

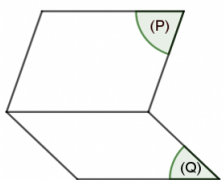
PHIẾU HƯỚNG DẪN HỌC SINH TỰ HỌC

1 Nhiệm vụ tự học, nguồn tài liệu cần tham khảo

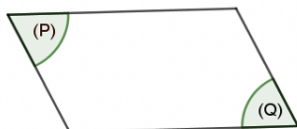
Đọc Sách giáo khoa Chương 2 Bài 4 Hai mặt phẳng song song (tiếp theo).
Tham khảo thêm clip bài giảng...: đường link (nếu có)

2 Kiến thức cần ghi nhớ

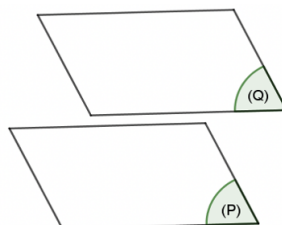
2.1 Vị trí tương đối của mặt phẳng



- (P) cắt (Q)



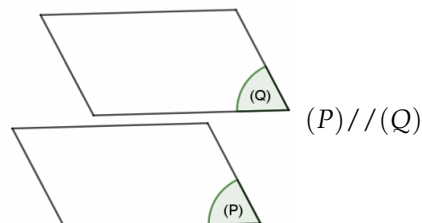
- (P) trùng (Q)



- (P) song song (Q)

2.2 Định nghĩa

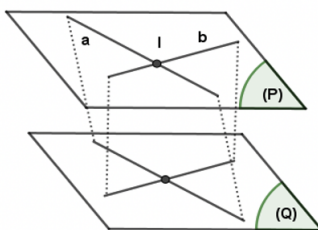
Hai mặt phẳng (P) và (Q) được gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung.



2.3 Tính chất

- Định lý 1:

$$\begin{cases} a, b \subset (P) \\ a \cap b \neq \emptyset \\ a // (Q) // b // (Q) \end{cases} \Rightarrow (P) // (Q)$$



- Định lý 2: Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có một và chỉ một mặt phẳng song song với mặt phẳng đã cho.

Hệ quả 1: Nếu đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) thì qua d có duy nhất một mặt phẳng song song với (P) .

Hệ quả 2: Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

Hệ quả 3: Cho một điểm A không nằm trên mặt phẳng (P) . Mọi đường thẳng đi qua A và song song với (P) đều nằm trong một mặt phẳng đi qua A và song song với (P) .

- **Định lý 3:** Cho hai mặt phẳng song song. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng này thì cũng cắt mặt phẳng kia và hai giao tuyến song song với nhau.

Hệ quả 4: Hai mặt phẳng chắn trên hai cát tuyến song song những đoạn thẳng bằng nhau.

- **Định lý 4: (Định lý Thales)**

+ **Chiều thuận:** Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kỳ những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

+ **Chiều nghịch:** Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Trên a, b lần lượt lấy hai bộ điểm (A, B, C) và (A', B', C') sao cho:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$$

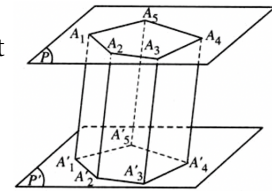
Khi đó tồn tại ba mặt phẳng song song lần lượt chứa ba đường thẳng AA', BB', CC' .

2.4 Hình lăng trụ, hình hộp

- **Hình lăng trụ**

+ Hình lăng trụ gồm có hai đáy là hai đa giác bằng nhau và nằm trên hai mặt phẳng song song.

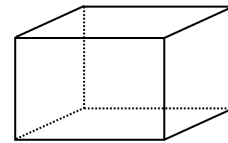
+ Các mặt bên là hình bình hành, các cạnh bên song song và bằng nhau.



- **Hình hộp chữ nhật**

Là hình hộp đứng có đáy là hình chữ nhật.

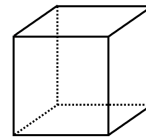
→ Hình hộp chữ nhật có 6 mặt là hình chữ nhật.



- **Hình lập phương**

Là hình hộp chữ nhật có tất cả các cạnh bằng nhau.

→ Hình hộp chữ nhật có 6 mặt là hình vuông.



2.5 Hình chóp cụt

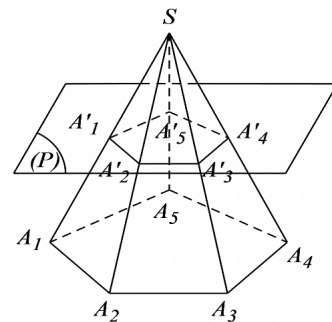
- **Định nghĩa:** Hình chóp cụt là phần chóp nằm giữa đáy và thiết diện cắt bởi mặt phẳng song song với đáy hình chóp.

- **Tính chất:**

+ Hai đáy là hai đa giác có các cạnh tương ứng song song và tỉ số các cạnh tương ứng bằng nhau.

+ Các mặt bên là những hình thang.

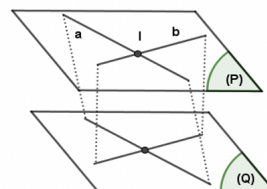
+ Các đường thẳng chứa các cạnh bên đồng quy tại một điểm.



3 Bài tập

Vấn đề 1: CHỨNG MINH HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

$$\text{Trình bày: } \begin{cases} a, b \subset (P) \\ a \cap b = I \\ a // (Q) \\ b // (Q) \end{cases} \Rightarrow (P) // (Q)$$



Vấn đề 2: CHỨNG MINH ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG MẶT PHẪNG (dựa trên hai mặt phẳng song song)

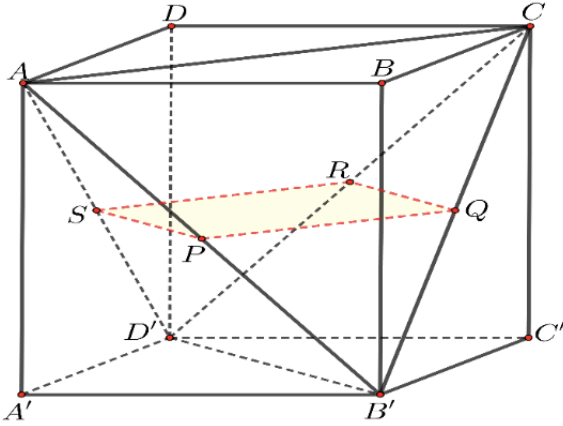
$$\begin{cases} (P) // (Q) \\ d \subset (Q) \end{cases} \Rightarrow d // (P)$$

Vấn đề 3: HÌNH LĂNG TRỤ - HÌNH HỘP

Bài 1.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi P, Q, R, S lần lượt là tâm các mặt $ABB'A', BCC'B', CDD'C', DAA'D'$. Chứng minh rằng $(PQRS) // (ABCD)$.

Bài giải



* RQ là đường trung bình $\triangle CB'D' \Rightarrow RQ // B'D'$.

Mà $B'D' // BD$ ($ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp)

$\Rightarrow RQ // BD$

Mà $BD \subset (ABCD) \Rightarrow RQ // (ABCD)$.

* PQ là đường trung bình $\triangle B'AC \Rightarrow PQ // AC$.

Mà $AC \subset (ABCD) \Rightarrow PQ // (ABCD)$.

* Ta có:
$$\begin{cases} RQ, PQ \subset (PQRS) \\ RQ \cap PQ = Q \\ RQ // (ABCD) \\ PQ // (ABCD) \end{cases} \Rightarrow (PQRS) // (ABCD).$$

Bài 2.

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, ACC', A'B'C'$. Chứng minh:

a) $(IJK) // (BCC'B')$.

b) $(A'JK) // (AIB')$.

Bài giải

a) $(IJK) // (BCC'B')$.

* Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CC' và $B'C'$. Theo tính chất trọng tâm ta có:

$$\frac{AI}{AM} = \frac{AJ}{AN} = \frac{2}{3} \Rightarrow IJ // MN.$$

Mà $MN \subset (BCC'B')$ nên $IJ // (BCC'B')$.

* Tứ giác $AMPA'$ là hình bình hành và có $\frac{AI}{AM} = \frac{AK}{AP} = \frac{2}{3} \Rightarrow IK // MP$.

Mà $MP \subset (BCC'B')$ nên $IK // (BCC'B')$.

* Ta có:
$$\begin{cases} IJ, IK \subset (IJK) \\ IJ \cap IK = I \\ IJ // (BCC'B') \\ IK // (BCC'B') \end{cases} \Rightarrow (IJK) // (BCC'B').$$

b) $(A'JK) // (AIB')$.

Mặt phẳng (AIB') chính là mặt phẳng (AMB') . Mặt phẳng $(A'JK)$ chính là mặt phẳng $(A'CP)$.

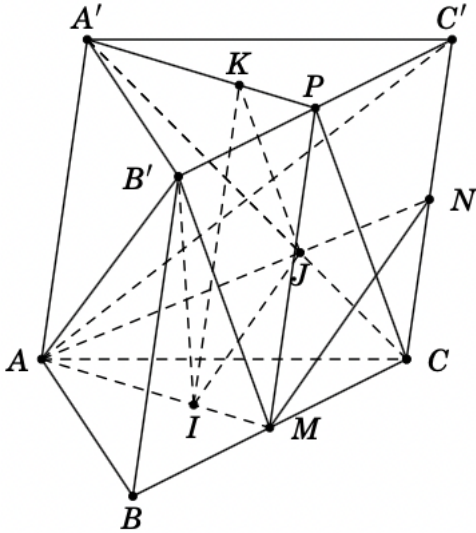
* Tứ giác $AMPA'$ là hình bình hành $\Rightarrow AM // A'P$.

Mà $A'P \subset (A'JK)$ nên $AM // (A'JK)$.

* Tứ giác $B'MCP$ là hình bình hành $\Rightarrow MB' // CP$.

Mà $CP \subset (A'JK)$ nên $MB' // (A'JK)$.

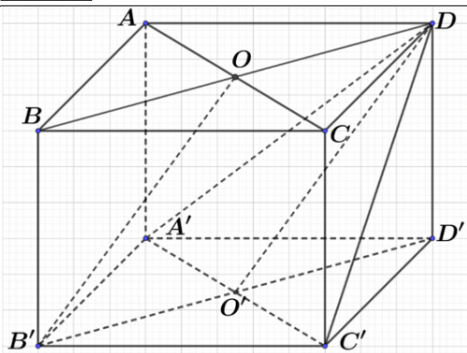
* Ta có:
$$\begin{cases} AM, MB' \subset (AIB') \\ AM \cap MB' = M \\ AM // (A'JK) \\ MB' // (A'JK) \end{cases} \Rightarrow (AIB') // (A'JK).$$



Bài 3.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O, O' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Chứng minh $OB' // (A'C'D)$.

Bài giải



Ta có:
$$\begin{cases} OD = \frac{1}{2}BD; O'B' = \frac{1}{2}B'D' \\ BD = B'D'; OD // O'B' \end{cases}$$

$\Rightarrow OD = O'B'$ và $OD // O'B'$

$\Rightarrow B'ODO'$ là hình bình hành.

$\Rightarrow B'O // DO'$

Mà $DO' \subset (A'C'D)$

Nên $B'O // (A'C'D)$.

Bài 4.

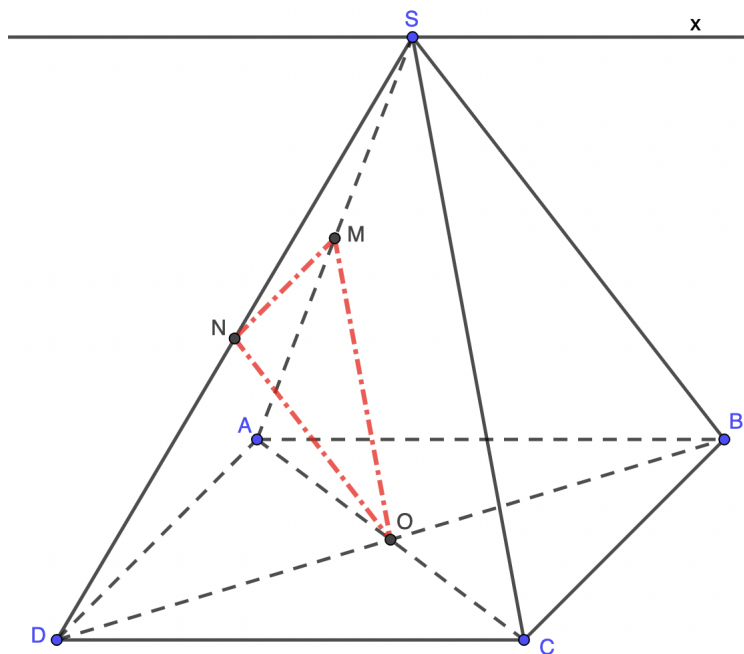
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD .

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .

b) Chứng minh $MN // (SBC)$.

c) Chứng minh $(OMN) // (SBC)$.

Bài giải



a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .

$$\begin{cases} AD // BC \text{ (ABCD là hình chữ nhật)} \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ Sx = (SAD) \cap (SBC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow Sx // AD // BC.$$

b) Chứng minh $MN // (SBC)$.

MN là đường trung bình của tam giác SAD nên $MN // AD$

Mà $AD \subset (SAD)$

Nên $MN // (SAD)$.

c) Chứng minh $(OMN) // (SBC)$.

• MN là đường trung bình của tam giác SAD nên $MN // AD$

Mà $AD // BC$ (ABCD là hình chữ nhật)

$$\Rightarrow MN // BC$$

Mà $BC \subset (SBC)$

$$\Rightarrow MN // (SBC).$$

• OM là đường trung bình của tam giác SAC nên $OM // SC$

Mà $SC \subset (SBC)$

$$\Rightarrow OM // (SBC).$$

$$\bullet \text{ Ta có: } \begin{cases} MN, OM \subset (OMN) \\ MN \cap OM = M \\ MN // (SBC) \\ OM // (SBC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (OMN) // (SBC).$$

Bài 5.

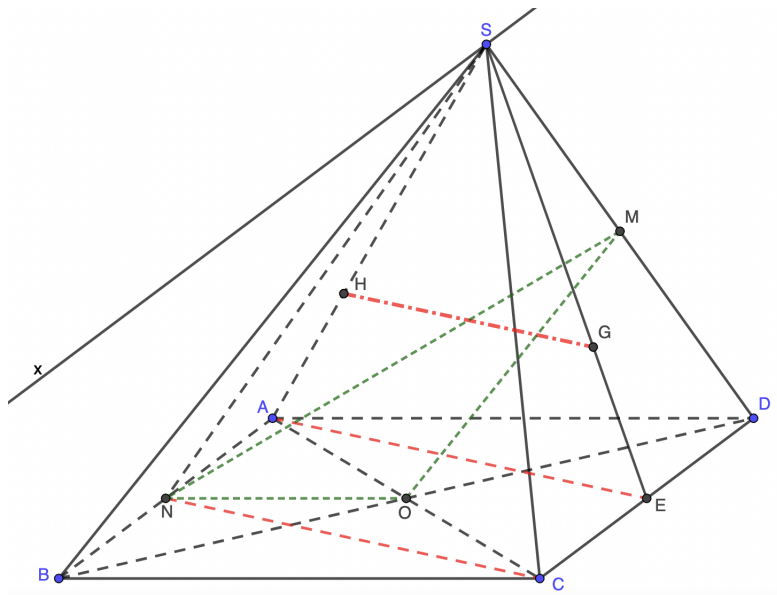
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SD và AB .

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .

b) Chứng minh $(OMN) // (SBC)$.

c) Trên cạnh SA lấy điểm H sao cho $HS = 2HA$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD , chứng minh $HG // (SCN)$.

Bài giải



a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .

$$\begin{cases} AD // BC \text{ (ABCD là hình bình hành)} \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ Sx = (SAD) \cap (SBC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow Sx // AD // BC.$$

b) Chứng minh $(OMN) // (SBC)$.

• ON là đường trung bình của tam giác ABD nên $ON // BC$

Mà $BC \subset (SBC)$

$$\Rightarrow ON // (SBC).$$

• OM là đường trung bình của tam giác SBD nên $OM // SB$

Mà $SB \subset (SBC)$

$$\Rightarrow OM // (SBC).$$

$$\bullet \begin{cases} OM, ON \subset (OMN) \\ OM \cap ON = O \\ OM // (SBC) \\ ON // (SBC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (OMN) // (SBC).$$

c) Chứng minh $HG // (SCN)$.

Gọi E là trung điểm CD .

$$\bullet G \text{ là trọng tâm } \triangle SCD \Rightarrow \frac{SG}{SE} = \frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\bullet HS = 2HA \Rightarrow \frac{SH}{SA} = \frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow \frac{SG}{SE} = \frac{SH}{SA} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow HG // AE$$

$$\bullet AECN \text{ là hình bình hành} \Rightarrow AE // CN$$

Suy ra $HG // CN$

Mà $CN \subset (SCN)$

Nên $HG // (SCN)$.

4 Nội dung chuẩn bị

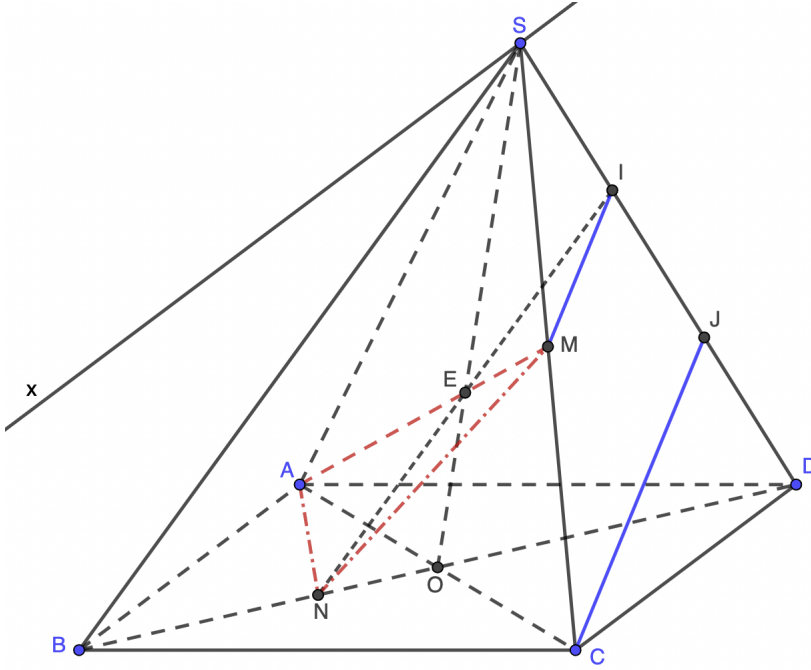
HS cần xem kỹ lý thuyết SGK trước khi tham khảo phần lý thuyết tóm lược và làm bài tập.

5 Bài tập tự luyện

Bài 6.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm SC và N là trọng tâm tam giác ABC . Trên đoạn SD lấy điểm J sao cho $SJ = 2JD$.

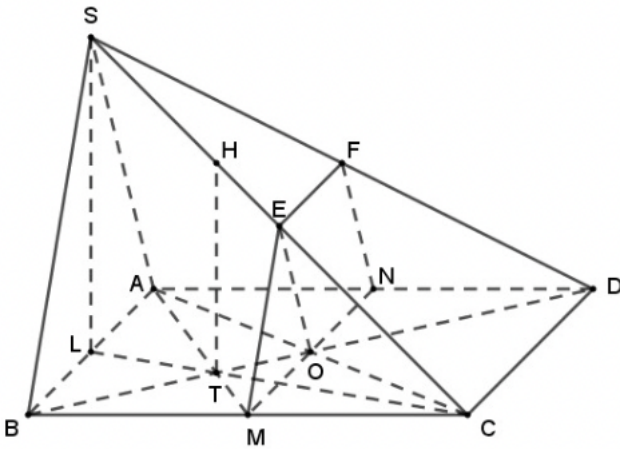
- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) ; (SAC) và (SBD) .
- Tìm giao điểm I của đường thẳng SD và mặt phẳng (AMN) .
- Chứng minh đường thẳng SB song song mặt phẳng (AMN) .
- Chứng minh đường thẳng CJ song song mặt phẳng (AMN) .



Bài 7.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, E lần lượt là trung điểm của cạnh BC, SC .

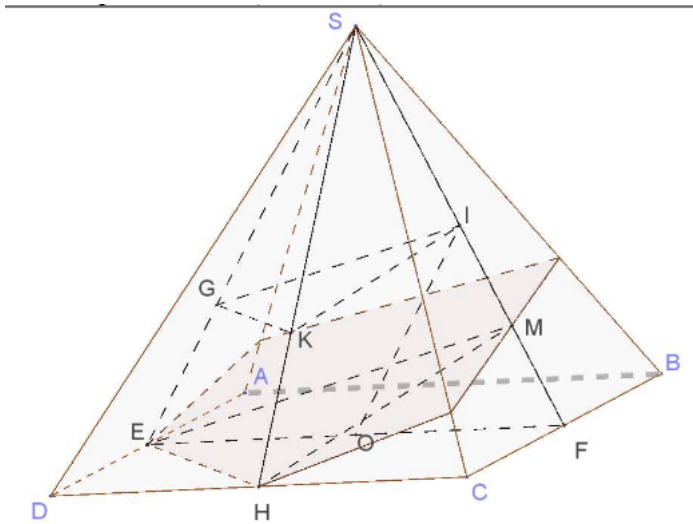
- Tìm giao điểm F của đường thẳng SD và mặt phẳng (MEO) .
- Chứng minh $(MEO) \parallel (SAB)$.
- Gọi T là giao điểm của AM và BD . Điểm H thuộc cạnh SC sao cho $SC = 3SH$. Chứng minh $HT \parallel (SAB)$.



Bài 8.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi E, H, F lần lượt là trung điểm của AD, CD, CB .

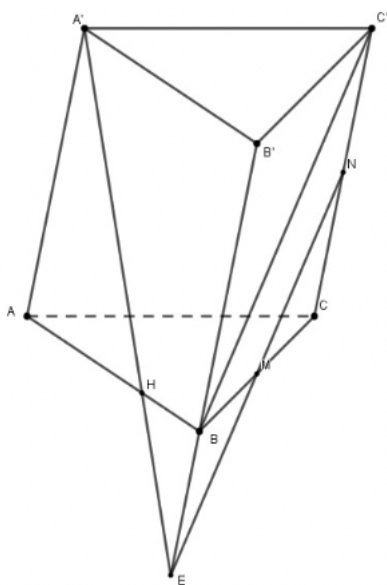
- Gọi I là trung điểm của SF . Chứng minh $OI \parallel (SAD)$.
- Gọi G, K lần lượt là trọng tâm của $\triangle SAD, \triangle SCD$, M là trung điểm của IF . Chứng minh $(GKI) \parallel (EHM)$.



Bài 9.

Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CC' .

- Chứng minh $MN // (A'BC')$.
- Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt AB tại H . Tính tỉ số $\frac{AH}{AB}$.



Nếu có thắc mắc HS liên hệ GVBM để được hỗ trợ.