy ra tọa độ $\overrightarrow{AB}$ được xác định theo công

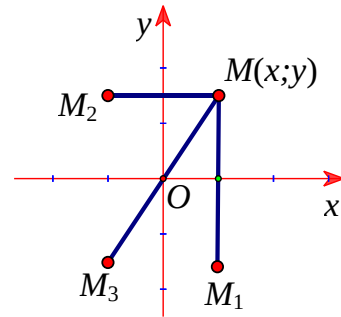
$$\text{thức } \overrightarrow{AB} = x_B - x_A; y_B - y_A$$

Chú ý: $\overline{OH} = OH$ nếu H nằm trên tia Ox (hoặc Oy) và $\overline{OH} = -OH$ nếu H nằm trên tia đối tia Ox (hoặc Oy)

2. Các ví dụ:

Ví dụ 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho điểm $M(x; y)$.

Tìm tọa độ của các điểm



Hình 1.32

- a) M_1 đối xứng với M qua trục hoành
- M_1 đối xứng với M qua trục hoành suy ra $M_1(-x; -y)$
 - M_1 đối xứng với M qua trục hoành suy ra $M_1(x; y)$
 - M_1 đối xứng với M qua trục hoành suy ra $M_1(x; -y)$
 - M_1 đối xứng với M qua trục hoành suy ra $M_1(-x; y)$
- b) M_2 đối xứng với M qua trục tung
- M_2 đối xứng với M qua trục tung suy ra $M_2(-x; -y)$
 - M_2 đối xứng với M qua trục tung suy ra $M_2(x; y)$
 - M_2 đối xứng với M qua trục tung suy ra $M_2(x; -y)$
 - M_2 đối xứng với M qua trục tung suy ra $M_2(-x; y)$
- c) M_3 đối xứng với M qua gốc tọa độ
- M_3 đối xứng với M qua gốc tọa độ suy ra $M_3(-x; y)$
 - M_3 đối xứng với M qua gốc tọa độ suy ra $M_3(-x; -y)$
 - M_3 đối xứng với M qua gốc tọa độ suy ra $M_3(x; -y)$
 - M_3 đối xứng với M qua gốc tọa độ suy ra $M_3(x; y)$

Lời giải:

(hình 1.32)

- a) M_1 đối xứng với M qua trục hoành suy ra $M_1(x; -y)$
- b) M_2 đối xứng với M qua trục tung suy ra $M_2(-x; y)$
- c) M_3 đối xứng với M qua gốc tọa độ suy ra $M_3(-x; -y)$

Ví dụ 2: Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$, cho hình vuông $ABCD$ tâm I và có $A(1; 3)$. Biết điểm B thuộc trục $(O; \vec{i})$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng với $\vec{i}$. Tìm tọa độ các vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AC}$

- | | |
|----------------------------------|---------------------------------|
| A. $\overrightarrow{AB} (0; -3)$ | B. $\overrightarrow{BC} (3; 0)$ |
| C. $\overrightarrow{AC} (3; -3)$ | D. Cả A, B, C đều đúng |

Lời giải:

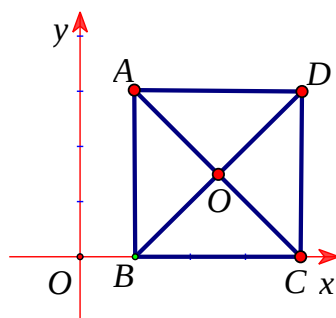
(hình 1.33)

Từ giả thiết ta xác định được hình vuông trên mặt phẳng tọa độ (hình bên)

Vì điểm $A(1;3)$ suy ra $AB = 3, OB = 1$

Do đó $B(1;0), C(4;0), D(4;3)$

Vậy $\overrightarrow{AB} (0;-3), \overrightarrow{BC} (3;0)$ và $\overrightarrow{AC} (3;-3)$



Hình 1.33

Ví dụ 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a và $BAD = 60^\circ$. Biết A trùng với gốc tọa độ O , C thuộc trục Ox và $x_B \geq 0, y_B \geq 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi $ABCD$

- A. $A(0;0), B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right), C(a\sqrt{3}; a), D\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}\right)$
- B. $A(0;0), B\left(-\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right), C(a\sqrt{3}; 0), D\left(-\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}\right)$
- C. $A(0;0), B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right), C(-a\sqrt{3}; 0), D\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}\right)$
- D. $A(0;0), B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right), C(a\sqrt{3}; 0), D\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}\right)$

Lời giải:

(hình 1.34)

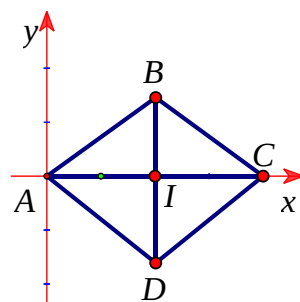
Từ giả thiết ta xác định được hình thoi trên mặt phẳng tọa độ Oxy

Gọi I là tâm hình thoi ta có

$$BI = AB \sin BAI = a \sin 30^\circ = \frac{a}{2}$$

$$AI = \sqrt{AB^2 - BI^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Suy ra } A(0;0), B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right), C(a\sqrt{3}; 0), D\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}\right)$$



Hình 1.34

DẠNG 3: Xác định tọa độ điểm, vector liên quan đến biểu thức dạng $\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}, k\vec{u}$

1. Phương pháp.

Dùng công thức tính tọa độ của vector $\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}, k\vec{u}$

Với $\vec{u} = (x; y); \vec{u}' = (x'; y')$ và số thực k , khi đó $\vec{u} \pm \vec{v} = (x \pm x'; y \pm y')$ và $k\vec{u} = (kx; ky)$

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1: Trong mặt phẳng Oxy , cho 3 vecto: $\vec{a} = (3; 2), \vec{b} = (-1; 5), \vec{c} = (-2; -5)$

Tìm tọa độ của vectơ sau

a) $\vec{u} + 2\vec{v}$ với $\vec{u} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ và $\vec{v} = \pi\vec{i}$

A. $\vec{u} + 2\vec{v} = 1 + \pi; -4$ B. $\vec{u} + 2\vec{v} = 3 + \pi; 4$

C. $\vec{u} + 2\vec{v} = 3 + 2\pi; -4$

D. $\vec{u} + 2\vec{v} = 3 + \pi; -4$

b) $\vec{k} = 2\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{l} = -\vec{a} + 2\vec{b} + 5\vec{c}$

A. $\vec{k} = 5; 9$

B. $\vec{l} = -15; -17$

C. Cả A, B đều đúng

D. Cả A, B đều sai

Lời giải:

a) Ta có $\vec{u} + 2\vec{v} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + \pi\vec{i} = 3 + \pi \vec{i} - 4\vec{j}$ suy ra $\vec{u} + 2\vec{v} = 3 + \pi; -4$

b) Ta có $2\vec{a} = (6; 4)$ $\vec{b} = (-1; 5)$ suy ra $\vec{k} = 6 - 1; 4 + 5 = 5; 9$;

$-\vec{a} = (-3; -2)$, $2\vec{b} = (-2; 10)$ và $5\vec{c} = (-10; -25)$ suy ra

$\vec{l} = -3 - 2 - 10; -2 + 10 - 25 = -15; -17$

Ví dụ 2: Cho $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (-3; 4)$; $\vec{c} = (-1; 3)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u}$ biết

a) $2\vec{u} - 3\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$

A. $\vec{u} = 2; 1$

B. $\vec{u} = 3; 1$

C. $\vec{u} = -3; 1$

D. $\vec{u} = 3; 2$

b) $3\vec{u} + 2\vec{a} + 3\vec{b} = 3\vec{c}$

A. $\vec{u} = \left(\frac{7}{3}; -\frac{7}{3}\right)$

B. $\vec{u} = \left(\frac{4}{2}; -\frac{7}{2}\right)$

C. $\vec{u} = \left(\frac{5}{3}; -\frac{7}{3}\right)$

D. $\vec{u} = \left(\frac{4}{3}; -\frac{7}{3}\right)$

Lời giải:

a) Ta có $2\vec{u} - 3\vec{a} + \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{u} = \frac{3}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$

Suy ra $\vec{u} = \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2}; 3 - 2\right) = 3; 1$

b) Ta có $3\vec{u} + 2\vec{a} + 3\vec{b} = 3\vec{c} \Leftrightarrow \vec{u} = -\frac{2}{3}\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$

Suy ra $\vec{u} = \left(-\frac{2}{3} + 3 - 1; -\frac{4}{3} - 4 + 3\right) = \left(\frac{4}{3}; -\frac{7}{3}\right)$

Ví dụ 3: Cho ba điểm A $-4; 0$, B $0; 3$ và C $2; 1$

a) Xác định tọa độ vectơ $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

A. $\vec{u} = 1; 5$

B. $\vec{u} = -2; 5$

C. $\vec{u} = 2; 4$

D. $\vec{u} = 2; 5$

b) Tìm điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

A. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

B. $M\left(-\frac{1}{3}; -\frac{3}{2}\right)$

C. $M\left(\frac{1}{3}; \frac{3}{2}\right)$

D. $M\left(\frac{1}{3}; \frac{3}{4}\right)$

Lời giải:

a) Ta có $\overrightarrow{AB} 4; 3$, $\overrightarrow{AC} 6; 1$ suy ra $\vec{u} = 2; 5$

b) Gọi M $x; y$, ta có $\overrightarrow{MA} -4 - x; -y$, $\overrightarrow{MB} -x; 3 - y$, $\overrightarrow{MC} 2 - x; 1 - y$

Suy ra $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = -6x + 2; -6y + 9$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} -6x + 2 = 0 \\ -6y + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } M\left(\frac{1}{3}; \frac{3}{2}\right)$$

DẠNG 4: Xác định tọa độ các điểm của một hình

1. Phương pháp.

Dựa vào tính chất của hình và sử dụng công thức

$$+ M \text{ là trung điểm đoạn thẳng } AB \text{ suy ra } x_M = \frac{x_A + x_B}{2}, y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

$$+ G \text{ trọng tâm tam giác } ABC \text{ suy ra } x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$$

$$+ \vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \vec{u'} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1: Cho tam giác ABC có $A(2;1)$, $B(-1;-2)$, $C(-3;2)$.

a) Tìm tọa độ trung điểm M sao cho C là trung điểm của đoạn MB

- A. $M -5;6$ B. $M 5;3$ C. $M -5;-6$ D. $M 5;6$

b) Xác định trọng tâm tam giác ABC

- A. $G\left(-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$ B. $G\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$ C. $G\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ D. $G\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$

b) Tìm điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành

- A. $D 0;4$ B. $D 0;5$ C. $D 2;5$ D. $D 1;5$

Lời giải:

$$\text{a) } C \text{ là trung điểm của } MB \text{ suy ra } x_C = \frac{x_M + x_B}{2} \Rightarrow x_M = 2x_C - x_B = -5$$

$$\text{và } y_C = \frac{y_M + y_B}{2} \Rightarrow y_M = 2y_C - y_B = 6$$

Vậy $M -5;6$

b) G là trọng tâm tam giác suy ra

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{2 - 1 - 3}{3} = -\frac{2}{3} \text{ và } y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{1 - 2 + 2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Vậy } G\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$$

$$\text{c) Gọi } D(x;y) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (-3-x; 2-y)$$

Ta có: $ABCD$ là hình bình hành suy ra

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3-x = -3 \\ 2-y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow D(0;5).$$

Vậy $D 0;5$

Ví dụ 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3; -1)$, $B(-1; 2)$ và $I(1; -1)$. Xác định tọa độ các điểm C, D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành biết I là trọng tâm tam giác ABC . Tìm tọa độ tâm O của hình bình hành $ABCD$.

A. $O\left(3; -\frac{7}{2}\right)$ B. $O\left(2; -\frac{5}{2}\right)$ C. $O\left(-2; -\frac{5}{2}\right)$ D. $O\left(2; \frac{5}{2}\right)$

Lời giải:

Vì I là trọng tâm tam giác ABC nên

$$x_I = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \Rightarrow x_C = 3x_I - x_A - x_B = 1$$

$$y_I = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \Rightarrow y_C = 3y_I - y_A - y_B = -4$$

suy ra $C(1; -4)$

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành suy ra

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 - 3 = 1 - x_D \\ 2 + 1 = -4 - y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 5 \\ y_D = -7 \end{cases} \Rightarrow D(5; -7)$$

Điểm O của hình bình hành $ABCD$ suy ra O là trung điểm AC do đó

$$x_O = \frac{x_A + x_C}{2} = 2, y_O = \frac{y_A + y_C}{2} = -\frac{5}{2} \Rightarrow O\left(2; -\frac{5}{2}\right)$$

DẠNG 5: Bài toán liên quan đến sự cùng phương của hai vectơ. Phân tích một vectơ qua hai vectơ không cùng phương.

1. Phương pháp.

- Cho $\vec{u} = (x; y)$; $\vec{u}' = (x'; y')$. Vectơ $\vec{u}'$ cùng phương với vectơ $\vec{u}$ ($\vec{u} \neq \vec{0}$) khi và chỉ khi có số k sao cho $\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$

Chú ý: Nếu $xy \neq 0$ ta có $\vec{u}'$ cùng phương $\vec{u} \Leftrightarrow \frac{x'}{x} = \frac{y'}{y}$

- Để phân tích $\vec{c}$ qua hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ không cùng phương, ta giả sử

$$\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}. \text{ Khi đó ta quy về giải hệ phương trình } \begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

2. Các ví dụ.

Ví dụ 1: Cho $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (-3; 0)$; $\vec{c} = (-1; 3)$

a) Khẳng định nào sau đây đúng

- A. hai vectơ $\vec{a}$; $\vec{b}$ không cùng phương
- B. hai vectơ $\vec{a}$; $\vec{b}$ cùng phương
- C. hai vectơ $\vec{a}$; $\vec{b}$ song song
- D. hai vectơ $\vec{a}$; $\vec{b}$ ngược chiều

b) Phân tích vectơ $\vec{c}$ qua $\vec{a}$; $\vec{b}$

- A. $\vec{c} = -\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{5}{9}\vec{b}$
- B. $\vec{c} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{4}{9}\vec{b}$
- C. $\vec{c} = \frac{4}{3}\vec{a} + \frac{7}{9}\vec{b}$
- D. $\vec{c} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{5}{9}\vec{b}$

Lời giải:

a) Ta có $\frac{-3}{1} \neq \frac{0}{2} \Rightarrow \vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương

b) Giả sử $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$. Ta có $x\vec{a} + y\vec{b} = x - 3y; 2x$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x - 3y = -1 \\ 2x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{5}{9} \end{cases} \Rightarrow \vec{c} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{5}{9}\vec{b}$$

Ví dụ 2: Cho $\vec{u} = m^2 + m - 2; 4$ và $\vec{v} = (m; 2)$. Tìm m để hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ cùng phương.

A. $m = 1$ và $m = 2$

B. $m = -1$ và $m = -2$

C. $m = -1$ và $m = 3$

D. $m = -1$ và $m = 2$

Lời giải:

+ Với $m = 0$: Ta có $\vec{u} = (-2; 4); \vec{v} = (0; 2)$

Vì $\frac{0}{-2} \neq \frac{2}{4}$ nên hai vectơ $\vec{u}; \vec{v}$ không cùng phương

+ Với $m \neq 0$: Ta có $\vec{u}; \vec{v}$ cùng phương khi và chỉ khi

$$\frac{m^2 + m - 2}{m} = \frac{4}{2} \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

Vậy với $m = -1$ và $m = 2$ là các giá trị cần tìm.

Ví dụ 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(6; 3), B(-3; 6), C(1; -2)$.

a) Chứng minh A, B, C là ba đỉnh một tam giác.

b) Xác định điểm D trên trục hoành sao cho ba điểm A, B, D thẳng hàng.

A. D 15; 0

B. D 1; 0

C. D 6; 0

D. D 5; 0

c) Xác định điểm E trên cạnh BC sao cho $BE = 2EC$

A. $E\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$

B. $E\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$

C. $E\left(-\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$

D. $E\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$

d) Xác định giao điểm hai đường thẳng DE và AC

A. $I\left(-\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$

B. $I\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

C. $I\left(\frac{7}{4}; \frac{1}{2}\right)$

D. $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Lời giải:

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = -9; 3, \overrightarrow{AC} = -5; -5$. Vì $\frac{-9}{-5} \neq \frac{3}{-5}$ suy ra $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương

Hay A, B, C là ba đỉnh một tam giác.

b) D trên trục hoành $\Rightarrow D(x; 0)$

Ba điểm A, B, D thẳng hàng suy ra $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AD}$ không cùng phương

Mặt khác $\overrightarrow{AD} = x - 6; -3$ do đó $\frac{x - 6}{-9} = \frac{-3}{3} \Rightarrow x = 15$

Vậy D 15; 0

c) Vì E thuộc đoạn BC và $BE = 2EC$ suy ra $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{EC}$

Gọi E $x; y$ khi đó $\overrightarrow{BE} = x + 3; y - 6, \overrightarrow{EC} = 1 - x; -2 - y$

$$\text{Do đó } \begin{cases} x+3=2 & 1-x \\ y-6=2 & -2-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{1}{3} \\ y=\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } E\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$$

d) Gọi $I(x; y)$ là giao điểm của DE và AC.

$$\text{Do đó } \overrightarrow{DI} \perp \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DE}\left(-\frac{46}{3}; \frac{2}{3}\right) \text{ cùng phương suy ra } \frac{3x-15}{-46} = \frac{3y}{2} \Rightarrow x+23y-15=0 \quad (1)$$

$$\overrightarrow{AI} \perp \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC}(-5; -5) \text{ cùng phương suy ra } \frac{x-6}{-5} = \frac{y-3}{-5} \Rightarrow x-y-3=0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } x=\frac{7}{2} \text{ và } y=\frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy giao điểm hai đường thẳng DE và AC là } I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

IV. Nội dung chuẩn bị:

HS cần xem kỹ lý thuyết SGK trước khi tham khảo phần lý thuyết tóm lược và bài tập.

V. Đáp án bài tập tự luyện:

Nếu có thắc mắc HS liên hệ GVBM để được hỗ trợ.