SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TPHCM
TRƯỜNG THPT HÙNG VƯƠNG

BỘ MÔN: TOÁN (GIẢI TÍCH) - KHỐI LỚP: 12
TUẦN: 5 / HK1 (từ 4/10/2021 đến 8/10/2021)

PHIẾU HƯỚNG DẪN HỌC SINH TỰ HỌC

I. Nhiệm vụ tự học, nguồn tài liệu cần tham khảo:

Nội dung: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số. *(Đọc SGK và đề cương giáo viên đã up trên MS Teams)*

Tham khảo thêm clip bài giảng...: *đường link (nếu có)*

II. Kiến thức cần ghi nhớ và ví dụ minh họa:

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên X .

Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số trên X nếu $\begin{cases} f(x) \le M \ \forall x \in X \\ \exists x_0 \in X, f(x_0) = M \end{cases}$

Kí hiệu: $M = \underset{x \in X}{Max} f(x)$.

Số m được gọi là giá trị nhỏ nhất của hàm số trên X nếu $\begin{cases} f(x) \ge m \ \forall x \in X \\ \exists x_0 \in X, f(x_0) = m \end{cases}$

Kí hiệu: $m = \underset{x \in X}{Min} f(x)$.

Dạng 1. Xác định giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất của hàm số thông qua đồ thị, bảng biến thiên

- Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$

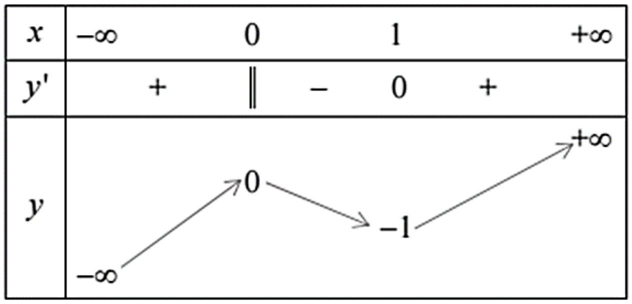
Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f'(x_i) = 0, x_i \in [a;b]$. Khi đó giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ là $M = \max\{f(a), f(b), f(x_i)\}$

- Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f'(x_i) = 0, x_i \in [a;b]$. Khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ là $m = Min\{f(a), f(b), f(x_i)\}$

- Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên đoạn $[a;b]$ thì $\underset{[a;b]}{Max} f(x) = f(b); \underset{[a;b]}{Min} f(x) = f(a)$
- Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[a;b]$ thì $\underset{[a;b]}{Max} f(x) = f(a); \underset{[a;b]}{Min} f(x) = f(b)$

Ví dụ 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1 .

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

D. Hàm số có đúng một cực trị.

Lời giải

<u>Chọn</u> <u>C</u>

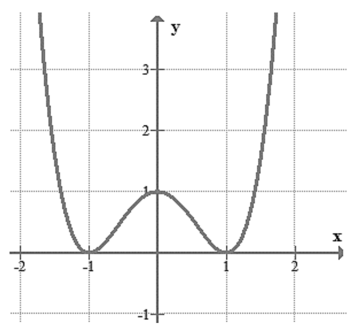
Đáp án A sai vì hàm số có 2 điểm cực trị.

Đáp án B sai vì hàm số có giá trị cực tiểu $y = -1$ khi $x = 0$.

Đáp án C sai vì hàm số không có GTLN và GTNN trên $\mathbb{R}$.

Đáp án D đúng vì hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Ví dụ 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;1]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;1]$. Giá trị của $M - m$ bằng

A. 0 . **<u>B.</u>** 1. **C.** 2 . **D.** 3.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy $M = 1, m = 0$ nên $M - m = 1$.

Dạng 2. Xác định giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn

 <u>Bước 1</u>: Hàm số đã cho $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a;b]$.

Tìm các điểm $x_1, x_2, \ldots, x_n$ trên khoảng $(a;b)$, tại đó $f'(x) = 0$ hoặc $f'(x)$ không xác định.

□ ***Bước 2***: Tính $f(a), f(x_1), f(x_2), ..., f(x_n), f(b)$.

□ ***Bước 3***: Khi đó:

$\max\limits_{[a,b]} f(x) = \max\{f(x_1), f(x_2), ..., f(x_n), f(a), f(b)\}$.

$\min\limits_{[a,b]} f(x) = \min\{f(x_1), f(x_2), ..., f(x_n), f(a), f(b)\}$.

Ví dụ 3: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng:

A. 1. **B.** 37. **C.** 33. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

$f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ liên tục trên $[-1; 2]$ và $f'(x) = -4x^3 + 24x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 0 & \\ x = \sqrt{6} & (L) \\ x = -\sqrt{6} & (L) \end{array}\right.$

Ta có:

$f(-1) = 12; f(2) = 33; f(0) = 1$

Vậy, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 33 tại $x = 2$

Ví dụ 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \dfrac{2}{x}$ trên đoạn $[2; 3]$ bằng

A. $\dfrac{15}{2}$. **B.** 5. **C.** $\dfrac{29}{3}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

+ Ta có hàm số $y = f(x) = x^2 + \dfrac{2}{x}$ xác định và liên tục trên $[2; 3]$.

+ $y' = f'(x) = 2x - \dfrac{2}{x^2}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \notin [2; 3]$ mà $f(2) = 5$, $f(3) = \dfrac{29}{3}$.

+ Vậy $\min\limits_{[2;3]} y = 5$ tại $x = 2$.

Ví dụ 5: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{4 - x^2}$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

• Tập xác định: $D = [-2; 2]$

• Ta có: $y' = \dfrac{-x}{\sqrt{4 - x^2}}$ $\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \in (-2; 2)$

• Ta có: $\begin{cases} y(-2) = y(2) = 0 \\ y(0) = 2 \end{cases} \Rightarrow \max\limits_{[-2;2]} y = 2$.

Dạng 3. Xác định giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng (a;b)

□ *Bước 1:* Tính đạo hàm $f'(x)$.

□ *Bước 2:* Tìm tất cả các nghiệm $x_i \in (a;b)$ của phương trình $f'(x) = 0$ và tất cả các điểm $\alpha_i \in (a;b)$ làm cho $f'(x)$ không xác định.

□ *Bước 3.* Tính $A = \lim\limits_{x \to a^+} f(x)$, $B = \lim\limits_{x \to b^-} f(x)$, $f(x_i)$, $f(\alpha_i)$.

□ *Bước 4.* So sánh các giá trị tính được và kết luận $M = \max\limits_{(a;b)} f(x)$, $m = \min\limits_{(a;b)} f(x)$.

Nếu giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) là A hoặc B thì ta kết luận không có giá trị lớn nhất (nhỏ nhất).

Ví dụ 6: Gọi m là giá trị nhở nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$. Tìm m

A. $m = 4$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 3$.

Lời giải

$y' = 1 - \frac{4}{x^2}$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2; \quad x = 2 \in (0;+\infty)$.

Bảng biến thiên:

x	0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $y(2) = 4 \Rightarrow m = 4$.

Ví dụ 7: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{4-x} + \sqrt{3}$ trên tập xác định của nó là

A. $2 + \sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 0. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số là: $D = (-\infty; 4]$.

Ta có $y' = \frac{-1}{2\sqrt{4-x}} < 0, \forall x \in D$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		4
y'		$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	
			$\sqrt{3}$

Từ bảng biến thiên suy ra $\min\limits_{(-\infty;4]} y = \sqrt{3}$ khi $x = 4$.Vậy chọn D .

III. Nội dung chuẩn bị:

HS cần xem kĩ lý thuyết SGK trước khi tham khảo phần lý thuyết tóm lược và bài tập.

IV. Phần bài tập:

Học sinh thực hiện bài tập trên MS Teams trong kênh “BÀI TẬP VỀ NHÀ” gồm cả bài tập tự luận và trác nghiệm

V. Đáp án bài tập tự luyện:

Nếu có thắc mắc HS liên hệ GVBM để được hỗ trợ.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TPHCM
TRƯỜNG THPT HÙNG VƯƠNG

BỘ MÔN: TOÁN (GIẢI TÍCH) - KHỐI LỚP: 12
TUẦN: 6 / HK1 (từ 11/10/2021 đến 15/10/2021)

PHIẾU HƯỚNG DẪN HỌC SINH TỰ HỌC

VI. Nhiệm vụ tự học, nguồn tài liệu cần tham khảo:

Nội dung: Đường tiệm cận của đồ thị hàm số. *(Đọc SGK và đề cương giáo viên đã up trên MS Teams)*

Tham khảo thêm clip bài giảng...: *đường link (nếu có)*

VII. Kiến thức cần ghi nhớ và ví dụ minh họa:

1. Tiệm cận ngang:

Đường thẳng $d: y = b$ được gọi là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $(C): y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

i/ $\lim\limits_{x\to-\infty} y = b$. ii/ $\lim\limits_{x\to+\infty} y = b$.

Nhận xét:

- Đồ thị hàm số $(C): y = f(x)$ có tối đa 2 tiệm cận ngang.
- Nếu tập xác định của hàm số là tập giới nội thì đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
- Đồ thị hàm phân thức có tối đa 1 tiệm cận ngang. Đồ thị hàm phân thức có tiệm cận ngang khi và chỉ khi bậc tử không lớn hơn bậc mẫu.

2. Tiệm cận đứng:

Đường thẳng $d: x = a$ được gọi là ***tiệm cận đứng*** của đồ thị hàm số $(C): y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

i. $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = +\infty$. iii. $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = +\infty$.

ii. $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = -\infty$. iv. $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = -\infty$.

Nhận xét: Nếu đường thẳng $d: x = a$ được gọi là ***tiệm cận đứng*** của đồ thị hàm số $(C): y = f(x)$ thì a là điểm biên của tập xác định.

Dạng 1. Xác định đường tiệm cận của đồ thị các hàm số đơn giản và thông qua bảng biến thiên, đồ thị

<u>Lưu ý:</u> Với đồ thị hàm phân thức dạng $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ $\left(c \neq 0;\ ad - bc \neq 0\right)$ luôn có tiệm cận ngang là $y = \dfrac{a}{c}$ và tiệm cận đứng $x = -\dfrac{d}{c}$.

Ví dụ 1: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{x-1}$ là

A. $y=\dfrac{1}{4}$. **B.** $y=4$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Chọn B.

Tiệm cận ngang $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=\dfrac{4}{1}=4$

Ví dụ 2: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-3}$ là

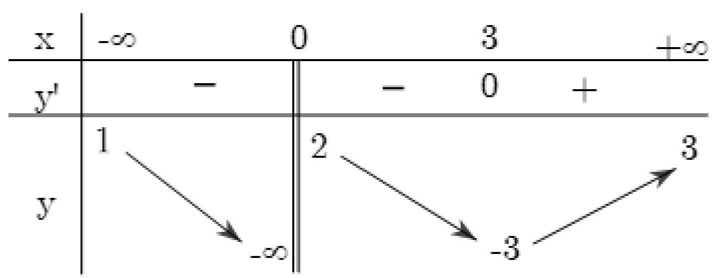
A. $x=-3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Lời giải.

Chọn D

$\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{x-1}{x-3}=-\infty$. Suy ta tiệm cận đứng là đường thẳng $x=3$.

Ví dụ 3: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có báng biến thiên như sau:



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Nhìn bảng biến thiên ta thấy x=0 hàm số không xác định nên x=0 là TCĐ của đồ thị hàm số

$\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=3\Rightarrow y=3$ là TCN của đồ thị hàm số

$\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=1\Rightarrow y=1$là TCN của đồ thị hàm số

Vậy hàm số có 3 tiệm cận

Dạng 2. Xác định đường tiệm cận đồ thị hàm số thông hàm số cho trước (hàm phân thức và chứa căn)

Ví dụ 4: Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}$.

A. 2 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 1

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1-\dfrac{5}{x}+\dfrac{4}{x^2}}{1-\dfrac{1}{x^2}}=1 \Rightarrow y=1$ là đường tiệm cận ngang.

Mặc khác:

$$\lim\limits_{x\to 1} y=\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-5x+4}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{(x-4)}{(x+1)}=-\frac{3}{2}$$

$\Rightarrow x=1$ không là đường tiệm cận đứng.

$$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\frac{x^2-5x+4}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\frac{(x-4)}{(x+1)}=-\infty$$

$$\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\frac{x^2-5x+4}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\frac{(x-4)}{(x+1)}=+\infty$$

$\Rightarrow x=-1$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận

Ví dụ 5: Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

A. 1 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 3

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số: $D=[-9;+\infty)\setminus\{0;-1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=-\infty$.

$\Rightarrow$ TCĐ: $x=-1$.

$$\lim\limits_{x\to 0^+} y=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{x}{(x^2+x)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=\frac{1}{6}.$$

$$\lim\limits_{x\to 0^-} y=\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{x}{(x^2+x)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=\frac{1}{6}.$$

$\Rightarrow$ $x=0$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Ví dụ 6: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$ **B.** $y=\dfrac{x^2}{x^2+1}$ **C.** $y=\sqrt{x^2-1}$ **D.** $y=\dfrac{x}{x+1}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x}{x+1}=+\infty, \lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{x}{x+1}=-\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ghi chú: *Ở dạng bài tập này, học sinh dùng máy tính theo video clip giáo viên gửi kèm theo.*

VIII. Nội dung chuẩn bị:

HS cần xem kĩ lý thuyết SGK trước khi tham khảo phần lý thuyết tóm lượt và bài tập.

IX. Phần bài tập:

Học sinh thực hiện bài tập trên MS Teams trong kênh “BÀI TẬP VỀ NHÀ” gồm cả bài tập tự luận và trắc nghiệm

X. Đáp án bài tập tự luyện:

Nếu có thắc mắc HS liên hệ GVBM để được hỗ trợ.