SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TPHCM

TRƯỜNG THPT HÙNG VƯƠNG

BỘ MÔN: TOÁN - KHỐI LỚP: 11

TUẦN: 20,21/HK1 (từ 17/1/2022 đến 29/1/2022)

PHIẾU HƯỚNG DẪN HỌC SINH TỰ HỌC

I. Nhiệm vụ tự học, nguồn tài liệu cần tham khảo:

Nội dung 1: **SGK chương 3 ,bài 1 : Giới hạn dãy số**

Nội dung 2: Tham khảo đề cương tổ Toán phần Giới hạn dãy số

II.Kiến thức cần ghi nhớ:

1. GIỚI HẠN HỮU HẠN CỦA DÃY SỐ

a. Định nghĩa

Định nghĩa 1

Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là 0 khi n dần tới dương vô cực, nếu $|u_n|$ có thể nhỏ hơn một số dương bé tuỳ ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

Kí hiệu: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ hay $u_n \to 0$ khi $n \to +\infty$.

Định nghĩa 2

Ta nói dãy số (v_n) có giới hạn là a (hay v_n dần tới a) khi $n \to +\infty$, nếu $\lim\limits_{n\to+\infty}(v_n - a) = 0$.

Kí hiệu: $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = a$ hay $v_n \to a$ khi $n \to +\infty$.

b. Một vài giới hạn đặc biệt

a) $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n} = 0$; $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n^k} = 0$ với k nguyên dương;

b) $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = 0$ nếu $|q| < 1$;

c) Nếu $u_n = c$ (c là hằng số) thì $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} c = c$.

Chú ý: Từ nay về sau thay cho $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = a$ ta viết tắt là $\lim u_n = a$.

2.ĐỊNH LÝ VỀ GIỚI HẠN HỮU HẠN

Định lí 1

a) Nếu $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = b$ thì

- $\lim(u_n + v_n) = a + b$
- $\lim(u_n - v_n) = a - b$
- $\lim(u_n . v_n) = a.b$
- $\lim\left(\dfrac{u_n}{v_n}\right) = \dfrac{a}{b}$ (nếu $b \neq 0$).

b) Nếu $\begin{cases} \lim u_n = a \\ u_n \geq 0, \forall n \end{cases}$ thì $\begin{cases} \lim \sqrt{u_n} = \sqrt{a} \\ a \geq 0 \end{cases}$.

3.TỔNG CỦA CẤP SỐ NHÂN LÙI VÔ HẠN

Cấp số nhân vô hạn (u_n) có công bội q , với $|q| < 1$ được gọi là cấp số nhân lùi vô hạn.

Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn:

$$\boxed{S = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n + \ldots = \frac{u_1}{1-q} \quad (|q| < 1).}$$

4. GIỚI HẠN VÔ CỰC

a. Định nghĩa

- Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là $+\infty$ khi $n \to +\infty$, nếu u_n có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

  Kí hiệu: $\lim u_n = +\infty$ hay $u_n \to +\infty$ khi $n \to +\infty$.

- Dãy số (u_n) có giới hạn là $-\infty$ khi $n \to +\infty$, nếu $\lim(-u_n) = +\infty$.

  Kí hiệu: $\lim u_n = -\infty$ hay $u_n \to -\infty$ khi $n \to +\infty$.

Nhận xét: $u_n = +\infty \Leftrightarrow \lim(-u_n) = -\infty$.

b. Một vài giới hạn đặc biệt

Ta thừa nhận các kết quả sau

a) $\lim n^k = +\infty$ với k nguyên dương;

b) $\lim q^n = +\infty$ nếu $q > 1$.

c. Định lí 2

a) Nếu $\lim u_n = a$ và $\lim v_n = \pm\infty$ thì $\lim \dfrac{u_n}{v_n} = 0$.

b) Nếu $\lim u_n = a > 0$, $\lim v_n = 0$ và $v_n > 0, \forall n > 0$ thì $\lim \dfrac{u_n}{v_n} = +\infty$.

c) Nếu $\lim u_n = +\infty$ và $\lim v_n = a > 0$ thì $\lim u_n.v_n = +\infty$.

Các ví dụ :

Câu 1. Giá trị của giới hạn $\lim\left[\dfrac{1}{1.4} + \dfrac{1}{2.5} + ... + \dfrac{1}{n(n+3)}\right]$ bằng:

Bài giải

$$\begin{aligned}\frac{1}{1.4} + \frac{1}{2.5} + ... + \frac{1}{n(n+3)} &= \frac{1}{3}\left[1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+3}\right] \\ &= \frac{1}{3}\left[\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}\right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{n+3}\right)\right] \\ &= \frac{1}{3}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3}\right) \\ &= \frac{1}{3}\left(\frac{11}{6} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3}\right)\end{aligned}$$

Do đó $\lim\left(\dfrac{1}{1.4} + \dfrac{1}{2.5} + ... + \dfrac{1}{n(n+3)}\right) = \lim \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{11}{6} - \dfrac{1}{n+1} - \dfrac{1}{n+2} - \dfrac{1}{n+3}\right) = \dfrac{11}{8}$.

Câu 2. Giá trị của giới hạn $\lim\left[n\left(\sqrt{n^2+n+1} - \sqrt{n^2+n-6}\right)\right]$ là:

Bài giải

$n\left(\sqrt{n^2+n+1} - \sqrt{n^2+n-6}\right) \sim n\left(\sqrt{n^2} - \sqrt{n^2}\right) = 0 \longrightarrow$ nhân lượng liên hợp :

$$\begin{aligned}\lim n\left(\sqrt{n^2+n+1} - \sqrt{n^2+n-6}\right) &= \lim \frac{7n}{\sqrt{n^2+n+1} + \sqrt{n^2+n-6}} \\ &= \lim \frac{7}{\sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{n} - \frac{6}{n^2}}} = \frac{7}{2}.\end{aligned}$$

Câu 3. Biết rằng $\lim \dfrac{\sqrt[3]{an^3+5n^2-7}}{\sqrt{3n^2-n+2}} = b\sqrt{3} + c$ với a, b, c là các tham số. Tính giá trị của biểu thức $P = \dfrac{a+c}{b^3}$.

Bài giải

Ta có $\lim\frac{\sqrt[3]{an^3+5n^2-7}}{\sqrt{3n^2-n+2}}=\lim\frac{\sqrt[3]{a+\frac{5}{n}-\frac{7}{n^3}}}{\sqrt{3-\frac{1}{n}+\frac{2}{n^2}}}=\frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt[3]{a}}{3}\sqrt{3}$

$=b\sqrt{3}+c\Rightarrow\begin{cases}\sqrt[3]{a}=\frac{b}{3}\Rightarrow P=\frac{1}{3}.\\ c=0\end{cases}$

Câu 4 : Tính tổng $S=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{9}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{2^n}-\frac{1}{3^n}\right)+\ldots$.

Bài giải

Ta có

$$S=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{9}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{2^n}-\frac{1}{3^n}\right)+\ldots$$

$$=\left(\underbrace{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2^n}+\cdots}_{CSN\ lvh:\ u_1=q=\frac{1}{2}}\right)-\left(\underbrace{\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\cdots+\frac{1}{3^n}+\cdots}_{CSN\ lvh: u_1=q=\frac{1}{3}}\right)=\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}-\frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}}=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}.$$

Bài tập rèn luyện

Câu 1. Kết quả của giới hạn $\lim\left(\frac{\sin 5n}{3n}-2\right)$ bằng:

A. -2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** $\frac{5}{3}$.

. Ta có $0\le\left|\frac{\sin 5n}{3n}\right|\le\frac{1}{n}$, mà $\lim\frac{1}{n}=0$ nên $\lim\frac{\sin 5n}{3n}=0$, do đó $\lim\left(\frac{\sin 5n}{3n}-2\right)=-2.$

Câu 2. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn k để $\lim\frac{n-2\sqrt{n^k}\cos\frac{1}{n}}{2n}=\frac{1}{2}$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** Vô số.

Ta có $\frac{n-2\sqrt{n}\sin 2n}{2n}=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{n}\sin 2n}{n}$.

Điều kiện bài toán trở thành $\lim\frac{\sqrt{n^k}\cos\frac{1}{n}}{n}=0.$

Ta có $\lim\cos\frac{1}{n}=\cos 0=1$ nên bài toán trở thành tìm k sao cho

$\lim\frac{\sqrt{n^k}}{n}=\lim n^{\frac{k}{2}-1}=0\Leftrightarrow\frac{k}{2}-1<0\Leftrightarrow k<2\xrightarrow[k\in\mathbb{N}^*,k=3l]{}$ không tồn tại k (do k nguyên dương và chẵn). **Chọn A.**

Câu 3. Kết quả của giới hạn $\lim\frac{3\sin n+4\cos n}{n+1}$ bằng:

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

. Ta có $0\le\left|\frac{3\sin n+4\cos n}{n+1}\right|\le\frac{7}{n+1}\le\frac{7}{n}\to 0\longrightarrow\lim\frac{3\sin n+4\cos n}{n+1}=0.$ **Chọn B.**

Câu 4. Giá trị của giới hạn $\lim\frac{-3}{4n^2-2n+1}$ là:

A. $-\frac{3}{4}$. **B.** $-\infty$. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 5. Giá trị của giới hạn $\lim\frac{n+2n^2}{n^3+3n-1}$ bằng:

A. 2. **B.** 1. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 0.

Ta có $\lim\frac{n+2n^2}{n^3+3n-1}=\lim\frac{\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n}}{1+\frac{3}{n^2}-\frac{1}{n^3}}=\frac{0}{1}=0.$ **Chọn D**

Câu 6. Giá trị của giới hạn $\lim\frac{3n^3-2n+1}{4n^4+2n+1}$ là:

A. $+\infty$. **B.** 0. **C.** $\frac{2}{7}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Ta có $\lim\frac{3n^3-2n+1}{4n^4+2n+1}=\lim\frac{\frac{3}{n}-\frac{2}{n^2}+\frac{1}{n^4}}{4+\frac{2}{n^3}+\frac{1}{n^4}}=\frac{0}{4}=0.$ **Chọn B.**

Câu 7. Giá trị của giới hạn $\lim\frac{n\sqrt{n}+1}{n^2+2}$ bằng:

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Ta có $\lim \frac{n\sqrt{n}+1}{n^2+2}=\lim \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}+\frac{1}{n^2}}{1+\frac{2}{n^2}}=\frac{0}{1}=0.$ **Chọn D.**

Câu 8. Tính giới hạn $L=\lim \frac{\left(2n-n^3\right)\left(3n^2+1\right)}{(2n-1)\left(n^4-7\right)}$.

A. $L=-\frac{3}{2}$. **B.** $L=1$. **C.** $L=3$. **D.** $L=+\infty$.

$$L=\lim \frac{\left(2n-n^3\right)\left(3n^2+1\right)}{(2n-1)\left(n^4-7\right)}=\lim \frac{n^3\left(\frac{2}{n^2}-1\right).n^2\left(3+\frac{1}{n^2}\right)}{n\left(2-\frac{1}{n}\right).n^4\left(1-\frac{7}{n^4}\right)}=\lim \frac{\left(\frac{2}{n^2}-1\right)\left(3+\frac{1}{n^2}\right)}{\left(2-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{7}{n^4}\right)}=\frac{-1.3}{2.1}=-\frac{3}{2}.$$

Bài tập tự luyện :

Câu 1. Giá trị của giới hạn $\lim\left(\sqrt{n+5}-\sqrt{n+1}\right)$ bằng:

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 2. Giá trị của giới hạn $\lim\left(\sqrt{n^2-n+1}-n\right)$ là:

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $-\infty$.

Câu 3. Giá trị của giới hạn $\lim\left(\sqrt{n^2-1}-\sqrt{3n^2+2}\right)$ là:

A. -2. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

Câu 4. Giá trị của giới hạn $\lim\left(\sqrt{n^2+2n}-\sqrt{n^2-2n}\right)$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** $+\infty$.

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị của a để $\lim\left(\sqrt{n^2+a^2n}-\sqrt{n^2+(a+2)n+1}\right)=0$.

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 6. Giá trị của giới hạn $\lim\left(\sqrt[3]{n^3+1}-\sqrt[3]{n^3+2}\right)$ bằng:

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 7. Giá trị của giới hạn $\lim\left(\sqrt[3]{n^2-n^3}+n\right)$ là:

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $+\infty$. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 8. Giá trị của giới hạn $\lim\left(\sqrt[3]{n^3-2n^2}-n\right)$ bằng:

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $-\frac{2}{3}$. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 9. Giá trị của giới hạn $\lim\left[\sqrt{n}\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1}\right)\right]$ là:

A. -1. **B.** $+\infty$. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 10. Giá trị của giới hạn $\lim\left[\sqrt{n}\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)\right]$ bằng:

A. 0. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 11. Kết quả của giới hạn $\lim\frac{2-5^{n+2}}{3^n+2.5^n}$ bằng:

A. $-\frac{25}{2}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** 1. **D.** $-\frac{5}{2}$.

Câu 12. Kết quả của giới hạn $\lim\frac{3^n-2.5^{n+1}}{2^{n+1}+5^n}$ bằng:

A. -15. **B.** -10. **C.** 10. **D.** 15.

Câu 13. Kết quả của giới hạn $\lim\frac{3^n-4.2^{n+1}-3}{3.2^n+4^n}$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.

Câu 14. Kết quả của giới hạn $\lim\frac{3^n-1}{2^n-2.3^n+1}$ bằng:

A. -1. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 15. Biết rằng $\lim\left(\frac{\left(\sqrt{5}\right)^n-2^{n+1}+1}{5.2^n+\left(\sqrt{5}\right)^{n+1}-3}+\frac{2n^2+3}{n^2-1}\right)=\frac{a\sqrt{5}}{b}+c$ với $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $S=a^2+b^2+c^2$.

A. $S=26$. **B.** $S=30$. **C.** $S=21$. **D.** $S=31$.

IIINội dung chuẩn bị:

HS cần xem kĩ lý thuyết SGK trước khi tham khảo phần lý thuyết tóm lượt và bài tập.

IV.Đáp án bài tập tự luyện:

Nếu có thắc mắc HS liên hệ GVBM để được hỗ trợ.