**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TPHCM**

**TRƯỜNG THPT HÙNG VƯƠNG**

**BỘ MÔN: TOÁN - KHỐI LỚP: 11**

**TUẦN: 8, 9/HK2 (từ 07/03/2022 đến 19/03/2022)**

**PHIẾU HƯỚNG DẪN HỌC SINH TỰ HỌC**

1. **Nhiệm vụ tự học, nguồn tài liệu cần tham khảo: Trong tài liệu này.**
2. **Kiến thức cần ghi nhớ:**

**CHỦ ĐỀ: KHOẢNG CÁCH**

**A. LÝ THUYẾT**

**I. Khoảng cách từ một điểm tới một đường thẳng**

|  |  |
| --- | --- |
| **1.** Cho điểm  và đường thẳng . Hạ . Khi đó khoảng cách từ tới  bằng độ dài đoạn . Kí hiệu là . |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **2.  ,**với  là điểm bất kì thuộc . |  |

|  |  |
| --- | --- |
| 3. Cho hai đường thẳng  và  cắt nhau tại . Trên  lấy hai điểm . Khi đó: |  |
| 4. Cho  vuông tại . Dựng đường cao , khi đó ta có:  và  được tính theo công thức:  hoặc . |  |

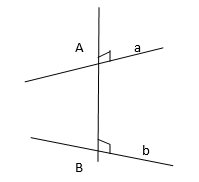
**II. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Định nghĩa  Cho điểm O và mặt phẳng . Dựng . Khi đó khoảng cách từ  tới  bằng độ dài đoạn  và được kí hiệu là . |  |
| 2. Giả sử đường thẳng  cắt  tại . Trên  lấy hai điểm . Khi đó: . |  |
| 3. (Tính chất tứ diện vuông)  Cho tứ diện  có  đôi một vuông góc. Gọi  là hình chiếu của  trên .  Khi đó  và . |  |
| 4. Cho đường thẳng  song song với mặt phẳng . Khi đó khoảng cách giữa  và được định nghĩa bằng khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc  tới . |  |

|  |  |
| --- | --- |
| 5. Cho hai mặt phẳng  và  song song.  Khi đó khoảng cách giữa hai mặt phẳng  và  là khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc  tới . |  |

**III. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau**

1.Cho hai đường thẳng chéo nhau  và . Khi đó tồn tại duy nhất một đường thẳng  vuông góc với cả hai đường thẳng  và  và cắt cả hai đường thẳng

a và b.  được gọi là đường vuông góc chung của a và b. Đoạn thẳng AB được gọi

là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau a và b.Khi đó khoảng

cách giữa hai đường thẳng a và b bằng độ dài đoạn vuông góc chung AB

2.Nếu gọi (P);(Q) là hai mặt phẳng song song với nhau và lần lượt chứa hai

thẳng a và b chéo nhau thì AB=d(A;(Q))=d(b;(P))=d(( P);(Q)

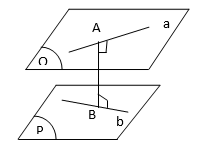
Nhận xét:

-Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách

hai đường thẳng đó và mặt phẳng song song với nó chứa đường thẳng còn

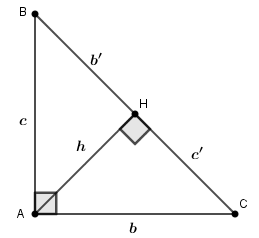
còn lại.

-Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa hai

mặt phẳng song song lần lượt chứa hai đường thẳng đó.

**IV.Bổ sung kiến thức**

1.Hệ thức lượng trong tam giác vuông





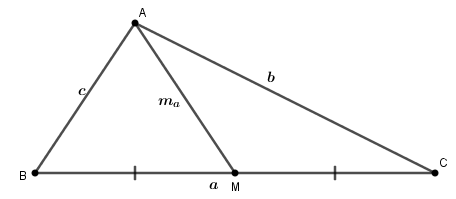
2.Hệ thức lượng trong tam giác đều

-Cho tam giác đều ABC cạnh a,trung tuyến AM,trọng tâm G ta có



-Diện tích 

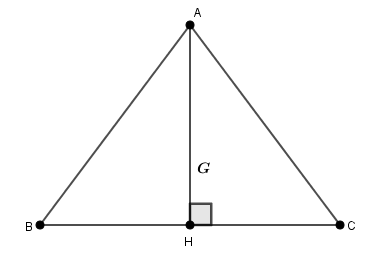
3.Hệ thức lượng trong tam giác thường

-Định lý cosin:

-Định lý sin :

-Công thức trung tuyến:

-Công thức diện tích:



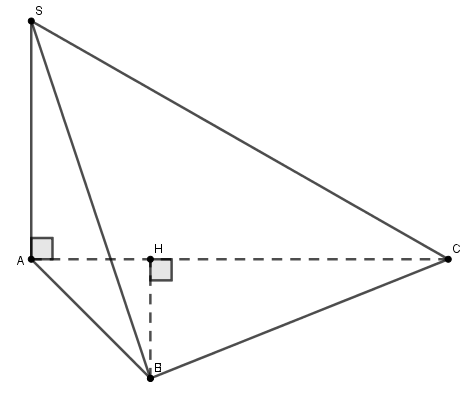
1. **BÀI TẬP:**

**Ví dụ 1:**Cho chóp  đáy là tam giác vuông tại B và AB=2BC=2a.Biết  .Tính 

**A. B. C. D.**

Đáp án A.

Lời giải



-Dựng 

Vậy  BH là khoảng cách từ B đến (SAC)

theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

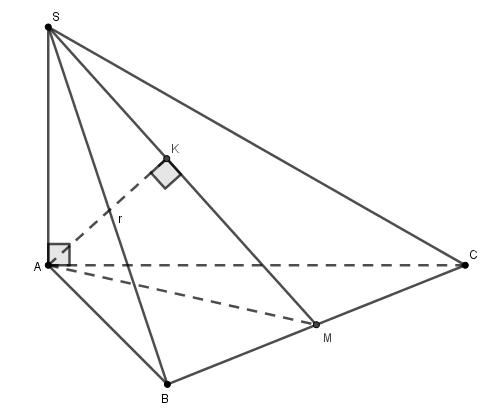


**Ví dụ 2:**Cho hình chóp  cóvà  và tam giác ABC đều cạnh a.Tính 

**A.  B. C.  D.**

Đáp án:c

Lời giải



Gọi M là trung điểm của BC .Dựng 



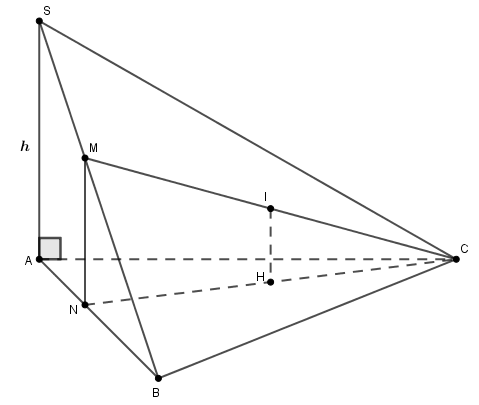
Có  ;tam giác SAM vuông tại A



**Ví dụ 3:**Cho hình chóp S.ABC có  và  .Lấy điểm sao cho  .Gọi I là trung điểm của CM.Tính 

**A. B. C. D.**

Đáp án B.



Dựng 

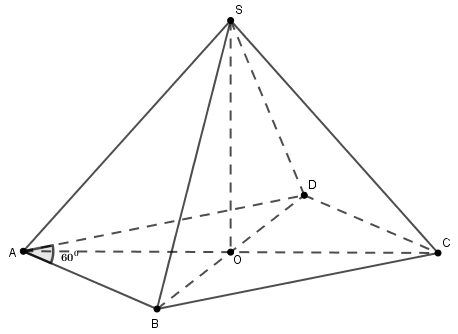
Dựng 



**Ví dụ 4:**Cho hình chóp  có đáy  là hình thoi tâm  cạnh a, ;.Đặt  Tính 

A. B. C. D.

Đáp án D.



Vì   đều cạnh 



Suya ra tứ diện OSBC vuông tại O



 .Ta có  

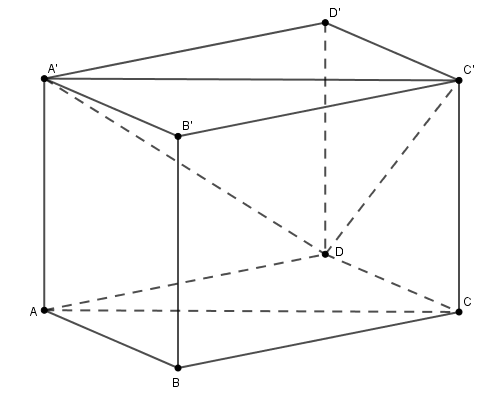
Vì 



**Ví dụ 5:**Cho hình lập phương  có cạnh bằng .Tính 

**A. B. C. D. **

Đáp án A.





Vì  nên

Tứ diện  vuông tại nên

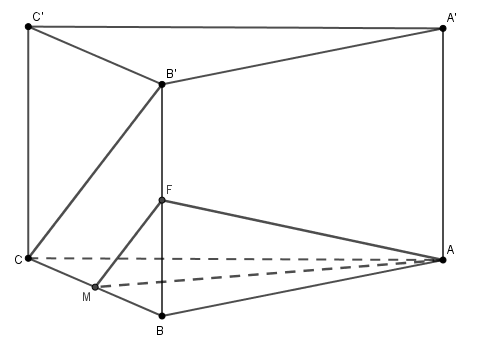
**Ví dụ 6:** Cho hình lăng trụ đứng  có đáy là tam giác vuông tại ,cạnh bên .Gọi là trung điểm .Tính 

**A. B. C. D.**

Đáp án B.

Trước hết ta đi dựng 1 mặt phẳng chứa đường này và song song với đường kia để chuyển về khoảng cách từ 1 điểm đến mặt phẳng.Lấy là trung điểm  

Mà tứ diện  vuông ởnên:





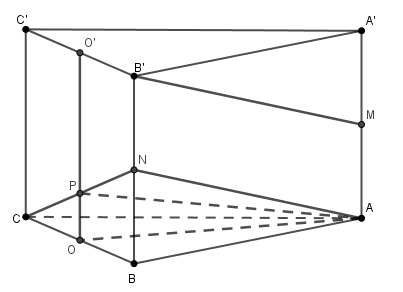
**Nhận xét:**Qua 2 ví dụ trên ta luôn chuyển khoảng cách về tứ diện vuông để tính

**Ví dụ 7:** Cho lăng trụ đều  có tất cả các cạnh bằng a.Gọi  lần lượt là trung điểm của và Tính

**A. B. C. D.**

Gọi O và O’ lần lượt là trung điểm của BC và B’C’ và  vì 

Nên Tứ diện OACP vuông tại O



B



**Nhận xét:**Ngoài việc chuyển khoảng cách giữa B’M và CN ta còn dựng thêm được tứ diện vuông OACP và nhờ vào tính chất tứ diện vuông ta tính được khoảng cách

**Ví dụ 8:** Cho hình chóp  có đáy  là hình thang ,, .Cạnh bên SA vuông góc với đáy và  .Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB.Tính 

**A. B. C. D.**

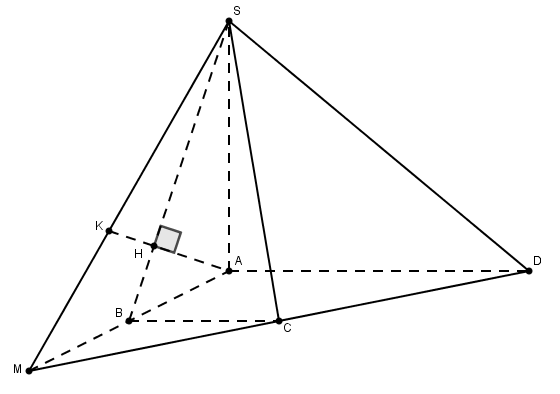
**Đáp án C.**

ọi 

Vì BC là đường trung bình của  B là trung điểm của AM

Ta có:H là trọng tâm của 

S

Từ đó .

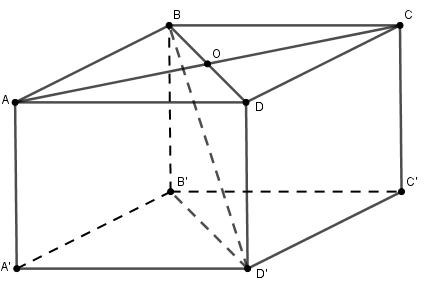
Tứ diện ASDM vuông tại A nên





**Ví dụ 9:** Cho hình lập phương  cạnh .Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA’ và BD’

A. B. C. D.

**Đáp án A.**

Xét mặt phẳng (BB’D’D) chứa BD’ và song song với AA’

Ta có (O là tâm hình vuông ABCD)



**Ví dụ 10:**Cho hình hộp chữ nhật  có .Gọi M là điểm chia

đoạn AD với  .Đặt  Tìm 

A. B. C. D.

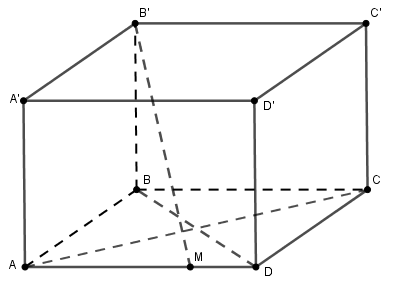
C

B

**Đáp án C.**

Ta có 

A’



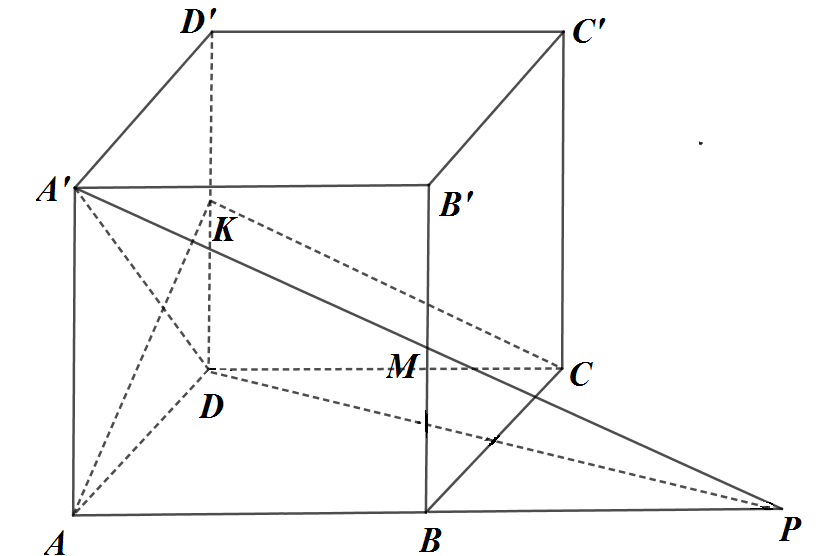
Tứ diện BAB’C vuông tại B nên ta có****

Vậy 

1. Cho hình lập phương  cạnh bằng . Gọi  là trung điểm . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

******

**Đáp án B.**

Gọi  là trung điểm .

Ta có:  nên .

Gọi , . Khi đó .

.

Tứ diện đều  vuông tại  nên:

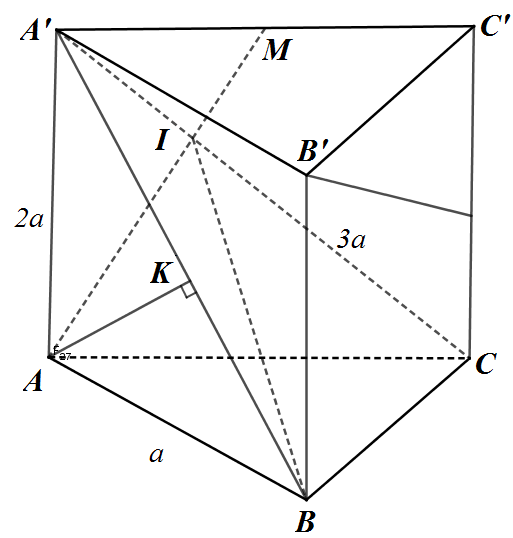


.

1. Cho lăng trụ đứng  có đáy  là tam giác vuông tại , , , . Gọi  là trung điểm đoạn thẳng ,  là giao điểm của  và . Tính khoảng cách từ  đến mặt phẳng .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

******

**Đáp án B.**

Ta có: 



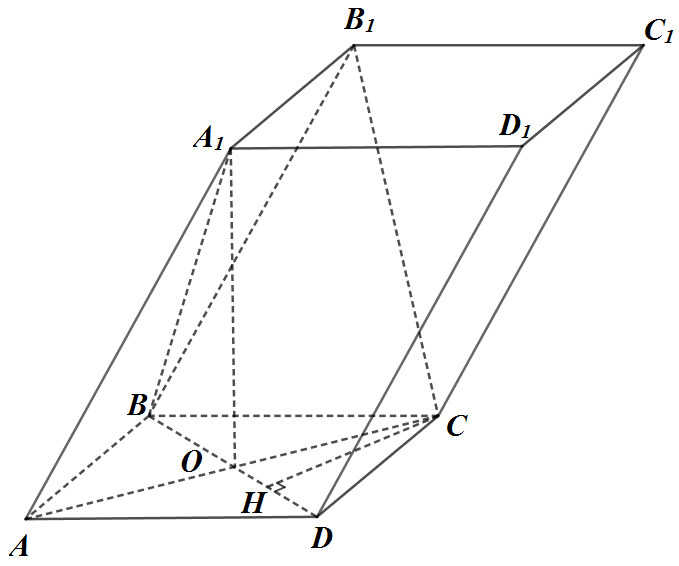
Hạ  vì  nên .

.

1. Cho lăng trụ  có đáy  là hình chữ nhật với , . Hình chiếu vuông góc của điểm  trên  trùng với giao điểm của  và . Tính khoảng cách từ điểm  đến mặt phẳng  theo .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

******

Gọi  là giao điểm của  và . Khi đó .

Ta có: 

.

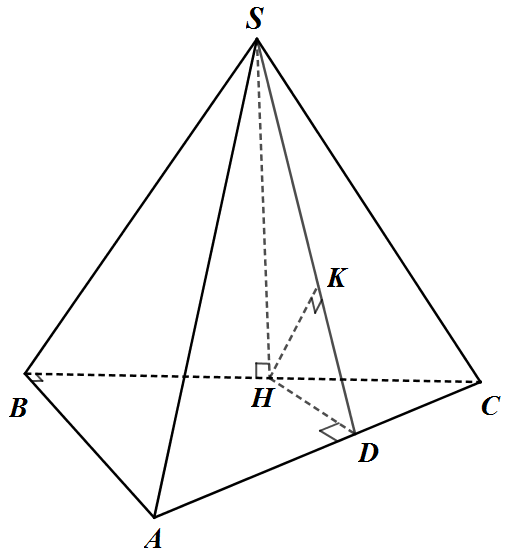
Kẻ  thì 

.

1. Cho hình chóp  có đáy là tam giác vuông tại , , , mặt phẳng  vuông góc với mặt phẳng . Biết  và . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

******

Đáp án C.

Kẻ  do  nên .

Ta có: 

Kẻ , kẻ .

Khi đó 

Vì  nên 

Ta có: 

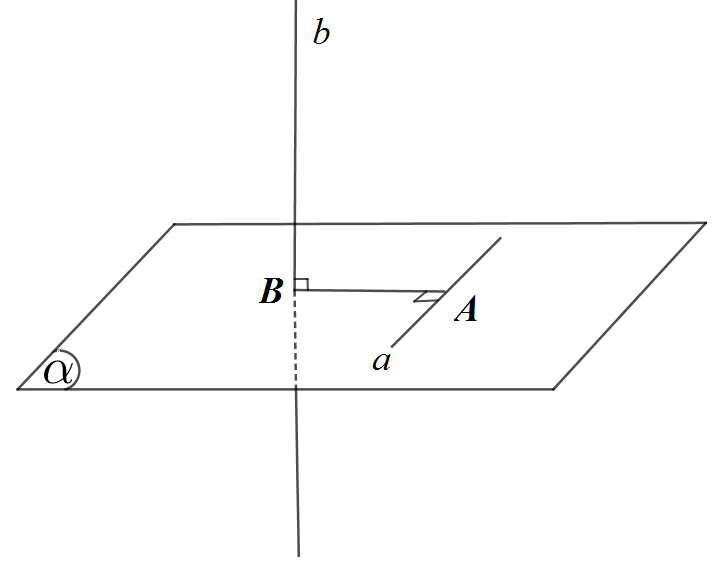


Vậy .

**\* Chú ý 1:**

Xác định đoạn vuông góc chung, tính khoảng cách của hai đường thẳng chéo nhau.

**TH1**: Giả sử hai đường thẳng  và  chéo nhau và vuông góc với nhau. Ta dựng mp  chứa  và vuông góc với  tại . Trong mặt phẳng  dựng  tại .Khi đó độ dài đoạn thẳng  là khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau  và .



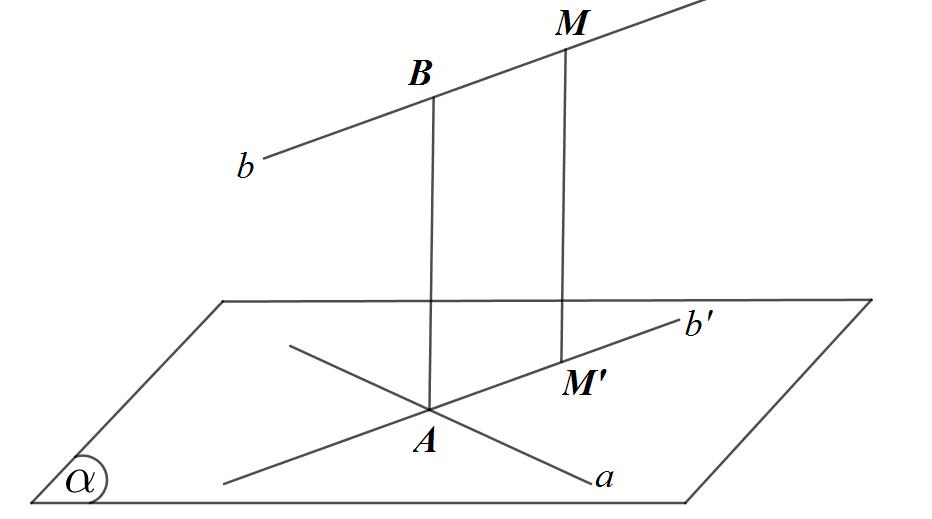
**TH2**: Giả sử  và  là hai đường thẳng chéo nhau nhưng không vuông góc với nhau.

- Ta dựng mp  chứa  và song song với .

- Lấy một điểm  tùy ý trên  dựng  tại .

- Từ  dựng đường thẳng  cắt  tại .

- Từ  dựng  cắt  tại  khi đó đoạn thẳng  gọi là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau  và .



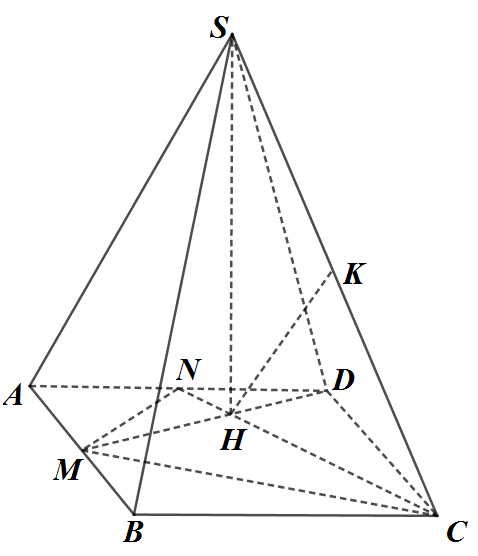
**\* Chú ý 2:**

Thông thường bài toán tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau quy về tính khoảng cách từ một điểm tới một mặt phẳng. Như TH2 nói trên thì .

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh . Gọi  và  lần lượt là trung điểm các cạnh  và ;  là giao điểm của  và . Biết  vuông góc với  mặt phẳng và . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  và  theo .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

******

Đáp án B.

Ta có:  nên 

Có 

Hạ  tại  là đoạn vuông góc chung của  và 

Do đó 

Trong tam giác vuông  ta có:



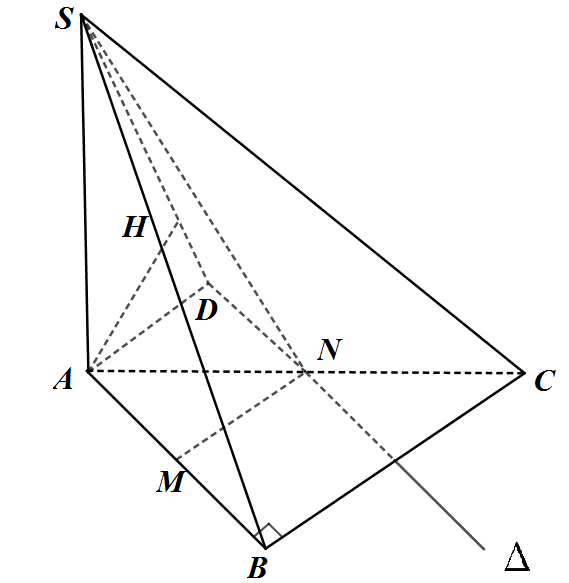
Mặt khác 



1. Cho hình chóp  có đáy  là tam giác vuông cân tại , ; hai mặt phẳng  và  cùng vuông góc với mặt phẳng . Gọi  là trung điểm của , mặt phẳng  đi qua  và song song với  cắt  tại . Biết góc giữa hai mặt phẳng  và  bằng . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  và  theo .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

******

Đáp án B.

Ta có:  và  cùng vuông góc với mặt phẳng  nên . Từ  nên  là góc giữa  và .

Từ đó ; 

Kẻ đường thẳng  đi qua , song song với .

Hạ 

Dựng  tại .

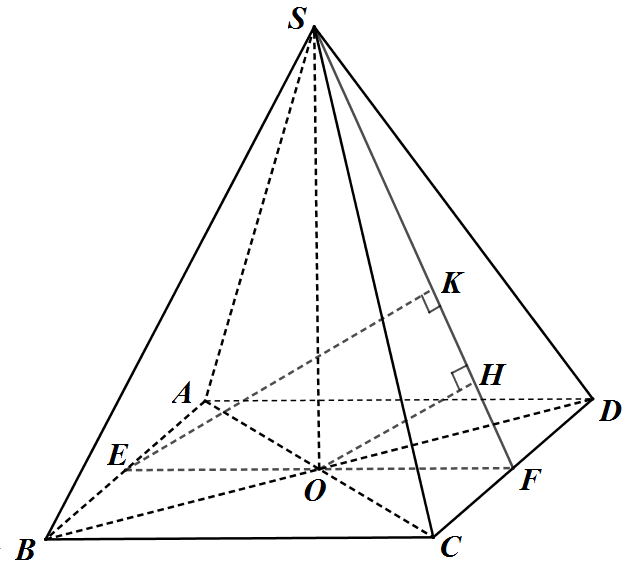
Tam giác  vuông tại , có  và 

.

1. Cho hình chóp  có đáy  là tam giác vuông cân tại , . Tam giác  cân tại  có đường cao  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  và  theo .

**A.** . **B.** . **C.**. **D.** .

***Lời giải***

******

Đáp án C.

Tam giác  cân tại  có  và  nên .

Gọi  là điểm đối xứng với  qua , khi đó  là hình vuông nên 



Gọi  là trung điểm của 

Gọi  là trung điểm của .

Kẻ  thì .

Dựng 

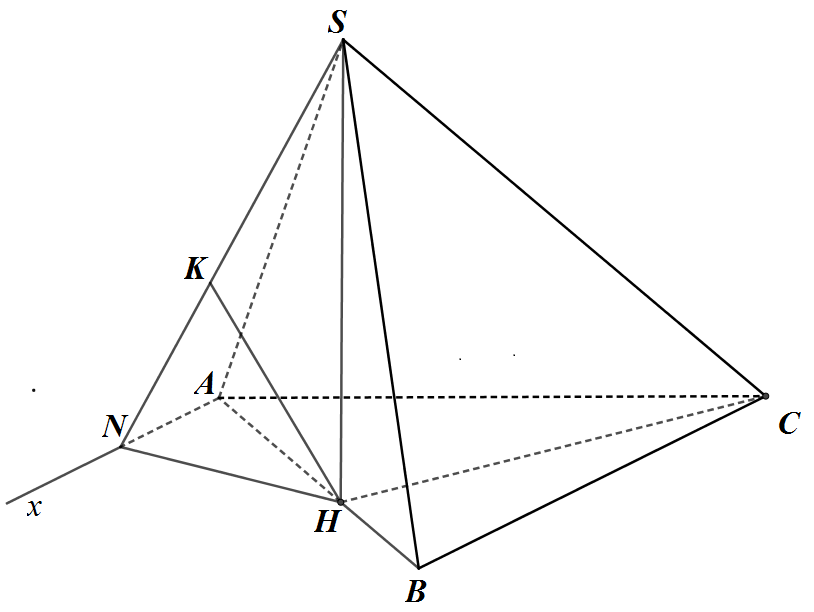
 và  mà 



1. Cho hình chóp  có đáy là tam giác đều cạnh . Hình chiếu vuông góc của  trên mặt phẳng  là điểm  thuộc cạnh  sao cho . Góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng  bằng . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  và  theo .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

******

Đáp án A.

Ta có: 

Kẻ  .

Gọi  và  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  trên  và .

Ta có  và  nên .

Ta cũng có  nên .

Do đó 

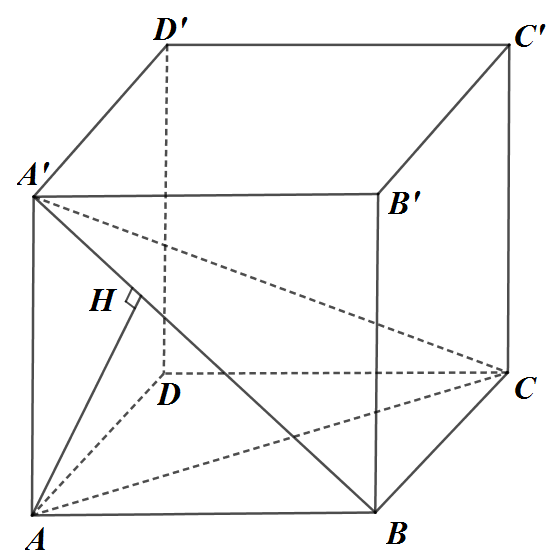


Vậy .

1. Cho hình hộp đứng  có đáy là hình vuông, tam giác vuông cân , . Tính khoảng cách từ  đến mặt phẳng  theo .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

******

Đáp án C.

 vuông cân tại  và  nên .

Gọi  là chân đường cao kẻ  từ của .

Do đó 

Ta có  và  nên  hay 

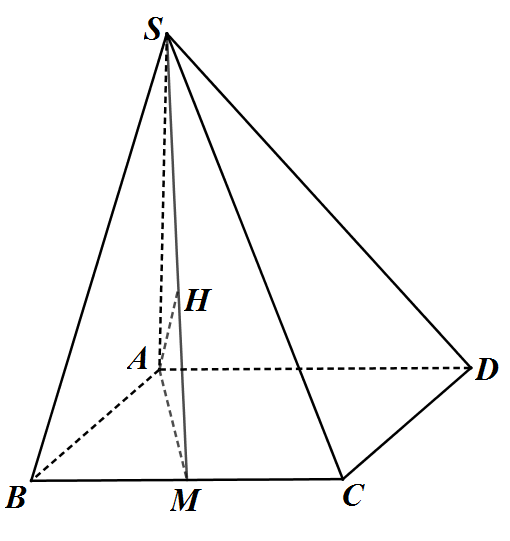
Do đó .

Ta có: .

1. Cho hình chóp  có đáy là hình thoi cạnh , cạnh bên  vuông góc với đáy, ,  là trung điểm của cạnh  và . Tính theo  khoảng cách từ điểm  đến mặt phẳng .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

***Lời giải***

******

Đáp án B.

Ta có:  ,  đều 

Do  nên 

Gọi  là hình chiếu vuông góc của  trên .

Ta có:  và 



Ta có: .

**STUDY TIP**

Nếu ta công nhận công thức tính thể tích của khối chóp mà sau này ta học ở lớp 12 thì ta còn có một cách khác để tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng vì:



Với ****là diện tích đáy

 Là chiều cao

 Là thể tích khối chóp.

1. Cho hình chóp  có đáy là tam giác vuông tại , ,  là tam giác đều cạnh  và mặt bên  vuông góc với đáy. Tính theo  khoảng cách từ điểm  đến mặt phẳng .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

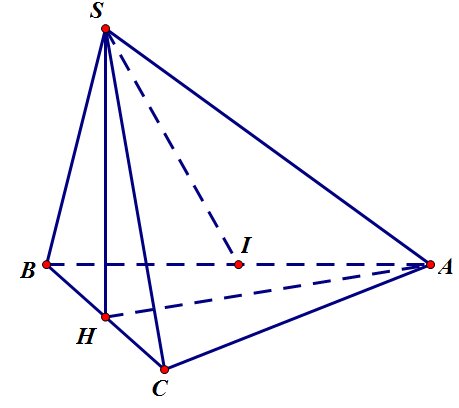
***Lời giải***

Đáp án D.

Gọi  là trung điểm .

Mà  theo giao tuyến  nên .

Ta có: ; .



. Do đó .

Tam giác  vuông tại  và  là trung điểm của  nên  mà .

Gọi  là trung điểm của  . Do đó .

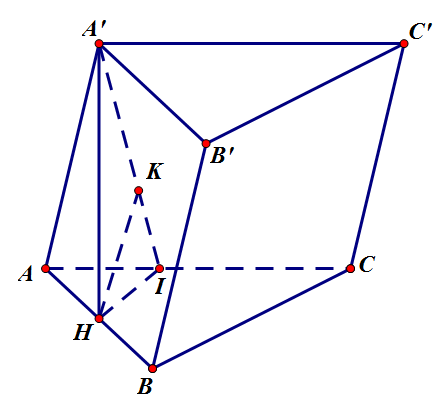
.

**Ví dụ 27:** Cho hình lăng trụ  có đáy là tam giác đều cạnh . Hình chiếu vuông góc của  trên mặt phẳng  là trung điểm của cạnh , góc giữa đường thẳng  và mặt đáy bằng . Tính theo  khoảng cách từ  đến mặt phẳng .

**A. . B. . C. . D. .**

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

****

Gọi  là trung điểm của  và .

Do đó .

Gọi  là hình chiếu vuông góc của  trên ,  là hình chiếu vuông góc của  trên 

.

Ta có .

.

Do đó .

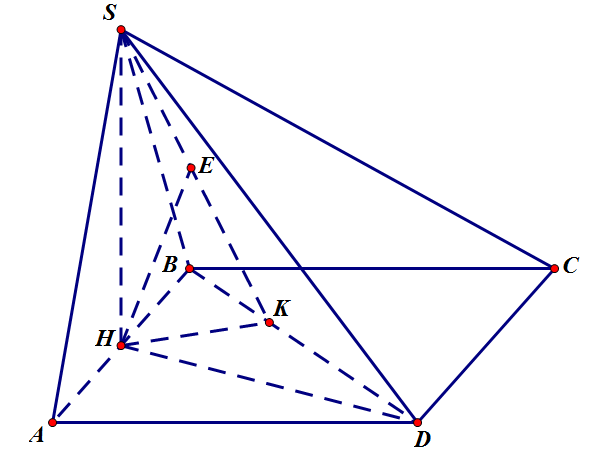
**STUDY TIP:** Vì  và  là trung điểm của  nên .

**Ví dụ 28:** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh , . Hình chiếu vuông góc của  trên mặt phẳng  là trung điểm của . Tính theo  khoảng cách từ  đến mặt phẳng .

**A. . B. . C. . D. .**

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**

****

Gọi  là trung điểm của .

Do đó , ta có .

Gọi  là hình chiếu vuông góc của  trên  và  là hình chiếu vuông góc của  trên . Ta có  và .

Mà  do đó .

Ta có .

Do đó .

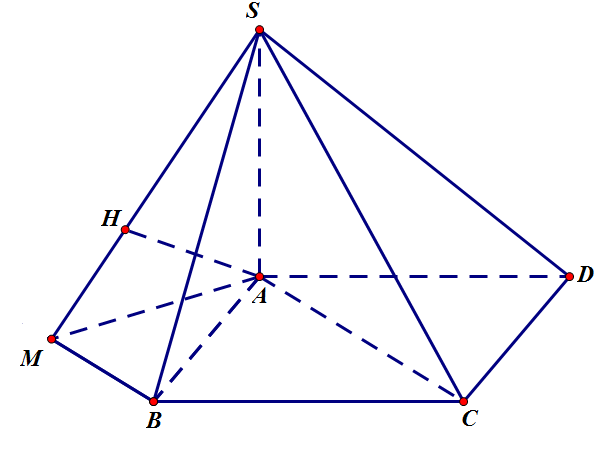
**STUDY TIP:** .

**Ví dụ 29:** Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh , , góc giữa  và mặt phẳng  bằng . Tính theo  khoảng cách giữa hai đường thẳng  và .

**A. . B. . C. . D. .**

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**

****

Kẻ đường thẳng  qua  và song song với . Gọi  là hình chiếu vuông góc của  trên ;  là hình chiếu vuông góc của  trên .

Ta có  nên .

Do đó .

 vuông tại  có đường cao  nên .

Vậy .

**C. BÀI TẬP RÈN LUYỆN KỸ NĂNG**

1. Cho mặt phẳng  và hai điểm  không nằm trong . Đặt  và . Trong các kết luận sau thì kết luận nào đúng?

**A. ** khi và chỉ khi .

**B. ** khi và chỉ khi đoạn thẳng  cắt .

**C. ** khi đoạn thẳng  cắt .

**D.** Nếu đường thẳng  cắt  tại điểm  thì .

1. Cho tứ diện  có , ,  đôi một vuông góc. Giả sử , , . Khi đó khoảng cách từ  đến mặt phẳng  bằng:

**A. . B. . C. . D. .**

1. Cho hình hộp chữ nhật  có , , . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  và  là:

**A. . B. . C. . D. .**

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh ,  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo  khoảng cách từ  đến mặt phẳng .

**A. . B. . C. . D. .**

1. Cho hình lập phương  cạnh . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

**A.** Khoảng cách từ  đến mặt phẳng  bằng .

**B.** Độ dài .

**C.** Khoảng cách từ  đến mặt phẳng  bằng .

**D.** Khoảng cách từ  đến mặt phẳng  bằng .

1. Cho tứ diện đều  cạnh . Gọi  là hình chiếu của  trên mặt phẳng . Độ dài cạnh  là:

**A. . B. . C. . D. .**

1. Cho tứ diện  có , . Gọi ,  lần lượt là trung điểm của  và . Biết . Tính .

**A. . B. . C. . D. .**

1. Cho hình lập phương  có cạnh . Tính tích ?

**A. . B. . C. . D. .**

1. Cho tứ diện  có , . Góc giữa  và  bằng . Điểm  nằm trên đoạn  sao cho . Mặt phẳng  qua  song song với  và  cắt ,  và  lần lượt tại , ,  . Tính diện tích ?

**A. . B. . C. . D. .**

1. Cho tứ diện  có ,;  là điểm thuộc cạnh  sao cho . Mặt phẳng  song song với  và  lần lượt cắt , , ,  tại , , , . Diện tích lớn nhất của tứ giác  là:

**A. . B. . C. . D. .**

1. Cho tứ diện  có , , , . Tính khoảng cách từ  đến mặt phẳng .

**A. . B. . C. . D. .**

1. Cho hình chóp  có , , , . Tính khoảng cách từ  đến .

**A. . B. . C. . D. .**

1. Cho hình chóp  có đáy là tam giác đều cạnh ,  và . Tính khoảng cách từ  đến  theo .

**A. . B. . C. . D. .**

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình thang vuông tại  và , , , cạnh  vuông góc với , . Tính .

**A. . B. . C. . D. .**

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình chữ nhật, , , , . Tính khoảng cách từ trung điểm  của  đến .

**A. . B. . C. . D. .**

1. Cho hình chóp  có đáy là hình vuông cạnh . Đường thẳng , . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  và .

**A. . B. . C. . D. .**

1. Cho hình chóp  có đáy là hình vuông cạnh . Đường thẳng , . Gọi  là trung điểm của . Khoảng cách từ  đến  nhận giá trị nào sau đây?

**A. . B. . C. . D. .**

1. Cho hình chóp  trong đó , ,  đôi một vuông góc và . Tính độ dài .

**A. . B. . C. . D. .**

1. Cho tứ diện  có  và , , . Trong các mặt của tứ diện đó:

**A.** Tam giác  có diện tích lớn nhất**. B.** Tam giác  có diện tích lớn nhất**.**

**C.** Tam giác  có diện tích lớn nhất**. D.** Tam giác  có diện tích lớn nhất**.**

1. Cho tứ diện  có hai cặp cạnh đối diện vuông góc. Cắt tứ diện đó bằng một mặt phẳng song song với một cặp cạnh đối diện còn lại của tứ diện. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** Thiết diện là hình thang**. B.** Thiết diện là hình bình hành**.**

**C.** Thiết diện là hình chữ nhật**. D.** Thiết diện là hình vuông**.**

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh , , . Tính khoảng cách từ  đến mặt phẳng .

**A. . B. . C. . D. .**

1. Cho hình chóp  có đáy  là nữa lục giác đều với đáy lớn  và . Tính khoảng cách từ  đến .

**A. . B. . C. . D. .**

1. Cho tứ diện  có , ,  đôi một vuông góc với nhau. Gọi , ,  tương ứng là độ dài của các cạnh , , . Gọi  là khoảng cách từ  đến  thì  có giá trị là:

**A. . B. .**

**C. . D. .**

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình thoi tâm , cạnh , đường chéo , mặt bên  là tam giác cân tại và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; góc giữa  và  bằng . Gọi  là trung điểm của . Tính khoảng cách từ  đến .

**A. . B. . C. . D. .**

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình thang vuông tại  và , , ; góc giữa hai mặt phẳng  và  bằng . Gọi  là trung điểm của , hai mặt phẳng  và  cùng vuông góc với . Tính theo  khoảng cách từ  đến .

**A. . B. . C. . D. .**

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**

1. Cho mặt phẳng  và hai điểm  không nằm trong . Đặt  và . Trong các kết luận sau thì kết luận nào đúng?

**A. ** khi và chỉ khi .

**B. ** khi và chỉ khi đoạn thẳng  cắt .

**C. ** khi đoạn thẳng  cắt .

**D.** Nếu đường thẳng  cắt  tại điểm  thì .

**Hướng dẫn giải**

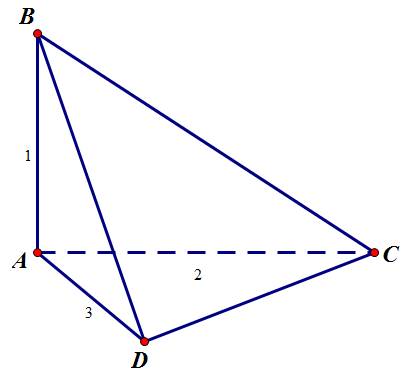
**Chọn D.**

1. Cho tứ diện  có , ,  đôi một vuông góc. Giả sử , , . Khi đó khoảng cách từ  đến mặt phẳng  bằng:

**A. . B. . C. . D. .**

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C.**



Vì .

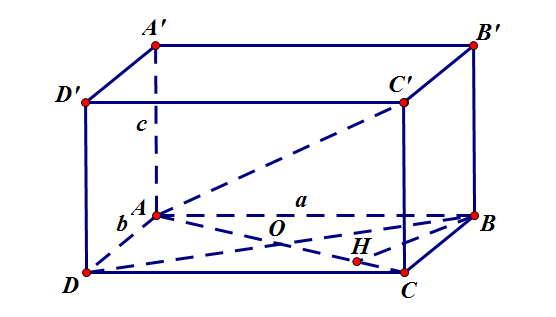
1. Cho hình hộp chữ nhật  có , , . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  và  là:

**A. . B. . C. . D. .**

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**

**.**

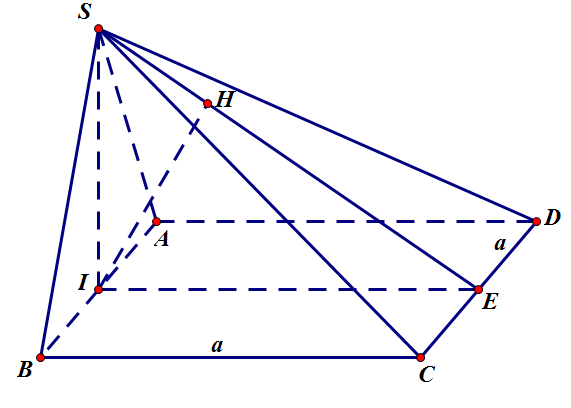
****

1. Cho hình chóp  có đáy  là hình vuông cạnh ,  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo  khoảng cách từ  đến mặt phẳng .

**A. . B. . C. . D. .**

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C.**

****

Gọi  là trung điểm của , ta có  và .

Gọi  là trung điểm của , trong mặt phẳng  dựng  thì .

Ta có , .

.

1. Cho hình lập phương  cạnh . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

**A.** Khoảng cách từ  đến mặt phẳng  bằng .

**B.** Độ dài .

**C.** Khoảng cách từ  đến mặt phẳng  bằng .

**D.** Khoảng cách từ  đến mặt phẳng  bằng .

**Hướng dẫn giải**

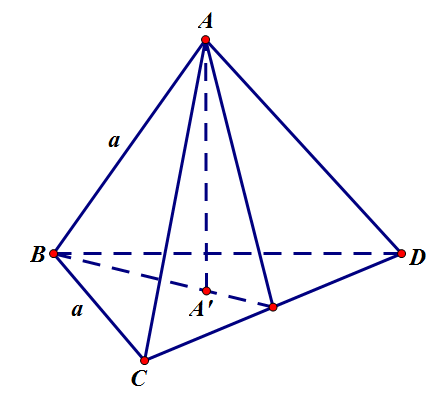
**Chọn B.**

1. Cho tứ diện đều  cạnh . Gọi  là hình chiếu của  trên mặt phẳng . Độ dài cạnh  là:

**A. . B. . C. . D. .**

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**



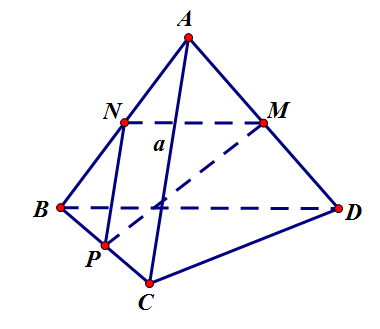
Ta có ; .

1. Cho tứ diện  có , . Gọi ,  lần lượt là trung điểm của  và . Biết . Tính .

**A. . B. . C. . D. .**

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D.**



Lấy  là trung điểm của . Khi đó: , .

Vì  và .

.

1. Cho hình lập phương  có cạnh . Tính tích ?

**A. . B. . C. . D. .**

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C.**

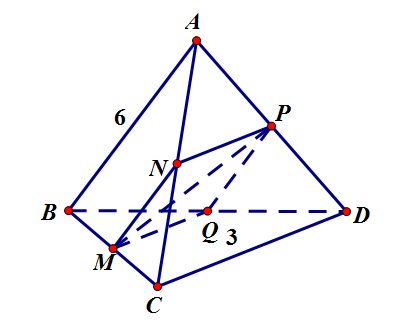
Ta có , .

1. Cho tứ diện  có , . Góc giữa  và  bằng . Điểm  nằm trên đoạn  sao cho . Mặt phẳng  qua  song song với  và  cắt ,  và  lần lượt tại , ,  . Tính diện tích ?

**A. . B. . C. . D. .**

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**



Giao tuyến của  với  là .

Tương tự . Suy ra tứ giác  là hình bình hành và 

Có ; .

.

1. Cho tứ diện  có ,;  là điểm thuộc cạnh  sao cho . Mặt phẳng  song song với  và  lần lượt cắt , , ,  tại , , , . Diện tích lớn nhất của tứ giác  là:

**A. . B. . C. . D. .**

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A.**

Ta có .

.

.

1. Cho tứ diện  có , , , . Tính khoảng cách từ  đến mặt phẳng .

**A. . B. . C. . D. .**

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B.**



Vì  nên  vuông tại .

**Cách 1:** Sử dụng tính chất tam giác vuông

Dựng 

Dựng 



.

**Cách 2:** Vì tứ diện  vuông tại  nên áp dụng tính chất của tứ diện vuông ta có:

 .

**Nhận xét:** Trong 2 cách trên thì cách 2 nhanh hơn nhiều khi sử dụng tính chất tứ diện vuông.

**Câu 12: Đáp án D.**



Kẻ  và .

Ta có:  và



Trong tam giác vuông  ta có: .

Trong tam giác vuông  ta có:



**Nhận xét:** Trong bài này ta sử dụng tính chất tam giác vuông  để tính khoảng cách  . Vậy có thể sử dụng tính chất của tứ diện vuông dduocjw không ?

Câu trả lời là được. Vì nếu lấy điểm  trên tia  sao cho  nên , mặt khác đều , .

Sau đó sử dụng tính chất tứ diện vuông cho tứ diện ta có:

. Tính được .

**Câu 13: Đáp án A.**



Gọi  là trung điểm  Do  đều nên 

Dựng .

Trong tam giác vuông  ta có:

**Nhận xét**: Ta cũng có thể sử dụng tính chất tứ diện vuông bằng cách sử dụng them  thuộc tia  sao cho.

**Câu 14: Đáp án C.**



Kẻ dài cắt  tại .

Ta có:  là đường trung bình của  



Áp dụng tính chất tứ diện vuông cho tứ diện  ta có:



**Nhận xét:** Ta cũng có thể sử dụng tính chất tam giác vuông bằng cách dựng  và  là khoảng cách cần tìm.

**Câu 15: Đáp án B.**



Kẻ  và .

Ta có  và  nên 

Ta có:  và  nên 

 vuông 

 vuông 

Gọi ,  cắt  tại   là trọng tâm 

.

**Câu 16: Đáp án A.**





**Câu 17: Đáp án B.**

( Hình vẽ câu 16 )



**Câu 18: Đáp án B.**



Ta có 

**Câu 19: Đáp án D.**



Gỉa sử 







 có  ( cùng bằng )  vuông tại 

.

So sánh 4 kết quả trên ta thấy  là lớn nhất nên chọn **D.**

**Câu 20: Đáp án C.**

**Câu 21: Đáp án B.**



Dựng . Ta có: 

Áp dụng tính chất cho tam giác vuông  ta có: .

**Câu 22: Đáp án C.**



Trong mặt phẳng , dựng  t ại 

Trong mặt phẳng . dựng 

tại 

Mà .

**Câu 23: Đ** **áp án D.**

Ta c ó: 

**Câu 24: Đáp án A**.



Ta có: 

Gọi  là trung điểm của ,  là trung điểm của

Ta có 



Trong mặt phẳng , dựng  v à 

Ta có 

Do đó . Góc giữa  và  là  nên 



Từ đó  

**Câu 25**: **Đáp án D.**



Ta có 

Trong mặt phẳng , dựng 

Trong mặt phẳng , dựng 

Từ 





Góc giữa hai mặt phẳng  và  là  . Nên 

Ta có:  .

Trong mặt phẳng , gọi  là giao điểm của  và  thì .

 .

**Nhận xét**: Sử dụng tỉ số khoảng cách ta có thể tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng thong qua điểm khác, quan trọng là biết xuất phát từ điểm nào trước, Từ dấu hiệu , ta chọn tính khoảng cách từ điểm  đến  sau đó dựa vào tỉ số khoảng cách suy ra khoảng cách cần tìm.

1. **Nội dung chuẩn bị:**

*HS cần xem kĩ lý thuyết SGK trước khi tham khảo phần lý thuyết tóm lượt và bài tập.*

1. **Đáp án bài tập tự luyện:**

*Nếu có thắc mắc HS liên hệ GVBM để được hỗ trợ.*